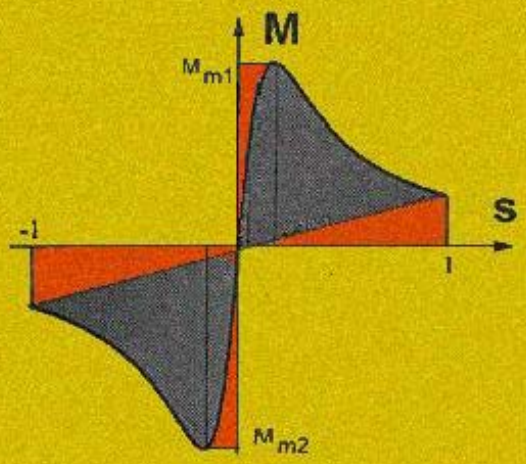
CONSTANTIN GHIȚĂ

ELEMENTE FUNDAMENTALE DE MAŞINI ELECTRICE



Editura PRINTECH
Bucureşti 2002

Constantin Ghiță

ELEMENTE FUNDAMENTALE DE MAŞINI ELECTRICE

Editura PRINTECH
Bucureşti 2002

CUPRINS

INTRODUCERE - NOŢIUNI PRIVIND CONVERSIA ELECTROMECANICĂ

Cuplul electromagnetic 7
Tensiunea electromotoare indusă 8
Câteva teoreme ale conversiei electromecanice 8
Regimurile convertoarelor electromecanice 9

CAPITOLUL 1 - TRANSFORMATORUL ELECTRIC

1.1. Elemente constructive ale transformatorului 11
1.2. Date nominale, domenii de utilizare 14
1.3. Principiul de funcţionare al transformatorului 15
1.4. Teoria tehnică a transformatorului electric 17
1.5. Bilanţul de puteri active al transformatorului 22
1.6. Regimuri permanente ale transformatorului 23
1.7. Caracteristicile transformatorului 26
1.8. Particularităţi ale transformatoarelor trifazate 28
1.9. Scheme şi grupe de conexiuni 30
1.10. Funcţionarea transformatoarelor în paralel 35
1.11. Transformatoare speciale 37
1.12. Probleme cu transformatoare 39

CAPITOLUL 2 - MAŞINA ASINCRONĂ

2.1. Generalităţi privind maşinile electrice de c.a. 48
2.2. Producerea câmpului magnetic pulsatoriu 49
2.3. Producerea câmpului magnetic învârtitor 51
2.4. Elemente constructive ale maşinii asincrone 53
2.5. Domenii de utilizare, date nominale, simbolizare 54
2.6. Principiul de funcţionare al motorului asincron 56
2.7. Regimurile energetice ale maşinii asincrone 57
2.8. Schema echivalentă, ecuaţiile de funcţionare şi diagrama de fazori ale maşinii asincrone 58
2.9. Bilanţul de puteri al motorului asincron 61
2.10. Cuplul electromagnetic al maşinii asincrone 63
2.11. Caracteristicile motorului asincron 66
2.12. Tipuri de colivii ale motorului asincron trifazat cu rotorul în scurtcircuit 69
2.13. Încercările motorului asincron 71
2.14. Motorul asincron monofazat 73
2.15. Acţionări cu motoare asincrone 74
2.16. Probleme cu motoare asincrone 81

CAPITOLUL 3 - MAŞINA SINCRONĂ

3.1. Generalităţi 90
3.2. Elemente constructive ale maşinii sincrone 90
3.3. Domenii de utilizare, date nominale, simbolizare 92
3.4. Principiul de funcţionare al maşinii sincrone 94
3.5. Teoria generatorului sincron cu poli înecaţi 97
3.6. Teoria generatorului sincron cu poli aparenţi 104
3.7. Funcţionarea generatorului sincron pe reţea proprie 108
3.8. Funcţionarea generatorului sincron în paralel cu o reţea de putere infinită 110
3.9. Scurtcircuit trifazat brusc la generatorul sincron 113
3.10. Stabilitatea dinamică a maşinii sincrone 117
3.11. Maşini sincrone speciale 121
3.12. Acţionări cu motoare sincrone 122
3.13. Probleme cu maşini sincrone 126

CAPITOLUL 4 - MAŞINA DE CURENT CONTINUU

4.1. Elemente constructive ale maşinii de c.c. 139
4.2. Utilizare, semne convenţionale, date nominale 139
4.3. Principiul de funcţionare al generatorului de c.c. şi al motorului de c.c. 141
4.4. Elemente generale privind înfăşurările de c.c. 144
4.5. Tensiunea electromotoare a maşinii de c.c. 146
4.6. Cuplul electromagnetic al maşinii de c.c. 147
4.7. Reacţia indusului la maşina de curent continuu 148
4.8. Comutaţia la maşina de curent continuu 151
4.9. Regimul de generator al maşinii de curent continuu 152
4.10. Regimul de motor al maşinii de curent continuu 156
4.11. Maşini de curent continuu speciale 161
4.12. Acţionări electrice cu motoare de c.c. 162
4.13. Probleme cu maşini de c.c. 167

ANEXE 174

BIBLIOGRAFIE PRINCIPALĂ 195

INTRODUCERE

NOŢIUNI PRIVIND CONVERSIA ELECTROMECANICĂ

Conversia energiei de tip electromecanic se produce într-un convertor numit *electromecanic*. Orice maşină electrică rotativă este un convertor electromecanic, care transformă energia electrică în energie mecanică (motor electric) sau care transformă energia mecanică în energie electrică (generator electric). Conversia electromecanică (într-un sens sau în altul) se realizează prin intermediul câmpului magnetic.

În structura oricărui convertor electromecanic, sunt prezente trei sisteme principale: *sistemul electric* (înfăşurările), prin care circulă curenţi electrici continui sau alternativi; *sistemul magnetic* (miezurile magnetice statorice şi rotorice), prin care circulă fluxurile magnetice; *sistemul mecanic* (de consolidare), cu multiple roluri: susţinere, rigidizare mecanică, centrare, ventilaţie, ridicare, fixare pe platformă.

În procesul de conversie electromecanică are loc unul din următoarele fenomene: ori energia electrică, injectată pe la bornele convertorului, este transmisă sistemului magnetic, care o transmite arborelui prin intermediul cuplului electromagnetic (la motoare), ori energia mecanică, injectată pe la arborele convertorului, este transmisă prin intermediul energiei magnetice sistemului electric, care dezvoltă această energie sub formă de energie electrică la borne (la generatoare). Sistemul magnetic, prin intermediul energiei magnetice, joacă rolul de sistem de cuplaj între sistemul mecanic şi sistemul electric.

Este mult mai avantajos să se facă conversia electromecanică a energiei în sistemele magnetice în raport cu sistemele electrice. Într-adevăr, dacă se face raportul dintre densităţile de volum ale energiei magnetice w_m şi energiei electrice w_e, se găseşte:

$$\frac{w_m}{w_e}=\frac{B^2/(2\mu_0)}{\varepsilon_o E^2/2}=\frac{B^2}{\varepsilon_o\mu_o E^2}=\frac{4\pi\cdot 9\cdot 10^9\cdot 1^2}{4\pi\cdot 10^{-7}\cdot(3\cdot 10^6)^2}=10^4 \qquad (1)$$

expresie în care s-au considerat valorile tehnice uzuale ale inducţiei magnetice (B =1T) şi ale câmpului electric (E = 30 kV/cm = $3\cdot 10^6$ V/m). Din relaţia (1), se deduce că volumul convertoarelor electromecanice care utilizează sistemul magnetic ca sistem de cuplaj este de 10^4 ori mai mic decât al acelora care utilizează sistemul electric. Din acest motiv, convertoarele electromecanice (maşinile electrice) folosesc conversia energiei în câmp magnetic.

CUPLUL ELECTROMAGNETIC

Cuplul electromagnetic al unui convertor electromecanic se determină cu ajutorul teoremei forţelor generalizate în câmp magnetic, teoremă care se exprimă cu ajutorul energiei magnetice W_m, de interacţiune a statorului şi rotorului, cu una dintre relaţiile:

$$M=\left(\frac{\partial W_m}{\partial\alpha}\right)\Bigg|_{i_k=const.} \quad ; \quad M=-\left(\frac{\partial W_m}{\partial\alpha}\right)\Bigg|_{\psi_k=const.} \qquad (2)$$

în care α, reprezintă unghiul geometric dintre axa de referință statorică FS și axa de referință rotorică FR.

În convertoarele electrice care generează energie mecanică (motoare electrice), cuplul electromagnetic este activ, deoarece el produce mișcarea axului motorului. În cazul generatoarelor electrice, cuplul electromagnetic este antagonist, deoarece se opune cuplului activ care antrenează generatorul (regula lui Lenz).

TENSIUNEA ELECTROMOTOARE INDUSĂ

Tensiunea electromotoare indusă într-un convertor electromecanic constituie elementul de interacțiune a sistemului magnetic al convertorului cu sistemul său electric.

Legea inducției electromagnetice determină expresia t.e.m. induse și caracterizează legătura dintre un câmp magnetic de inducție B, variabil în timp, și câmpul electric E care ia naștere ca urmare a acestei variații, exprimându-se matematic astfel:

$$e = \oint_c \vec{E} \cdot \vec{dr} = -\iint_{S_C} \frac{\partial \vec{B}}{dt} \cdot \vec{dA} + \oint_c (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{dr} = e_t + e_m \qquad (3)$$

în care S_C reprezintă o suprafață deschisă care se sprijină pe conturul închis c, iar vectorul v este viteza instantanee locală a mediului în care are loc fenomenul de inducție.

T.e.m. rezultantă e este formată din două componente:

- o componentă *de transformare* e_t (sau statică), obținută atunci când conturul c este fix, iar câmpul magnetic este variabil în timp (specifică transformatoarelor electrice);

- o componentă *de mișcare* e_m (sau de rotație în mașinile electrice), care apare atunci când conturul c se deplasează în câmpul magnetic, componentă specifică mașinilor electrice de c.c. și de c.a. fără colector (mașini sincrone și asincrone). Această componentă se obține practic pe cale dinamică prin rotirea *indusului* mașinii (partea unde se induc t.e.m.) în raport cu *inductorul* acesteia (partea care creează câmpul magnetic).

CÂTEVA TEOREME ALE CONVERSIEI ELECTROMECANICE

Conversia electromecanică a energiei se poate efectua prin intermediul cuplului electromagnetic. Cuplul reprezintă elementul de interacțiune dintre sistemul mecanic și sistemul magnetic. Pentru a apărea cuplul electromagnetic, trebuie îndeplinite câteva condiții generale. Aceste condiții sunt precizate de teoremele conversiei electromecanice.

Teorema fundamentală a conversiei electromecanice

Teorema fundamentală formulează condiția care trebuie satisfăcută de orice convertor de energie de tip electromecanic, condiție referitoare la defazajul dintre fluxul magnetic și curentul asociat cu un circuit electric sau cu un sistem de circuite. Enunțul teoremei fundamentale este următorul: *În orice convertor, poate avea loc un transfer de energie activă între sistemul electric și magnetic (sau invers), dacă între fluxurile magnetice și curenții asociați circuitelor electrice ale acestuia, există un defazaj și dacă frecvențele acestora sunt egale.*

Teorema de inductanță

Teorema de inductanță are o importanță deosebită în cazul convertoarelor electromecanice care transformă energia electrică în energie mecanică (sau invers) prin

intermediul energiei magnetice. Această teoremă are următorul enunț: *Într-un convertor, schimbul de energie între sistemele magnetic și mecanic ale convertorului considerat (sau invers) se produce numai dacă sistemul electromecanic considerat prezintă o inductanță variabilă în timp sau un sistem de inductanțe, variabil în timp.* Conform acestei teoreme, cuplul electromagnetic se determină, cu ajutorul relației (2), luând în seamă numai energia de interacțiune a statorului și rotorului și nu întreaga energie magnetică înmagazinată în mașină. Cu alte cuvinte, energia magnetică corespunzătoare unor inductanțe constante nu are contribuție la producerea cuplului electromagnetic, deci nu are nici un rol în procesul de conversie electromecanică.

Teorema variației curentului

Teorema variației curentului are următorul enunț: *O conversie energetică de tip electromecanic are loc numai atunci când cel puțin un sistem de curenți din convertor este variabil în timp.*

REGIMURILE CONVERTOARELOR ELECTROMECANICE

Convertoarele electromecanice sunt reversibile din punct de vedere energetic, adică pot transforma energia electrică în energie mecanică (motor) sau energia mecanică în energie electrică (generator). Reversibilitatea energetică a acestor convertoare decurge din legea inducției electromagnetice.

Regimul de generator

Se consideră un conductor care se află în repaus față de un câmp magnetic exterior de inducție magnetică constantă $\bar{B}$. Atâta timp cât conductorul și câmpul sunt în repaus unul față de altul, conductorul nu va sesiza prezența câmpului magnetic (Fig.1a). Dacă conductorul se deplasează perpendicular pe liniile inducției magnetice (Fig.1.b), cu viteza constantă $\bar{v}$, în conductor se induce o t.e.m. scalară e, dată de produsul mixt: $e = \bar{l} \cdot (\bar{v} \times \bar{B})$, în care l este lungimea conductorului care se deplasează în câmpul magnetic.

Dacă conductorul se închide în afara spațiului în care este câmpul magnetic, astfel încât să se formeze un circuit închis, în acest circuit va circula un curent, al cărui sens va fi același cu cel al t.e.m. induse (Fig.1.c), deoarece această tensiune creează curentul. Interacțiunea curentului i (câmpul magnetic propriu) și a câmpului exterior dă naștere unei forțe electromagnetice $\bar{F}$, care se exercită asupra conductorului, forță care are expresia: $\bar{F} = i \cdot (\bar{l} \times \bar{B})$.

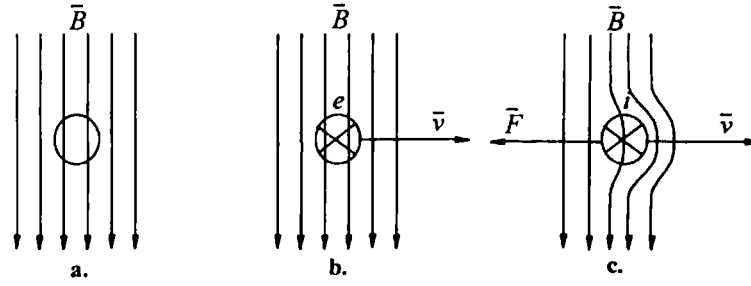


Fig. 1. Referitoare la principiul de funcționare al convertorului generator:
a - conductor fix în câmp magnetic; **b** - conductor mobil în circuit deschis situat în câmp magnetic;
c - conductor mobil în circuit închis situat în câmp magnetic.

Forța electromagnetică are un sens ce se determină cu ajutorul regulii produsului vectorial și, după cum se vede din Fig. 1.c, acest sens este opus sensului de deplasare al conductorului în câmp. Prin urmare, forța electromagnetică se opune forței mecanice aplicate din exterior.

Sistemul electromecanic în care curentul are sensul t.e.m. induse, iar forța electromagnetică se opune vitezei v (este rezistentă), se numește sistem generator. Faptul că cuplul electromagnetic al convertorului generator este rezistent (regula lui Lenz) face ca energia mecanică primită de acesta (la antrenarea cu viteza v a rotorului) să se transforme în energie electrică, cedată circuitului închis prin care circulă curentul i, deoarece t.e.m. indusă și curentul au același sens (dipol generator). Energia electrică a convertorului apare ca efect al antrenării rotorului acestuia în câmpul magnetic $\bar{B}$.

Regimul de motor

Să presupunem, în continuare, că la bornele aceluiași conductor, care se află în repaus față de câmpul magnetic, se aplică din exterior o tensiune egală cu t.e.m. care se inducea în conductorul respectiv când acesta se deplasa în câmp cu viteza $\bar{v}$. În conductor, sub acțiunea acestei tensiuni, va lua naștere tot curentul i, din cazul anterior, care va circula în același sens (Fig. 2).

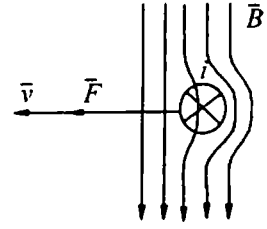


Fig. 2. Referitoare la principiul de funcționare al convertorului motor.

Asupra conductorului, aflat în câmpul magnetic exterior și parcurs de curentul i, se va exercita, de asemenea, forța electromagnetică $\bar{F}$ care va provoca deplasarea conductorului respectiv în câmp cu viteza $\bar{v}$, astfel încât în conductor se va induce o t.e.m. care se opune tensiunii aplicate din exterior (regula lui Lenz). De această dată, forța $\bar{F}$ și viteza $\bar{v}$ au același sens, deoarece forța creează această viteză.

Sistemul electromecanic în care sensul forței electromagnetice coincide cu sensul vitezei de deplasare al elementului asupra căruia se exercită această forță, iar curentul circulă în sens contrar față de sensul t.e.m. induse, se numește sistem motor.

Fie că este generator, fie că este motor, convertorul electromecanic de energie realizează conversia energiei numai dacă conductorul mobil (rotorul) se găsește în câmpul magnetic $\bar{B}$. Acesta se numește *câmpul magnetic de excitație* al convertorului și pentru producerea lui convertorul este echipat cu o înfășurare specială, numită *înfășurare inductoare* sau de *excitație*, sau este echipat cu un magnet permanent.

CAPITOLUL 1

TRANSFORMATORUL ELECTRIC

Transformatorul electric este un aparat care funcţionează pe baza legii inducţiei electromagnetice, fiind destinat să transfere puterea electromagnetică de la un circuit cu w_1 spire la un alt circuit cu w_2 spire, transfer caracterizat prin schimbarea valorilor tensiunii şi ale curentului primar u_1, i_1, la valorile tensiunii şi ale curentului secundar u_2, i_2 frecvenţa procesului rămânând constantă.

Transformatoarele electrice sunt destinate transformării valorilor tensiunii şi curentului, în cadrul proceselor electroenergetice din instalaţiile de curent alternativ. Ele se folosesc în sistemele energetice, reţelele de distribuţie a energiei electrice, în diferite instalaţii industriale, de comunicaţie, precum şi în automatică, electronică, telemecanică, iluminat etc.

1.1. ELEMENTE CONSTRUCTIVE ALE TRANSFORMATORULUI

În construcţia unui transformator distingem 5 sisteme: sistemul magnetic, sistemul electric, sistemul de răcire, sistemul de reglare a tensiunii şi de protecţie şi sistemul mecanic.

1.1.1. SISTEMUL MAGNETIC

Pentru un transformator, sistemul magnetic este alcătuit din circuitul feromagnetic (miezul magnetic) prin care circulă fluxul magnetic. Miezul magnetic este format din coloane (porţiunile de miez pe care sunt dispuse înfăşurările) şi juguri magnetice (porţiunile dintre coloane care servesc numai la închiderea fluxului magnetic). Miezul magnetic se confecţionează, în cele mai multe cazuri, din *tole de oţel* electrotehnic aliat cu siliciu. Pentru transformatoarele de mică putere care funcţionează în scheme alimentate cu tensiuni de frecvenţe ridicate, miezurile magnetice se fac din *ferite.*

În cazul miezurilor magnetice din tole acestea au, în cele mai multe cazuri, grosimi între (0,28 ... 0,35) mm şi pot fi laminate la cald sau la rece (pentru reducerea pierderilor în fier). Tolele sunt izolate cu lacuri sau cu oxizi ceramici (carlit).

Miezurile magnetice din tole se construiesc ca miezuri magnetice *cu coloane* (Fig. 1.1), putând fi atât monofazate cât şi trifazate. Transformatoarele monofazate cu două coloane (Fig. 1.1.a) conţin, pe fiecare coloană, câte două jumătăţi de înfăşurare; de joasă tensiune şi de înaltă tensiune, jumătăţi dispuse concentric. Cele două jumătăţi de înfăşurare de pe cele două coloane ale transformatorului se înseriază adiţional. Transformatoarele trifazate de putere au miezurile cu trei coloane identice (Fig. 1.1.b). Înfăşurările transformatoarelor trifazate cu coloane se dispun, de cele mai multe ori, concentric pe cele trei coloane, lângă miez găsindu-se înfăşurarea de joasă tensiune.

Asamblarea miezului transformatorului, construit din tole, se face prin ţeserea jugurilor de coloane. Pentru tolele laminate la cald ţeserea se face la 90° în sistem cu două cicluri (Fig. 1.2.a) sau cu trei cicluri (Fig. 1.2.b). Tolele laminate la rece se ţes, adesea, la 45° (Fig. 1.2.c) sau la $45° \pm 15°$ (Fig. 1.2.d). În cazul ţeserii la 45° sau la

45° ± 15°, pierderile în colţurile miezului sunt mici, iar curentul de mers în gol al transformatorului este şi el mic.

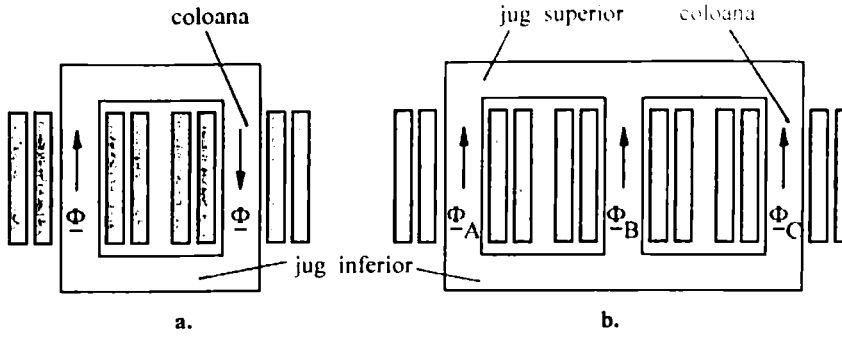


Fig. 1.1. Schema transformatorului electric cu coloane coplanare: **a** - monofazat; **b** - trifazat.

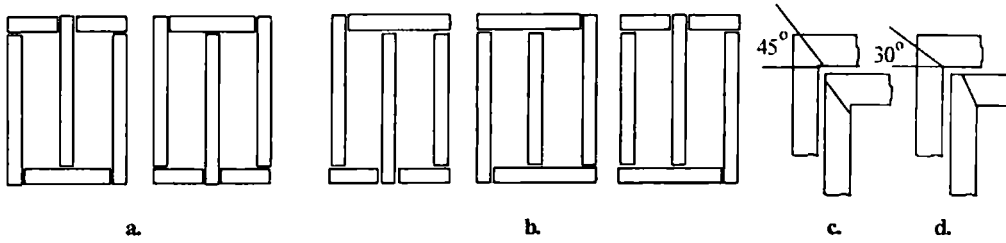


Fig. 1.2. Ţeserea miezurilor magnetice trifazate cu 3 coloane: **a** - la 90° cu două cicluri; **b** - la 90° cu trei cicluri; **c** - la 45°; **d** - la 45° ± 15°.

1.1.2. SISTEMUL ELECTRIC

Sistemul electric al transformatorului este format din înfăşurările acestuia şi toate conexiunile care-i permit racordarea atât la reţeaua primară (de alimentare), cât şi la reţeaua secundară. Înfăşurările transformatorului sunt construite din conductor de cupru sau aluminiu (mai rar); conductoarele sunt izolate electric între ele cu email, ţesătură de sticlă sau bumbac. Înfăşurările sunt izolate faţă de toate elementele cu care vin în contact.

Transformatorul monofazat prezintă cel puţin două înfăşurări aşezate pe miez. Una dintre înfăşurări se conectează la o sursă de tensiune alternativă şi se numeşte *înfăşurare primară*. Pe la bornele acestei înfăşurări, transformatorul ia de la reţeaua de alimentare o putere electrică pe care o transmite, prin intermediul câmpului electromagnetic, circuitului secundar. La bornele celeilalte înfăşurări, numită *înfăşurare secundară*, se conectează circuitul receptor al transformatorului.

Din punct de vedere al dispunerii înfăşurărilor pe coloană acestea pot fi împărţite în două categorii; *înfăşurări cilindrice concentrice* (Fig. 1.3.a şi b) şi *înfăşurări alternate* (Fig.1.3.c). Înfăşurările cilindrice concentrice au forma unor bobine cilindrice de diametre diferite şi de înălţimi egale sau puţin diferite (înfăşurarea de înaltă tensiune egală sau mai scundă decât cea de joasă tensiune), care se aşează coaxial pe coloană, lângă miez aflându-se înfăşurarea de joasă tensiune. Înfăşurările alternate se construiesc din galeţi (discuri) de diametre şi grosimi egale, care sunt astfel dispuse, încât un galet al unei înfăşurări să se găsească între doi galeţi ai celeilalte înfăşurări.

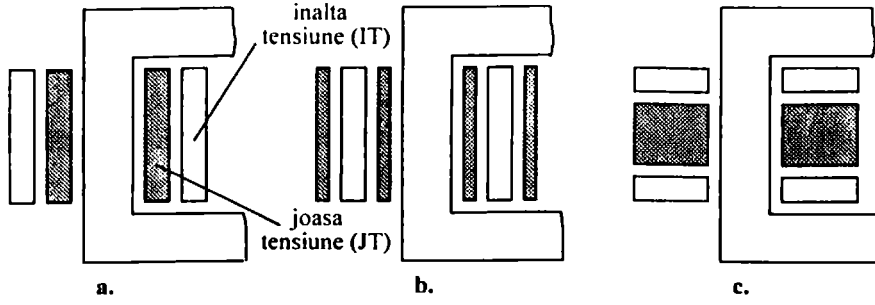


Fig. 1.3. Aşezarea înfăşurărilor transformatorului pe coloană: **a** - cilindrice concentrice; **b** - cilindrice biconcentrice; **c** - în galeţi alternaţi.

Tipul constructiv al înfăşurării se alege în funcţie de valorile tensiunii şi curentului pentru care se dimensionează înfăşurarea.

1.1.3. SISTEMUL DE RĂCIRE

Înfăşurările transformatorului fiind parcurse de curenţi, în ele se produc pierderi sub formă de căldură care trebuie evacuată. După modul în care se face răcirea se deosebesc *transformatoare uscate* şi *transformatoare în ulei*. Căldura se transmite de la părţile active la agentul de răcire prin conducţie, iar mai departe, la mediul ambiant, prin convecţie şi radiaţie. La transformatoarele în ulei, sistemul de răcire este format din cuvă şi elementele de răcire.

1.1.4. SISTEMUL DE REGLARE A TENSIUNII ŞI DE PROTECŢIE

Toate transformatoarele de putere sunt prevăzute cu un dispozitiv care permite *reglajul tensiunii în gol*, în anumite limite (uzual ± 4 % sau ± 5 %). Prizele de reglaj, în număr de trei, se prevăd pe partea de înaltă tensiune deoarece această înfăşurare este plasată la exterior, are mai multe spire şi conductoarele sunt mai subţiri. Capetele prizelor de reglaj sunt duse la un *comutator cu prize*, care poate fi liniar sau circular.

Majoritatea transformatoarelor cu cuvă se prevăd cu *conservator de ulei*, care este un cilindru, de volum aproximativ 8 % din volumul total al uleiului din transformator. Conservatorul de ulei este aşezat deasupra cuvei, pe latura ei scurtă şi are rolul de a micşora suprafaţa de contact dintre ulei şi aer şi de a prelua variaţiile de volum ale uleiului datorate variaţiei temperaturii mediului ambiant.

Releul de gaze (releu Bucholtz) se montează între cuvă şi conservatorul de ulei şi are rolul de a întrerupe alimentarea transformatorului în două situaţii şi anume: când în interiorul cuvei apar gaze ca urmare a unui arc electric, sau când cuva are pierderi de ulei, ca urmare a unor scurgeri necontrolate (releul rămâne fără ulei).

Alte elemente care asigură protecţia transformatorului sunt: *supapa de siguranţă*, *indicatoarele de temperatură* şi *borna de legare la masă*.

1.1.5. SISTEMUL MECANIC

Sistemul mecanic este format din elemente care asigură compactizarea tuturor părţilor transformatorului, ridicarea cu tot echipamentul (inclusiv uleiul), deplasarea şi transportul acestuia. La transformatoarele de putere, cel mai frecvent se folosesc construcţii simple cu grinzi de strângere ale jugurilor magnetice sub forma unor profile U

sau L îmbinate prin *buloane de strângere* şi rigidizate de *tiranţi* verticali, care servesc la ridicarea părţii decuvabile şi la presarea bobinajelor. La capetele bobinajelor, spre grinzile de strângere se pun, pentru presare, *discuri izolante* şi *discuri cu tacheţi*, care permit circulaţia naturală a uleiului din cuvă printre tacheţi, prin canalul axial dintre înfăşurări. Discurile acestea sunt presate de grinzile de strângere, cu ajutorul tiranţilor.

Pentru transformatoarele în ulei, elementul principal al sistemului mecanic este cuva. Din punct de vedere mecanic, cuva trebuie să reziste, în afara solicitărilor apărute la ridicarea transformatorului, la o presiune internă de până la o atmosferă.

1.2. DATE NOMINALE, DOMENII DE UTILIZARE

1.2.1. DATE NOMINALE

Regimul nominal de funcţionare al unui transformator este acel regim pentru care se proiectează transformatorul şi în care trebuie să funcţioneze timp îndelungat, în serviciul de funcţionare prescris, fără ca temperatura în diferite zone să depăşească limitele impuse. Regimul nominal este caracterizat prin datele nominale, care sunt:

a. Puterea nominală S_n, exprimată în VA, kVA sau MVA, este puterea aparentă secundară debitată de transformator un timp oricât de lung, în serviciul de funcţionare considerat, fără ca temperatura oricărui element al transformatorului să depăşească temperatura clasei de izolaţie la care a fost proiectat acesta.

b. Tensiunea nominală primară U_1, exprimată în V sau kV, este valoarea de linie a tensiunii aplicate înfăşurării primare a transformatorului în regimul nominal.

c. Tensiunea nominală secundară U_2, exprimată în V sau kV, este valoarea de linie a tensiunii secundare la funcţionarea în gol pe priza nominală când primarului i se aplică tensiunea nominală primară. Această definiţie este valabilă pentru transformatoare care au puterea nominală mai mare sau egală cu 10 kVA. Pentru transformatoare cu puterea mai mică, tensiunea nominală secundară se defineşte ca fiind tensiunea secundară în sarcină nominală când primarului i se aplică tensiunea nominală primară.

d. Curenţii nominali I_1 şi I_2 sunt curenţii de linie care parcurg înfăşurările când primarului i se aplică tensiunea nominală şi în secundar se debitează puterea nominală, înfăşurările având temperatura convenţională nominală (75°C pentru clasele de izolaţie Y, A, E ,B, respectiv 115 °C pentru clasele de izolaţie F, H, C).

e. Tensiunea nominală de scurtcircuit u_k, exprimată în procente [%], este tensiunea aplicată primarului când secundarul este în scurtcircuit, astfel încât curentul care parcurge primarul să fie egal cu curentul nominal, secundarul fiind pe priza nominală, iar temperatura înfăşurărilor egală cu valoarea convenţională nominală.

f. Alte date nominale: frecvenţa nominală f, în Hz, schema şi grupa de conexiuni, numărul de faze m, serviciul de funcţionare, gradul de protecţie, pierderile nominale de mers în gol P_0, pierderile nominale în scurtcircuit P_k, curentul de mers în gol I_0, masa netă, masa uleiului (pentru transformatoarele cu ulei).

1.2.2 DOMENII DE UTILIZARE

Transformatoarele electrice au numeroase utilizări: în energetică, în transportul şi distribuţia energiei electrice, în diferite domenii ale tehnicii ca transformatoare de uz general sau cu destinaţie specială. Transformatoarele de putere pentru transportul şi

distribuţia energiei electrice sunt destinate ridicării tensiunii (la centrală), în vederea transportului cu pierderi mici şi coborârii acesteia (la consumator) Transportul energiei electrice la tensiune mare este economic. Într-adevăr, raportul k dintre puterea activă P_J, pierdută prin efect Joule pe o linie de transport şi puterea activă P transmisă pe linie, este cu atât mai mic cu cât tensiunea liniei este mai mare:

$$k=\frac{P_J}{P}=\frac{3RI^2}{\sqrt{3}UI\cos\varphi}=\frac{3\cdot\frac{\rho l}{s}\cdot I^2}{\sqrt{3}UI\cos\varphi}=\frac{\sqrt{3}\rho lI}{sU\cos\varphi}=\frac{\rho lP}{s(U\cos\varphi)^2}=const\frac{1}{U^2}$$

ρ fiind rezistivitatea liniei, l lungimea acesteia, iar s secţiunea conductorului liniei.

În energetică se folosesc transformatoare cu trei înfăşurări, când tensiunea unei surse sau reţele se transformă în două tensiuni distincte. Transformatoarele electrice se mai folosesc şi pentru alimentarea cuptoarelor electrice, pentru sudarea electrică (cu arc sau prin puncte), iar în domeniul puterilor mici şi foarte mici, îşi găsesc utilizarea în automatică şi în aparatura electronică.

1.3. PRINCIPIUL DE FUNCŢIONARE AL TRANSFORMATORULUI

Fie un transformator electric monofazat având înfăşurarea primară conectată la o sursă de c.a. de tensiune sinusoidală $u_1=U_1\sqrt{2}\sin\omega t$, cu înfăşurarea secundară presupusă mai întâi în gol. În Fig. 1.4 se prezintă schema electrică a transformatorului în care w_1, w_2 reprezintă numerele de spire ale celor două înfăşurări. Pentru circuitul primar s-a ales regula de la *receptoare* şi pentru cel secundar regula de la *generatoare*, în scopul obţinerii unor puteri pozitive p_1 şi p_2. Acest lucru va avea influenţă asupra interpretării fizice a sensului real al tensiunii secundare şi anume, *sensul real al tensiunii secundare va fi opus aceluia obţinut din diagramele de fazori.*

Solenaţia primară de mers în gol $\theta_0 = w_1 i_{10}$ (solenaţia de magnetizare) creează în miez fluxul magnetic fascicular φ, variabil în timp.

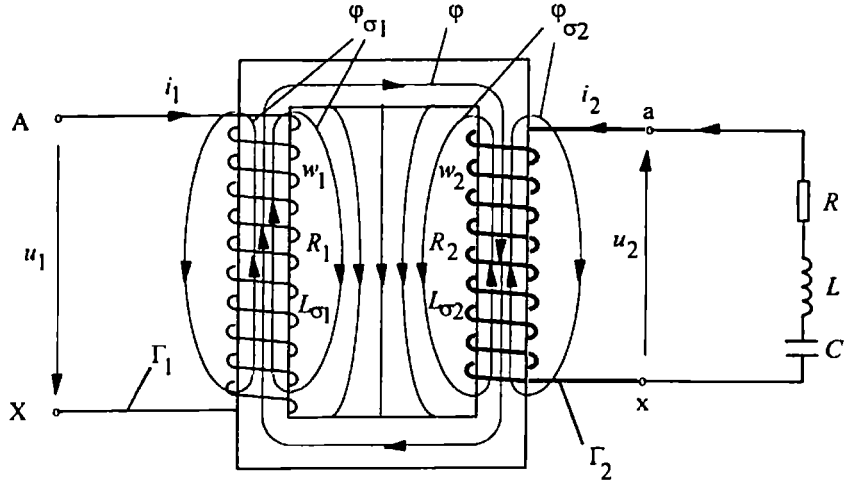


Fig. 1.4. Schema electrică a transformatorului monofazat.

Neglijându-se căderile de tensiune pe înfăşurarea primară (curentul de mers în gol i_{10} fiind mic), tensiunea aplicată la bornele înfăşurării primare este egală cu t.e.m. cu semn schimbat e_1 indusă de fluxul φ_{10}, astfel încât putem scrie:

$$u_1 \approx -e_1 = w_1 \frac{d\varphi_{10}}{dt}.$$

În înfăşurarea secundară, care îmbrăţişează acelaşi flux magnetic φ_{10}, se induce t.e.m. e_2, proporţională cu numărul de spire w_2 şi egală cu tensiunea u_{20} :

$$u_{20} = e_2 = -w_2 \frac{d\varphi_{10}}{dt}$$

Raportul tensiunilor la borne, notat cu k, se numeşte *raport de transformare*, fiind egal şi cu raportul t.e.m., precum şi cu cel al numerelor de spire:

$$k = \frac{|u_1|}{|u_{20}|} = \frac{|e_1|}{|e_2|} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{U_1}{U_{20}}$$

în care U_1, U_{20} sunt valorile efective ale tensiunilor la borne, la mersul în gol al transformatorului, în regim armonic.

Dacă se conectează la bornele secundare un receptor, circuitul secundar va fi parcurs de curentul i_2 iar cel primar de curentul $i_1 > i_{10}$. Cei doi curenţi i_1 şi i_2 au sensuri opuse, conform regulii lui Lenz şi la fel şi cele două solenaţii $w_1 i_1$ şi $w_2 i_2$. Compunerea celor două solenaţii conduce la solenaţia rezultantă θ, dată de relaţia:

$$\theta = w_1 i_1 - w_2 i_2 \qquad (1.1)$$

Solenaţia primară $w_1 i_1$ se compune din solenaţia de mers în gol $w_1 i_{10}$ şi din solenaţia primară datorată exclusiv sarcinii $w_1 i_1^*$, curentul i_1^* fiind riguros proporţional cu curentul de sarcină i_2 astfel încât putem scrie:

$$w_1 i_1 = w_1 i_{10} + w_1 i_1^*; \quad w_1 i_1^* = w_2 i_2 \Rightarrow w_1 i_1 - w_1 i_2 = w_1 i_{10} + w_1 i_1^* - w_2 i_2 = w_1 i_{10} = \theta$$

astfel încât relaţia (1.1) devine:

$$w_1 i_1 - w_2 i_2 = \theta = w_1 i_{10} \qquad (1.2)$$

Din relaţia (1.2) se deduce concluzia că indiferent de valoarea curentului de sarcină i_2, solenaţia rezultantă $\theta = w_1 i_{10}$ este constantă. Dependenţa dintre fluxul magnetic fascicular rezultant φ şi solenaţia rezultantă θ este bijectivă ($P_{Fe} = 0$) dar neliniară, fiind prezentată cu linie plină în Fig 1.5. Asta înseamnă că şi fluxul magnetic fascicular rezultant din miez φ este constant la orice sarcină şi este egal cu fluxul din miez la funcţionarea în gol, $\varphi = \varphi_{10}$.

Ecuaţia de tensiuni primară, în ipoteza neglijării dispersiilor magnetice se scrie:

$$R_1 i_1 - u_1 = -w_1 \frac{d\varphi}{dt} \qquad (1.3)$$

şi cum $R_1 i_1 << u_1$, rezultă că fluxul magnetic φ, considerând tensiunea u_1 sinusoidală, se obţine prin integrarea relaţiei (1.3):

$$\varphi=\frac{1}{w_1}\int u_1 dt=-\frac{U_1\sqrt{2}}{\omega w_1}\cos\omega t=\Phi_m\sin(\omega t-\frac{\pi}{2});\ unde\ \ \Phi_m=\frac{U_1\sqrt{2}}{\omega w_1} \qquad (1.4)$$

Din relaţia (1.4) deducem că fluxul magnetic fascicular rezultant φ este sinusoidal, dacă tensiunea u_1 este sinusoidală. Dacă φ şi θ sunt sinusoidale şi constante (ca valori efective) oricare ar fi curenţii i_1 şi i_2, înseamnă că transformatorul alimentat la tensiunea sinusoidală are o caracteristică de magnetizare φ(θ) liniară şi anume chiar dreapta punctată din Fig. 1.5.

Dacă se neglijează pierderile de putere activă în transformator, puterea instantanee $p_1 = u_1 i_1$ primită de transformator pe la bornele primare AX este egală cu puterea instantanee $p_2 = u_2 i_2$, transmisă sarcinii pe la bornele secundare ax. Aşadar, transformatorul electric schimbă valoarea tensiunii primare u_1 la valoarea u_2 care convine sarcinii, asigurând şi izolarea celor două circuite. Transferul de putere se face prin intermediul câmpului electromagnetic.

1.4. TEORIA TEHNICĂ A TRANSFORMATORULUI ELECTRIC

Teoria transformatoarelor şi maşinilor electrice se poate trata sub două forme şi anume: *teoria fizică* şi *teoria tehnică*. În cazul teoriei fizice se consideră circuitul magnetic al maşinii sau al transformatorului liniar şi fără pierderi în fier. Asta înseamnă că dependenţa dintre solenaţia rezultantă şi fluxul magnetic fascicular este o dreaptă. Fenomenul de saturaţie se neglijează.

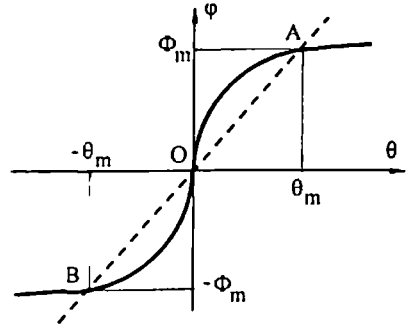


Fig. 1.5. Dependenţa neliniară φ = f(θ).

În cazul teoriei tehnice se consideră dependenţa neliniară dintre solenaţie şi flux, iar pierderile în fier se consideră, în ultimă analiză şi ele nenule. Teoria tehnică permite luarea în calcul a saturaţiei circuitului magnetic şi a pierderilor în fier. Din acest motiv, se va trata în continuare teoria tehnică a transformatorului electric.

Deducerea ecuaţiilor transformatorului, corespunzătoare teoriei tehnice, se va face, considerând pentru început, pierderile din miezul feromagnetic nule.

1.4.1. FORMA INSTANTANEE A ECUAŢIILOR TRANSFORMATORULUI

Ecuaţiile de tensiuni ale circuitelor primar şi secundar se scriu prin aplicarea legii inducţiei electromagnetice de-a lungul unor contururi închise, notate cu Γ_1, respectiv Γ_2 în Fig. 1.4. contururi formate din conductoarele înfăşurărilor:

$$R_1 i_1 - u_1 = -\frac{d\Psi_1}{dt};\quad R_2 i_2 + u_2 = -\frac{d\Psi_2}{dt} \qquad (1.5)$$

în care Ψ_1 şi Ψ_2 sunt fluxurile totale care îmbrăţişează spirele w_1, respectiv w_2 ale celor două înfăşurări ale transformatorului monofazat.

Fluxul total Ψ_1 al înfăşurării primare este suma dintre fluxul util $w_1\varphi$ al înfăşurării (φ este fluxul magnetic fascicular util) şi cel de dispersie $L_{\sigma 1} i_1$ al acesteia, în care $L_{\sigma 1}$ este inductivitatea de dispersie a înfăşurării primare în raport cu cea secundară, inductivitate constantă dat fiind traseul prin aer al fluxului de dispersie al înfăşurării primare. În mod analog, se scrie şi fluxul total Ψ_2 al înfăşurării secundare, în funcţie de inductivitatea $L_{\sigma 2}$ de dispersie a înfăşurării secundare în raport cu cea primară:

$$\Psi_1 = w_1\varphi + L_{\sigma 1} i_1 \; ; \; \Psi_2 = w_2\varphi + L_{\sigma 2} i_2$$

Se înlocuiesc fluxurilor magnetice totale Ψ_1 şi Ψ_2 în cele două ecuaţii (1.5), considerând inductivităţile de dispersie constante şi avem:

$$\begin{aligned} u_1 &= R_1 i_1 + L_{\sigma 1}\frac{di_1}{dt} + w_1\frac{d\varphi}{dt}; \\ -u_2 &= R_2 i_2 + L_{\sigma 2}\frac{di_2}{dt} + w_2\frac{d\varphi}{dt} \end{aligned} \qquad (1.6)$$

Ecuaţiile (1.6) reprezintă primele două ecuaţii ale transformatorului, iar ecuaţia (1.2) constituie a treia ecuaţie. Legătura dintre fluxul magnetic fascicular util φ şi solenaţia rezultantă θ constituie a patra ecuaţie a transformatorului:

$$\varphi = \frac{\theta}{\Re_\mu} = \frac{w_1 i_{10}}{\Re_\mu}, \quad \Re_\mu = \text{reluctanţa miezului}, \qquad (1.7)$$

iar ecuaţia de tensiuni a sarcinii constituie a cincea ecuaţie:

$$u_2 = Ri_2 + L\frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C}\int i_2 dt \qquad (1.8)$$

Necunoscutele sistemului format de cele cinci ecuaţii ale transformatorului sunt: i_1, i_2, u_2, θ şi φ. Sistemul este neliniar datorită caracteristicii neliniare (1.7) a miezului feromagnetic. În ipoteza neglijării dispersiilor şi a rezistenţei înfăşurării primare, sistemul se liniarizează, când caracteristica $\varphi = f(\theta)$ devine o dreaptă (figurată punctat în Fig. 1.5).

1.4.2. FORMA COMPLEXĂ A ECUAŢIILOR TRANSFORMATORULUI

În cazul în care neglijăm căderile de tensiune pe rezistenţa şi inductivitatea de dispersie a înfăşurării primare, la tensiune u_1 sinusoidală, toate cele cinci necunoscute ale sistemului sunt sinusoidale. Se poate deci transcrie sistemul celor cinci ecuaţii în complex simplificat (modulul mărimii complexe este egal cu valoarea efectivă a mărimii sinusoidale şi argumentul mărimii complexe egal cu faza iniţială a mărimii sinusoidale).

Forma complexă a ecuaţiilor transformatorului se obţine ţinând seama că operaţia de derivare se înlocuieşte cu operatorul $j\omega$ în care $j = \sqrt{-1}$, iar cea de integrare se înlocuieşte cu $1/j\omega$. Cu aceste precizări, forma complexă a ecuaţiilor transformatorului electric devine:

$$\begin{aligned} &\underline{U}_1 = R_1\underline{I}_1 + j\omega L_{\sigma 1}\underline{I}_1 + j\omega w_1\frac{\underline{\Phi}_m}{\sqrt{2}}; \quad -\underline{U}_2 = R_2\underline{I}_2 + j\omega L_{\sigma 2}\underline{I}_2 + j\omega w_2\frac{\underline{\Phi}_m}{\sqrt{2}}; \\ &\underline{\theta} = w_1\underline{I}_1 + w_2\underline{I}_2 = w_1\underline{I}_{10}; \quad \underline{\Phi}_m = \frac{\underline{\theta}\sqrt{2}}{\Re_\mu}; \quad \underline{U}_2 = R\underline{I}_2 + j\omega L\underline{I}_2 - \frac{j}{\omega C}\underline{I}_2. \end{aligned} \qquad (1.9)$$

În ecuațiile (1.9) în relația a treia (a solenației) apare semnul plus deoarece compunerea solenațiilor este o considerată o „însumare" vectorială. În electrotehnică fluxurile, inducțiile și câmpurile magnetice se dau în valori de vârf, în timp ce tensiunile și curenții se dau în valori efective. Din această cauză, în relațiile (1.9) apare factorul $\sqrt{2}$ în prima, a doua și a patra ecuație. În teoria mașinilor electrice se fac notațiile uzuale:

$$X_{\sigma 1} = \omega L_{\sigma 1}\ , \qquad X_{\sigma 2} = \omega L_{\sigma 2}\ ,$$
$$\underline{E}_1 = -j\omega w_1 \frac{\underline{\Phi}_m}{\sqrt{2}}, \quad \underline{E}_2 = -j\omega w_2 \frac{\underline{\Phi}_m}{\sqrt{2}} \tag{1.10}$$

Se exprimă t.e.m. a înfășurării primare, considerând relația a patra din (1.9):

$$\underline{E}_1 = -j\omega w_1 \frac{\underline{\theta}\sqrt{2}}{\Re_\mu \sqrt{2}} = -j\omega w_1 \frac{w_1 \underline{I}_{10}}{\Re_\mu} = -jX_\mu \underline{I}_{10} \tag{1.11}$$

în care mărimea $X_\mu = \omega w_1^2 / \Re_\mu$ se numește *reactanța de magnetizare a miezului.* Cu notațiile de mai sus, forma complexă a ecuațiilor transformatorului devine:

$$\underline{U}_1 = R_1 \underline{I}_1 + jX_{\sigma 1}\underline{I}_1 - \underline{E}_1; \quad -\underline{U}_2 = R_2 \underline{I}_2 + j X_{\sigma 2}\underline{I}_2 - \underline{E}_2;$$
$$w_1 \underline{I}_1 + w_2 \underline{I}_2 = w_1 \underline{I}_{10}; \quad \underline{E}_1 = -jX_\mu \underline{I}_{10}; \quad \underline{U}_2 = R\underline{I}_2 + jX\underline{I}_2\,. \tag{1.12}$$

în care $X = \omega L - 1/\omega C$ se numește reactanța totală a sarcinii transformatorului electric.

1.4.3. FORMA RAPORTATĂ A ECUAȚIILOR TRANSFORMATORULUI

Raportarea secundarului transformatorului la primar este operația de înlocuire a înfășurării secundare reale cu una convențională care are același număr de spire cu înfășurarea primară. Mărimile raportate se notează cu "prim" ($w_1 = w_2' \Rightarrow \underline{E}_1 = \underline{E}_2'$). Raportarea are ca scop obținerea, în primele două ecuații, a aceleiași t.e.m. comune $\underline{E}_1 = \underline{E}_2'$, care conduce la o schemă echivalentă a transformatorului cu circuitul secundar (raportat) cuplat galvanic cu cel primar prin intermediul acelei t.e.m. comune.

Regulile de raportare se obțin din condiția ca înfășurările raportată și reală să aibă aceleași puteri aparente, active și reactive. Din relațiile (1.10) găsim că $E_1/E_2 = w1/w_2$ și, prin urmare, putem scrie relațiile de raportare ale tensiunilor transformatorului electric:

$$E_1 = E_2' = E_2 \cdot \frac{w_1}{w_2} \Rightarrow U_2' = U_2 \cdot \frac{w_1}{w_2} \tag{1.13}$$

Din egalitatea puterilor aparente rezultă regula de raportare a curenților și din egalitatea puterilor active și reactive, rezultă regula de raportare a rezistențelor și reactanțelor:

$$E_2 I_2 = E_2' I_2' \Rightarrow I_2' = I_2 \frac{w_2}{w_1}$$
$$R_2 I_2^2 = R_2' I_2'^2 \Rightarrow R_2' = R_2 \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 \tag{1.14}$$
$$X_{\sigma 2} I_2^2 = X_{\sigma 2}' I_2'^2 \Rightarrow X_{\sigma 2}' = X_{\sigma 2} \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2$$

Se înmulțesc ecuația a doua și a cincea din (1.12) cu w_1/w_2 și a treia se împarte cu w_1, obținându-se forma raportată a ecuațiilor transformatorului:

$$\begin{aligned} &\underline{U}_1 = R_1\underline{I}_1 + jX_{\sigma 1}\underline{I}_1 - \underline{E}_1 ; \quad -\underline{U}_2' = R_2'\underline{I}_2' + jX_{\sigma 2}'\underline{I}_2' - \underline{E}_1 ; \\ &\underline{I}_1 + \underline{I}_2' = \underline{I}_{10} ; \quad \underline{E}_1 = -jX_\mu \underline{I}_{10} ; \quad \underline{U}_2' = R'\underline{I}_2' + jX'\underline{I}_2' . \end{aligned} \tag{1.15}$$

Raportarea secundarului la primar conduce la obținerea unor mărimi ale înfășurării raportate aproximativ egale cu cele ale înfășurării la care se raportează:

$$R_2' \cong R_1 ; \; X_{\sigma 2}' \cong X_{\sigma 1} ; \; I_2' \cong I_1 ; \; U_2' \cong U_1$$

Se poate raporta și înfășurarea primară la cea secundară, relațiile de raportare fiind analoage [de exemplu: $R_1' = R_1(w_2/w_1)^2$ etc.].

1.4.4. INFLUENȚA PIERDERILOR ÎN FIER ASUPRA ECUAȚIILOR

Dacă pierderile în fierul miezului transformatorului nu mai sunt nule, cum s-a presupus până acum, funcția $\varphi = f(\theta)$ nu mai este bijectivă și se reprezintă sub forma unui ciclu de histerezis. Dacă U_1 = const., transformatorul se poate liniariza, situație în care ciclul de histerezis real se echivalează cu unul eliptic. În acest caz, mărimile φ și θ sunt sinusoidale, dar nu mai sunt în fază ci sunt defazate cu un unghi α de avans histerezis și anume solenația este înaintea fluxului (Fig. 1.6).

Curentul de mers în gol $\underline{I}_{10}$ se descompune în două componente: una $\underline{I}_\mu$, în fază cu $\underline{\Phi}_m$, numită curent de magnetizare și alta $\underline{I}_w$, perpendiculară pe $\underline{\Phi}_m$ numită componentă de pierderi (sau wattată). Componenta $\underline{I}_\mu$, în fază cu $\underline{\Phi}_m$, este aceea care creează acest flux (ca în cazul când $P_{Fe} = 0$). Este deci logic ca cealaltă componentă $\underline{I}_w$ să corespundă pierderilor în fier. Așadar, luarea în considerație a pierderilor în miezul feromagnetic al transformatorului conduce la apariția unui curent suplimentar $\underline{I}_w$, curent care caracterizează aceste pierderi.

Se definește o rezistență R_w, echivalentă pierderilor în fier, cu o relație energetică, respectiv folosind relația de definiție a unei rezistențe și rezultă expresiile:

$$R_w = \frac{P_{Fe}}{I_w^2} = \frac{E_1}{I_w} \tag{1.16}$$

Pierderile în fier modifică numai ecuațiile a treia și a patra din sistemul (1.15), care devin:

$$\underline{I}_1 + \underline{I}_2' = \underline{I}_{10} = \underline{I}_w + \underline{I}_\mu ; \; \underline{E}_1 = -jX_\mu \underline{I}_\mu = -R_w\underline{I}_w \tag{1.17}$$

1.4.5. SCHEMA ECHIVALENTĂ ȘI DIAGRAMA DE FAZORI

În concordanță cu ecuațiile transformatorului, se poate reprezenta o schemă echivalentă în T a transformatorului, cu circuitul secundar raportat, cuplat galvanic cu primarul, schemă care se reprezintă în Fig. 1.7.a. Curentul de mers în gol al transformatorului are valori reduse, $I_{10} \in (0{,}01 \ldots 0{,}1)\, I_{1n}$, unde I_{1n} este curentul nominal primar al acestuia.

În ipoteza neglijării curentului de mers, în gol, schema echivalentă a transformatorului se simplifică ca în figura 1.7.b., în care rezistența totală R_k și reactanța totală $X_{\sigma k}$ au expresiile:

$$R_k = R_1 + R_2' \; ; \; X_{\sigma k} = X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}' \tag{1.18}$$

Iar transformatorul electric este echivalent cu o impedanță serie R_k, $X_{\sigma k}$. Această ipoteză conduce la rezultate acceptabile la transformatoare cu puteri peste 1kVA și la rezultate bune la puteri de peste 10 kVA. La puteri mai mici de 1 kVA trebuie să se lucreze cu schema echivalentă din Fig. 1.7.a deoarece, în acest caz, curentul de mers în gol nu se mai poate neglija.

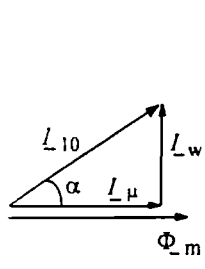


Fig. 1.6. Diagrama curenților.

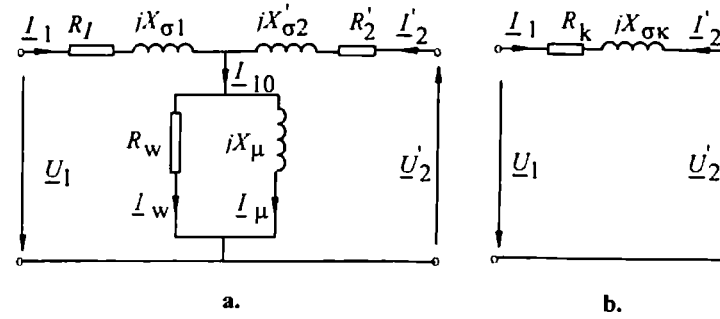


Fig. 1.7. Schema echivalentă a transformatorului: a - completă; b - simplificată.

Diagrama de fazori a transformatorului reprezintă un mod grafic de reprezentare a ecuațiilor sale fazoriale. Pentru a construi diagrama de fazori se consideră conoscute următoarele mărimi: parametrii transformatorului, curenții I_μ, I_w, tensiunea de sarcină U'_2, curentul de sarcină I'_2 precum și defazajul φ_2 dintre fazorii $\underline{U}'_2$ și $\underline{I}'_2$. Pentru a putea urmări ușor succesiunea de construcție a diagramei de fazori, pe fiecare fazor se scrie o cifră care este în concordanță cu ordinea de construcție a fazorului respectiv.

Se construiesc fazorii $\underline{U}'_2$ și $\underline{I}'_2$, la scara tensiunilor, respectiv a curenților, având între ei unghiul φ_2. Se adaugă fazorului $\underline{U}'_2$ fazorii $R'_2\underline{I}'_2$ și $jX'_{\sigma 2}\underline{I}'_2$ și se obține fazorul $-\underline{E}_1$. Pe direcția perpendiculară pe $-\underline{E}1$ rezultă direcția fazorului flux magnetic $\underline{\Phi}_m$, apoi se obține fazorul curentului $\underline{I}_1$ și după aceea se desenează conturul ecuației fazoriale a înfășurării primare. Rezultă în final, fazorul tensiunii la borne $\underline{U}_1$ și implicit defazajul φ_1 dintre tensiunea și curentul înfășurării primare. În Fig. 1.8.a, se prezintă diagrama de fazori completă a transformatorului.

În cazul schemei simplificate, ecuațiile transformatorului se reduc la una singură:

$$\underline{U}_1 = -\underline{U}'_2 - R_k\underline{I}'_2 - jX_{\sigma k}\underline{I}'_2 \tag{1.19}$$

Reprezentarea ecuației de mai sus, în planul complex, conduce la diagrama de fazori simplificată a transformatorului electric, desenată în Fig. 1.8.b., în care s-a ales ca origine de fază tensiunea $-\underline{U}'_2$.

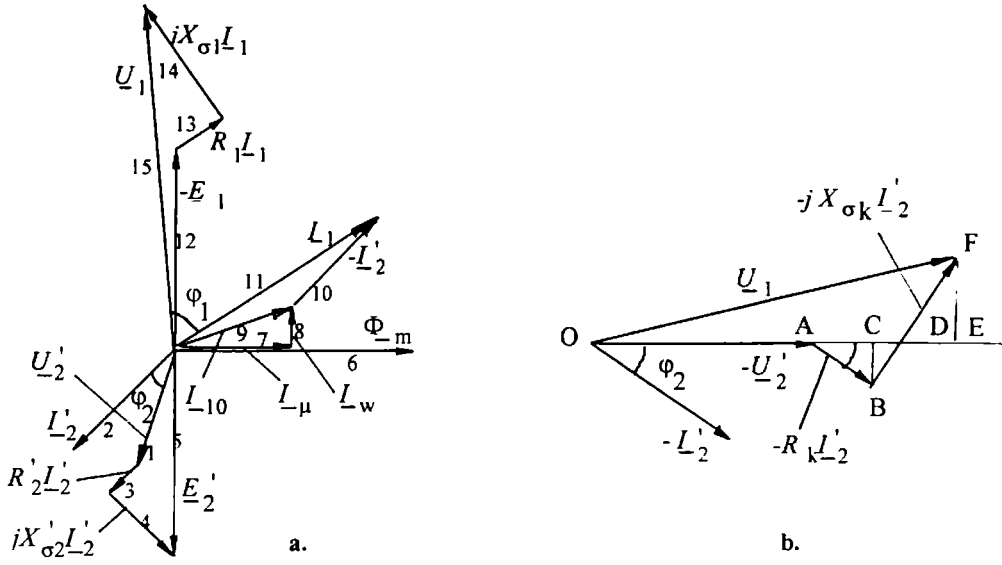


Fig. 1.8. Diagrama de fazori a transformatorului: **a** - completă; **b** - simplificată.

1.5. BILANȚUL DE PUTERI ACTIVE AL TRANSFORMATORULUI

Pentru a deduce ecuația de bilanț a puterilor active se pornește de la schema echivalentă în T a transformatorului. În această schemă apar trei rezistențe și, conform teoremei conservării puterilor active, în transformator se produc trei categorii de pierderi active: în înfășurarea primară, în înfășurarea secundară și în miezul feromagnetic. Astfel, din puterea activă P_1 absorbită de înfășurarea primară, o mică parte $R_1 I_1^2$ se pierde în înfășurarea primară sub forma de pierderi Joule, o altă mică parte $R_2' I_1'^2$ se pierde în înfășurarea secundară, o parte redusă $E_1 I_w = R_w I_w^2$ se pierde în miezul transformatorului și cea mai mare parte $U_2' I_2' \cos\varphi_2$ se transmite sarcinii. Diagrama bilanțului de puteri active al transformatorului se prezintă în Fig. 1.9.

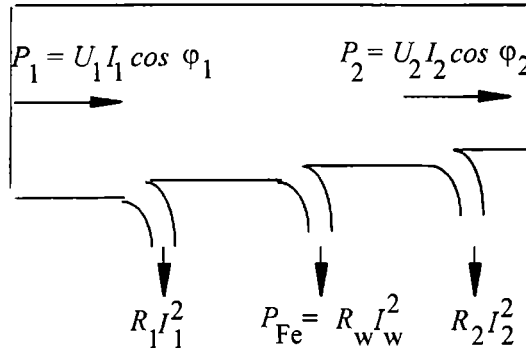


Fig. 1.9. Diagrama de bilanț a puterilor active.

1.6. REGIMURI PERMANENTE ALE TRANSFORMATORULUI

Se numeşte regim permanent de funcţionare, regimul în care mărimile caracteristice sunt constante în timp sau variază periodic.

1.6.1. REGIMUL DE FUNCŢIONARE ÎN GOL

Regimul de funcţionare în gol este caracterizat de curent secundar nul, $I_2 = 0$, sau de impedanţă de sarcină infinită. Ecuaţiile transformatorului în acest regim sunt:

$$\underline{U}_{10} = R_1 \underline{I}_{10} + jX_{\sigma 1}\underline{I}_{10} - \underline{E}_1 ; \quad -\underline{U}_2' = -\underline{E}_1 ;$$

$$\underline{I}_{10} = \underline{I}_\mu + \underline{I}_w ; \quad \underline{E}_1 = \underline{E}_2' = -jX_\mu \underline{I}_\mu = -R_w \underline{I}_w$$

La funcţionarea în gol, transformatorul este echivalent cu o bobină cu miez de fier care are schema echivalentă în Fig. 1.10.a şi diagrama de fazori în Fig. 1.10.b.

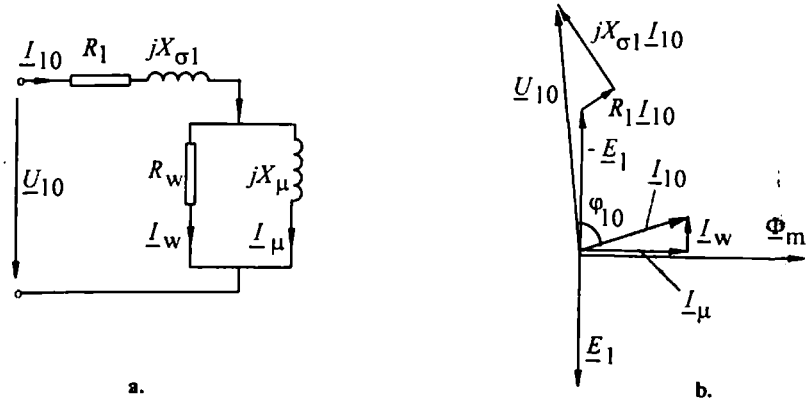


Fig. 1.10. Regimul de funcţionare în gol: **a** - schema echivalentă; **b** - diagrama de fazori.

Pentru a încerca un transformator în gol se foloseşte schema experimentală din Fig. 1.11, în care RT este un regulator de tensiune (autotransformator) reglabil, iar T este transformatorul de încercat. Aparatele din schemă se aleg astfel încât să poată măsura tensiunile nominale ale transformatorului şi curenţi reduşi, în gama (2...10) % din curentul nominal primar.

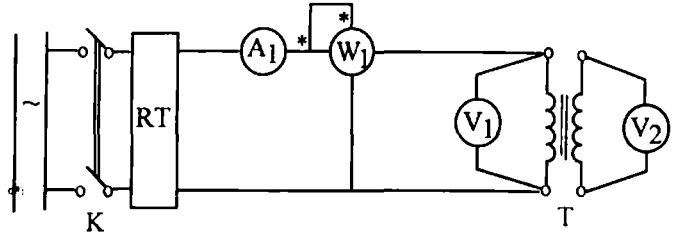


Fig. 1.11. Schema de montaj pentru încercarea transformatorului în gol.

Încercarea în gol, la tensiune nominală, se realizează astfel: se reglează din RT tensiunea aplicată transformatorului până când aceasta ia valoarea $U_{10} = U_{1n}$ şi în acel

moment se măsoară valorile P_{10}, I_{10}, şi U_{20}. Cu ajutorul celor patru mărimi măsurate la mersul în gol, se pot calcula câteva date caracteristice ale transformatorului şi anume:

- *raportul de transformare,* cu relaţia $k=U_{10}/U_{20}$ (pentru transformatoarele coborâtoare de tensiune), raportul de transformare fiind întotdeauna supraunitar;
- *curentul de mers în gol raportat* la curentul nominal:

$i_{10}[\%]=\frac{I_{10}}{I_{1n}}\cdot 100$, in care $I_{1n}=\frac{S_{1n}}{U_{1n}}$, ($S_{1n}$ este puterea aparentă nominală primară);

- *pierderile nominale în fier* (miez) se calculează cu relaţia: $P_{Fen}=P_{10}-R_1 I_{10}^2 \cong P_{10}$, ($R_1 I_{10}^2 \cong 0$, dată fiind valoarea foarte mică a curentului de mers în gol). Aşadar, la mersul în gol, puterea absorbită de transformator, alimentat la tensiune nominală, reprezintă chiar pierderile nominale în miezul feromagnetic;
- *factorul de putere la mersul în gol* $\cos\varphi_{10}$ se determină cu relaţia:

$$\cos\varphi_{10}=\frac{P_{10}}{U_{10}I_{10}} \in (0{,}05...0{,}3)$$

având valori foarte mici, de unde se deduce faptul că în gol, transformatorul absoarbe o putere reactivă însemnată;

- *parametrii* R_w *şi* X_μ *din schema echivalentă* se deduc considerând că $R_1 << R_w$, respectiv, $X_{\sigma 1} << X_\mu$. Deci, la funcţionarea în gol, schema echivalentă este reprezentată de un circuit R_w - X_μ paralel, astfel încât avem:

$$P_{10}=P_{Fe}=U_{10}I_{10}\cos\varphi_{10}=U_{10}I_w,$$
$$R_w=\frac{U_{10}}{I_w}=\frac{U_{10}}{I_{10}\cos\varphi_{10}};\ X_\mu=\frac{U_{10}}{I_{10}\sin\varphi_{10}} \qquad (1.20)$$

1.6.2. REGIMUL DE FUNCŢIONARE ÎN SCURTCIRCUIT

Funcţionarea în scurtcircuit este caracterizată de $U_2 = 0$, sau de impedanţă de sarcină nulă. Schema echivalentă simplificată a transformatorului la scurtcircuit este prezentată în Fig. 1.12, parametrii R_k şi $X_{\sigma k}$ numindu-se şi parametrii de scurtcircuit. Se poate defini *tensiunea nominală de scurtcircuit* a transformatorului ca fiind tensiunea care, aplicată unei înfăşurări când cealaltă înfăşurare este în scurtcircuit, face ca prin transformator să circule curenţii nominali. Din schema prezentată în Fig. 1.12, deducem valoarea relativă a tensiunii nominale de scurtcircuit şi a componentelor sale:

$$u_{kn}=\frac{U_{1k}}{U_{1n}}=\frac{Z_k I_{1n}}{U_{1n}}=\frac{I_{1n}\sqrt{R_k^2+X_{\sigma k}^2}}{U_{1n}}=\sqrt{\left(\frac{R_k I_{1n}}{U_{1n}}\right)^2+\left(\frac{X_{\sigma k} I_{1n}}{U_{1n}}\right)^2}=\sqrt{u_{ka}^2+u_{kr}^2} \qquad (1.21)$$

în care: u_{kn} se numeşte tensiune nominală de scurtcircuit raportată, iar u_{ka} şi u_{kr} componentele activă şi reactivă ale acesteia, care reprezintă două mărimi ce caracterizează transformatorul.

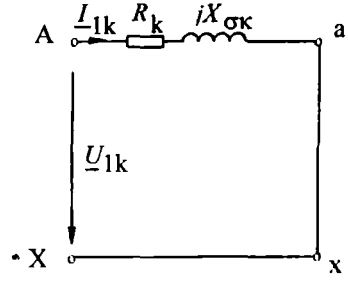


Fig. 1.12. Schema echivalentă la scurtcircuit.

Pentru încercarea de scurtcircuit se foloseşte o schemă asemănătoare cu aceea din Fig. 1.11, cu deosebirea că, în secundar, se montează un ampermetru A_2 în locul voltmetrului V_2, iar aparatele se aleg pentru curenţi nominali şi pentru tensiuni reduse (15 ... 20) % din U_n. Se reglează din RT tensiunea, până când prin transformator circulă curenţii nominali şi se citesc datele U_{1k}, $I_{1k} = I_{1n}$ şi P_{1k}. Cu ajutorul celor trei valori măsurate la scurtcircuit se determină alte mărimi caracteristice ale transformatorului:

- *tensiunea nominală de scurtcircuit* în procente se determină cu relaţia:

$$u_{kn}\ \% = \frac{U_{1k}}{U_{1n}} \cdot 100 \in (4...15)\ \%$$

- *parametrii globali* R_k *şi* $X_{\sigma k}$ se calculează cu relaţiile:

$$R_k = \frac{P_{1k}}{I_{1k}^2};\ X_{\sigma k} = \sqrt{\left(\frac{U_{1k}}{I_{1k}}\right)^2 - R_k^2} = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} \qquad (1.22)$$

- *pierderile nominale în înfăşurări* P_{Jn}, la temperatura standard θ_n (75°C pentru transformatoare în clasele de izolaţie Y, A, E, B, respectiv 115°C pentru clasele de izolaţie F, H, C), se deduc cu relaţia:

$$P_{Jn} = P_{1k} \cdot \frac{\theta_n + 235}{\theta + 235}, \text{conductoare din cupru} \qquad (1.23)$$

în care θ este temperatura transformatorului în momentul măsurării pierderilor P_{1k};

- *componentele tensiunii nominale de scurcircuit* se determină cu relaţiile:

$$u_{ka} = \frac{R_k I_{1n}}{U_{1n}} = \frac{R_k I'_{2n}}{U_{1n}};\quad u_{kr} = \frac{X_{\sigma k} I_{1n}}{U_{1n}} = \frac{X_{\sigma k} I'_{2n}}{U_{1n}} \qquad (1.24)$$

1.6.3. REGIMUL DE FUNCŢIONARE ÎN SARCINĂ

Funcţionarea în sarcină a transformatorului se tratează considerând impedanţa sarcinii de expresie $\underline{Z}' = R' + jX'$. La funcţionarea în sarcină, se poate lucra cu schema echivalentă simplificată a transformatorului şi, conform acestei scheme (Fig. 1.7.b), se pot determina curenţii prin transformator cu relaţia:

$$I_1 \cong I'_2 = \frac{U_1}{\sqrt{(R_k + R')^2 + (X_{\sigma k} + X')^2}}$$

în care: R' şi X' sunt parametrii electrici ai sarcinii, raportaţi la primar. Conform regulii lui Lenz, sensul curentului I_2 este opus sensului curentului I_1, deoarece curentul I_2 este indus în secundar. La funcţionarea în gol, putem scrie relaţiile: $\underline{U}_{10} \cong -\underline{E}_1 = -\underline{E}'_2 = -\underline{U}'_{20}$

din care deducem că tensiunile $\underline{U}_{10}$ şi $\underline{U}'_{20}$ sunt în antifază. În realitate, alegându-se reguli diferite pentru înfăşurarea primară (receptor) şi secundară (generator), sensul real al tensiunii secundare va fi opus aceluia obţinut din ecuaţii, deci $\underline{U}_{10}$ şi $\underline{U}'_{20}$ sunt în fază. Aşadar, orice transformator electric, cu înfăşurările aşezate pe coloane în acelaşi sens de bobinare are curentul secundar în antifază cu cel primar, iar tensiunea secundară în fază cu cea primară.

1.7. CARACTERISTICILE TRANSFORMATORULUI

Caracteristicile transformatorului se pot determina, prin calcul, în urma cunoaşterii mărimilor specifice u_{ka}, u_{kr}, P_{Jn}, P_{Fen}, care s-au dedus din încercările efectuate în regimurile limită de gol şi de scurtcircuit.

1.7.1. CARACTERISTICA EXTERNĂ

Caracteristica externă a transformatorului este definită de relaţia $U_2 = f(I_2)$, pentru U_1 = const. şi $\cos\varphi_2$ = const. Se consideră parametrii transformatorului constanţi şi frecvenţa constantă. Pentru calculul analitic al caracteristicii externe se determină întâi căderea de tensiune relativă secundară raportată la tensiunea secundară de mers în gol:

$$\frac{\Delta U_2}{U_{20}} = \frac{U_{20}-U_2}{U_{20}} = \frac{(U_{20}-U_2)\cdot(w_1/w_2)}{U_{20}\cdot(w_1/w_2)} = \frac{U'_{20}-U'_2}{U'_{20}} = \frac{U_{1n}-U'_2}{U_{1n}}$$

deoarece $U'_{20} = E'_{20} = E_1 \cong U_{1n}$. Pornind de la Fig. 1.8.b., în care OF=OE şi D este proiecţia lui F pe $-\underline{U}'_2$, putem scrie că:

$$U_{1n}-U'_2 = AE \cong AD = AC+CD = R_k I'_2 \cos\varphi_2 + X_{\sigma k} I'_2 \sin\varphi_2$$

aşa încât căderea relativă de tensiune de la gol la sarcină se scrie:

$$\frac{\Delta U_2}{U_{20}} = \frac{R_k I'_{2n}}{U_{1n}} \cdot \frac{I'_2}{I'_{2n}} \cdot \cos\varphi_2 + \frac{X_{\sigma k} I'_{2n}}{U_{1n}} \cdot \frac{I'_2}{I'_{2n}} \cdot \sin\varphi_2 = \beta(u_{ka}\cos\varphi_2 + u_{kr}\sin\varphi_2); \quad (1.25)$$

în care: $\beta = I'_2 / I'_{2n} = I_2 / I_{2n}$ reprezintă *factorul de încărcare* al transformatorului.

Din relaţiile de mai sus, se deduce expresia analitică a caracteristicii externe, pusă sub forma $U_2 = f(\beta)$: $U_2 = \frac{w_2}{w_1} \cdot U_{1n} \cdot [1 - \beta(u_{ka}\cos\varphi_2 + u_{kr}\sin\varphi_2)]$

În general, căderile de tensiune sunt pozitive în cazul sarcinilor rezistive şi inductive şi negative în cazul sarcinilor capacitive pronunţate.

În Fig. 1.13 se prezintă familia de caracteristici externe ale transformatorului şi se constată că există o anumită sarcină capacitivă de defazaj $\varphi_2^* < 0$, pentru care tensiunea la bornele secundare U'_2 = const. pentru orice curent de sarcină. Valoarea lui φ_2^* se determină din condiţia $\Delta U_2 = 0$, rezultând:

$$\varphi_2^* = -arctg\frac{u_{ka}}{u_{kr}} = -arctg\frac{R_k}{X_{\sigma k}} = -(\frac{\pi}{2} - \varphi_k)$$

φ_k fiind defazajul intern al transformatorului.

1.7.2. CARACTERISTICA RANDAMENTULUI

Caracteristica randamentului este definită de relația $\eta = f(I_2)$ sau $\eta = f(\beta)$, pentru $U_1 = U_{1n} = \text{const.}$ și $\cos\varphi_2 = \text{const.}$ Pentru a determina o expresie analitică a caracteristicii randamentului, se pornește de la definiția randamentului:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \Sigma P}; \quad \Sigma P = \text{suma pierderilor}$$

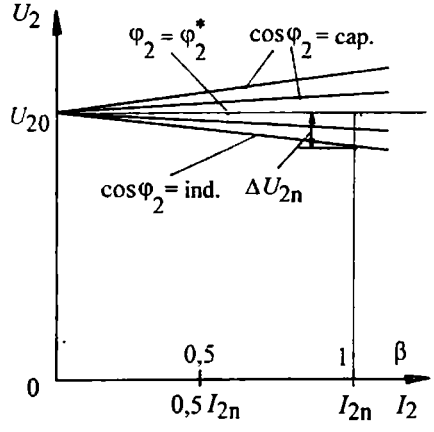


Fig. 1.13. Familia de caracteristici externe.

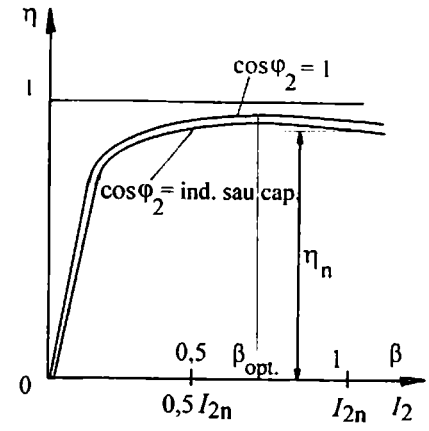


Fig. 1.14. Caracteristicile randamentului.

Suma pierderilor ΣP se deduce din diagrama de bilanț a puterilor active Relația randamentului se mai poate pune sub forma echivalentă:

$$\eta = \frac{U_2' I_2' \cos\varphi_2}{U_2' I_2' \cos\varphi_2 + R_1 I_1^2 + R_2' I_2'^2 + P_{Fe}}$$

Dacă se ține seama că $I_2' = \beta I_{2n}'$ și că :

$$S_n = U_2' I_{2n}'; \quad R_1 I_1^2 + R_2' I_2'^2 = (R_1 + R_2') I_2'^2 = R_k I_2'^2 = \beta^2 R_k I_{2n}'^2 = \beta^2 P_{Jn}$$

expresia randamentului transformatorului devine:

$$\eta = \frac{\beta S_n \cos\varphi_2}{\beta S_n \cos\varphi_2 + \beta^2 P_{Jn} + P_{Fen}} \tag{1.26}$$

care reprezintă expresia analitică a familiei de caracteristici ale randamentului. În expresia (1.26), P_{Fen} reprezintă pierderile în fier nominale, corespunzătoare tensiunii nominale aplicate în primar, iar P_{Jn} reprezintă pierderile Joule nominale din înfășurări.

În Fig. 1.14, se prezintă familia de caracteristici ale randamentului. Se constată că există o încărcare ($\beta = \beta_{opt.}$) pentru care randamentul este maxim. Randamentul maxim se determină rezolvând ecuația $\partial\eta/\partial\beta = 0$ care, după rezolvare, ne conduce la determinarea unei valori optime a factorului de încărcare β, dată de relația:

$$\beta_{opt.} = \sqrt{\frac{P_{Fen}}{P_{Jn}}} \tag{1.27}$$

Pentru valoarea optimă a factorului de încărcare se obține randamentul maxim al transformatorului. În general, diferența dintre η_{max} și η_n este foarte mică, încât este potrivit să se utilizeze transformatorul nu la η_{max}, ci la η_n.

Randamentul nominal al unui transformator este ridicat, și depinde de puterea acestuia. Pentru S_n = 100VA, $\eta_n \in (0,65...0.8)$, iar pentru S_n=100kVA, $\eta_n \in$ (0,97...0,985).

1.8. PARTICULARITĂȚI ALE TRANSFORMATOARELOR TRIFAZATE

Pentru transformatoarele utilizate în rețelele trifazate de putere se folosesc, în principal, două variante constructive: *grupul transformatoric* și *transformatorul trifazat cu miez compact* (cu flux forțat), care de fapt este transformatorul trifazat obișnuit.

1.8.1. GRUPUL TRANSFORMATORIC

Grupul transformatoric se foloseşte la puteri mari şi foarte mari şi este format din trei transformatoare monofazate identice, cu înfăşurările conectate în stea sau în triunghi. Grupul transformatoric are câteva avantaje cum ar fi: execuție simplă, transport mai uşor şi o rezervă mai mică (un singur transformator monofazat, în loc de unul trifazat). Are însă, două dezavantaje: consum mărit de fier şi funcționare defectuoasă în regimuri nesimetrice, deoarece se produce o deplasare mare a punctului neutru al sistemului trifazat de tensiuni, care conduce la o dezechilibrare importantă a tensiunilor de fază.

În Fig. 1.15, se prezintă schema electrică a grupului transformatoric cu înfăşurările conectate în stea.

1.8.2. TRANSFORMATORUL TRIFAZAT CU MIEZ COMPACT

Construcția transformatorului trifazat cu miez compact (cu flux forțat) provine teoretic din grupul transformatoric prin efectuarea unor modificări succesive. Să presupunem că cele trei transformatoare ale grupului transformatoric sunt aşezate ca în Fig. 1.16.a. Constatăm că fluxul magnetic rezultant prin coloana comună este nul, deoarece cele trei fluxuri φ_A, φ_B, φ_C, fiind trifazate simetrice, au suma nulă în orice moment de timp.

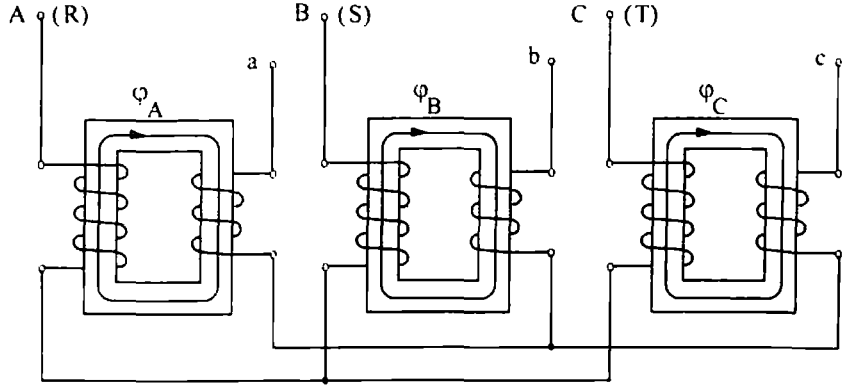


Fig. 1.15. Schema electrică a grupului transformatoric, cu înfăşurările conectate în stea.

Aşadar, în regimuri simetrice, cele trei coloane pot lipsi. Ajungem la construcţia din Fig. 1.16.b., în care se reprezintă un transformator trifazat cu miez simetric, greu de realizat practic, datorită îmbinărilor dintre jugurile inferioare şi superioare.

Renunţăm la două dintre jugurile construcţiei simetrice (cele marcate cu linie îngroşată în Fig. 1.16.b.) şi se rabat, în linie dreaptă, jugurile rămase, astfel că ajungem la construcţia din Fig. 1.16.c., care constituie cea mai folosită construcţie de miez magnetic trifazat pentru transformatoarele electrice de putere.

Această construcţie se numeşte transformator cu miez compact, sau cu flux forţat, în sensul că suma celor trei fluxuri $\varphi_A + \varphi_B + \varphi_C$, este "forţată" să fie nulă.

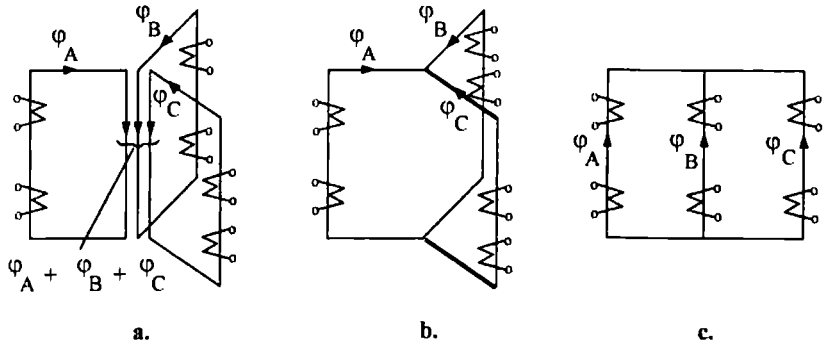


Fig. 1.16. Transformarea grupului transformatoric în transformator cu miez compact:
a - grup transformatoric; **b** - transformator cu miez simetric; **c** - transformator cu miez compact.

Miezul trifazat compact are nesimetrie magnetică deoarece reluctanţa coloanelor externe este mai mare decât reluctanţa coloanei centrale. Această nesimetrie o reducem, în principal, prin două procedee: primul constă în construirea coloanei transformatorului la o lungime mai mare decât lungimea jugului, astfel încât reluctanţa jugului să conteze mai puţin în raport cu reluctanţa coloanei şi al doilea constă în mărirea secţiunii jugului cu (5 ... 10) %, în raport cu secţiunea coloanei.

1.8.3. TRANSFORMATORUL TRIFAZAT ÎN REGIM NESIMETRIC

Dacă transformatorul trifazat funcţionează într-un regim nesimetric sinusoidal, atunci suma fazorială a celor trei fluxuri $\underline{\Phi}_A + \underline{\Phi}_B + \underline{\Phi}_C$, nu se mai anulează şi verifică relaţia:

$$\underline{\Phi}_A+\underline{\Phi}_B+\underline{\Phi}_C=3\underline{\Phi}_0 \qquad (1.28)$$

în care: $\underline{\Phi}_0$ este componenta homopolară a fluxului magnetic, sinfazică pe cele trei faze. La transformatorul cu miez compact, componenta homopolară $\underline{\Phi}_0$ nu are pe unde se închide, deoarece coloanele centrale din Fig. 1.16.a lipsesc. În această situaţie, fluxul homopolar se închide în parte prin aer, în parte prin schela metalică a transformatorului (tiranţi, cuvă) producând pierderi suplimentare. Acest flux $\underline{\Phi}_0$ este însă mic, deoarece reluctanţa corespunzătoare este foarte mare având şi porţiuni de aer. Din această cauză, transformatorul trifazat cu miez compact, deşi are o oarecare nesimetrie magnetică, poate funcţiona relativ bine, în sarcină nesimetrică.

În cazul grupului transformatoric fluxul $\underline{\Phi}_0$ se poate închide nestingherit pe traseele fluxurilor fundamentale $\underline{\Phi}_A$, $\underline{\Phi}_B$, $\underline{\Phi}_C$ dând naştere la tensiuni importante de nesimetrie. Din această cauză, grupul transformatoric nu funcţionează bine în sarcină nesimetrică.

1.9. SCHEME ŞI GRUPE DE CONEXIUNI

Transformatoarele electrice de putere au conexiunile înfăşurărilor efectuate de către constructor. Înfăşurările trifazate ale transformatoarelor electrice pof fi conectate în *stea*, *triunghi* sau *zig - zag* (numai pentru joasă tensiune).

1.9.1. SCHEME DE CONEXIUNI

a. Conexiunea stea

Conexiunea stea se notează cu simbolul "y", pentru înfăşurările de joasă tensiune şi cu simbolul "Y", pentru cele de înaltă tensiune. Conexiunea se realizează, practic, legând împreună începuturile (sau sfârşiturile) înfăşurărilor de fază, cum se arată în Fig. 1.17. Mărimile fazoriale de fază, indicate pe figură (în cazul încărcării simetrice) s-au notat cu indicele "*f*", iar mărimile de linie s-au notat cu indicele "*l*". În Fig. 1.18 se prezintă diagrama de fazori a tensiunilor de linie şi de fază în cazul conexiunii stea. Relaţiile dintre tensiunile şi curenţii de linie şi de fază, pentru conexiunea stea, în regimuri simetrice de funcţionare, sunt următoarele:

$$U_l=\sqrt{3}\cdot U_f\ ;\ I_l=I_f$$

b. Conexiunea triunghi

Schema de conexiuni triunghi are simbolul "d" pentru înfăşurările de joasă tensiune şi simbolul "D" pentru cele de înaltă tensiune. Această schemă de conexiune se realizează, conectând sfârşitul unei înfăşurări de fază cu începutul înfăşurării fazei următoare (Fig. 1.19). La conexiunea triunghi, în regimuri simetrice de funcţionare, între tensiunile şi curenţii de linie şi de fază există relaţiile:

$$U_l=U_f;\ I_l=\sqrt{3}\cdot I_f$$

Transformatoarele de putere care pot funcţiona în regimuri nesimetrice trebuie să aibă una dintre cele două înfăşurări conectate în triunghi. Acest lucru este important, deoarece pe circuitul triunghiului se poate închide curentul homopolar care, prin reacţie, anulează aproape complet fluxurile homopolare. Acest lucru constituie un avantaj, deoarece în înfăşurările de fază nu mai apar tensiunile corespunzătoare componentelor homopolare. Dacă transformatorul trebuie să aibă obligatoriu conexiunea Yy, atunci el se poate prevedea cu o a treia înfăşurare suplimentară (terţiară) conectată în triunghi.

c. Conexiunea zig - zag

Schema de conexiune zig - zag se realizează numai la înfăşurările de joasă tensiune ale transformatoarelor de distribuţie, care au consumatori monofazaţi, conexiunea asigurând o oarecare simetrizare a sarcinii. Conexiunea zig - zag se notează cu litera "z" şi se poate executa numai dacă înfăşurarea este formată, pe fiecare fază, din câte două bobine identice, având fiecare câte $w_2/2$ spire.

În Fig. 1.20. sunt prezentate schema de conexiuni şi diagrama de fazori ale înfăşurării conectate în zig - zag. Pe schema înfăşurării s-au notat cu săgeţi sensurile de înfăşurare ale fiecărei bobine. Constatăm că o fază a zig - zagului este formată din două

bobine aparţinând la două coloane diferite, ceea ce face ca nesimetria produsă de sarcina monofazată de pe o fază să se reflecte pe două coloane ale miezului, fapt care asigură o oarecare simetrizare.

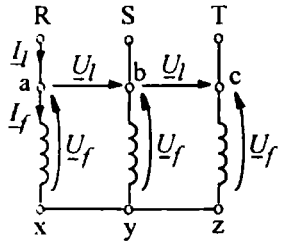


Fig. 1.17. Conexiunea stea.

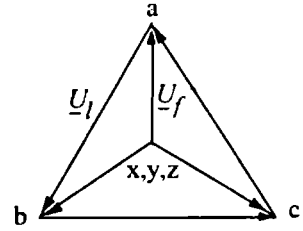


Fig. 1.18. Diagrama tensiunilor la conexiunea stea.

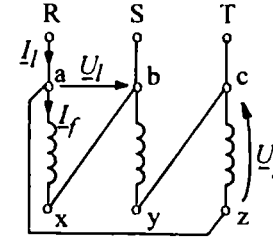


Fig. 1.19. Conexiunea triunghi.

Tensiunea şi curentul de linie pentru înfăşurarea în zig - zag au următoarele valori:

$$U_l=\sqrt{3}\cdot U_f=3U'_f;\ I_l=I_f$$

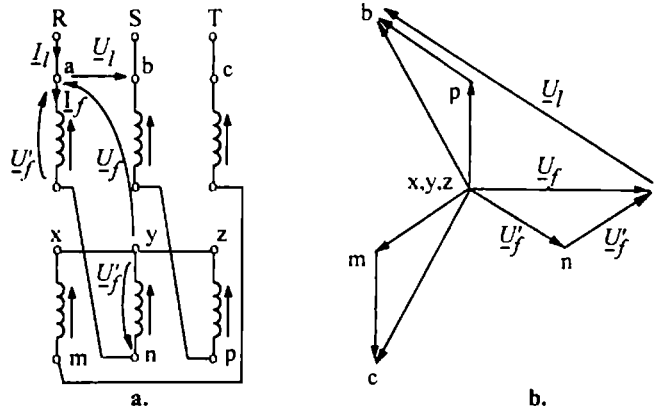


Fig. 1.20. Conexiunea zig - zag: **a** - schema electrică; **b** - diagrama de fazori.

La aceeaşi putere a transformatorului, înfăşurarea în zig - zag se execută cu consum mai mare de material conductor în raport cu conexiunea stea sau triunghi (la care consumul de material este acelaşi). Într-adevăr, în cazul conexiunii zig - zag cu cele w_2 spire pe fază ($w_2/2$ spire pe bobină, care asigură tensiunea U'_f), se obţine tensiunea $U_f=\sqrt{3}\,U'_f$, deoarece cele două tensiuni U'_f ale bobinelor sunt defazate cu 60° şi se adună geometric, în timp ce la conexiunea stea sau triunghi, la care cele două tensiuni U'_f ale bobinelor sunt paralele şi se adună aritmetic,cu cele w_2 spire pe fază, se obţine tensiunea $2U'_f$. Cu acelaşi număr de spire, conexiunea stea sau triunghi realizează deci o tensiune de $2/\sqrt{3}$ = 1,156 ori mai mare, decât conexiunea zig-zag. Aşadar, consumul de material conductor al înfăşurărilor este cu 15,6 % mai mare la conexiunea zig - zag, în raport cu conexiunea stea sau triunghi pentru aceeaşi putere a transformatorului.

1.9.2. GRUPE DE CONEXIUNI

De felul conexiunilor înfăşurărilor depinde defazajul dintre tensiunile de linie de joasă tensiune şi de înaltă tensiune măsurat între bornele omoloage. Acest defazaj este întotdeauna multiplu de 30° pentru sistemele trifazate.

Se numeşte grupă de conexiune numărul care reprezintă defazajul dintre fazorul tensiunii de linie de înaltă tensiune (de exemplu $\underline{U}_{AB}$) şi fazorul tensiunii omoloage de joasă tensiune ($\underline{U}_{ab}$) măsurat de la fazorul de înaltă spre cel de joasă, în sensul acelor de ceasornic (numerotarea triunghiurilor fazorilor fiind făcută în planul complex tot în sensul acelor ceasornicului), defazaj împărţit la 30°. De exemplu, schema şi grupa Yd-11 se referă la un transformator trifazat cu înfăşurarea de înaltă tensiune conectată în stea, înfăşurarea de joasă tensiune conectată în triunghi şi cu un defazaj între fazorii $\underline{U}_{AB}$ şi $\underline{U}_{ab}$ egal cu 11 x 30° = 330°. Este evident că acelaşi defazaj de 330° există şi între fazorii $\underline{U}_{BC}$ şi $\underline{U}_{bc}$, respectiv $\underline{U}_{CA}$ şi $\underline{U}_{ca}$.

Grupele de conexiune Yy, Dd şi Dz sunt grupe pare, iar grupele Yz, Dy şi Yd sunt grupe impare. Dintre toate grupele posibile sunt standardizate grupele 5, 6, 11 şi 12, conform STAS 1703/4. Celelalte grupe se obţin din cele standardizate prin permutarea circulară a bornelor înfăşurărilor de înaltă şi/sau de joasă tensiune.

In cazul unui transformator monofazat, tensiunile omoloage $\underline{U}_{AX}$ şi $\underline{U}_{ax}$ pot fi în fază, formând grupa zero (sau 12) ca în Fig. 1.21.a sau pot fi în opoziţie de fază formând grupa 6 ca în Fig. 1.21.b. În ultimul caz, s-a schimbat sensul de parcurgere a înfăşurării de joasă tensiune.

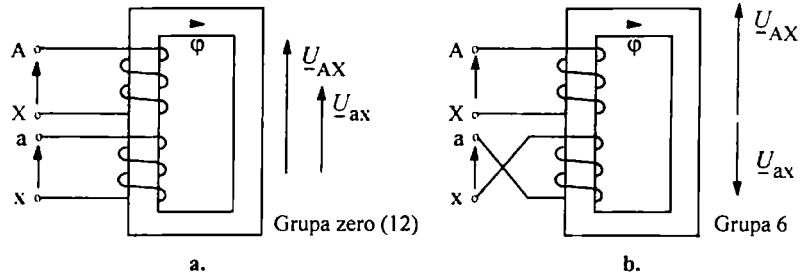


Fig. 1.21. Grupe de conexiuni ale transformatorului monofazat: **a** - grupa zero; **b** - grupa 6.

1.9.3. DETERMINAREA GRUPEI DE CONEXIUNI

La determinarea grupei de conexiuni a unui transformator apar numeroase probleme. Dintre acestea, două sunt mai importante: determinarea experimentală a grupei la un transformator dat având 6 borne accesibile A, B, C; a, b, c, respectiv, determinarea grupei unui transformator având desenată schema electrică şi notate pe schemă bornele polarizate.

a. Determinarea experimentală a grupei de conexiuni

Determinarea experimentală a grupei de conexiuni se poate face prin diverse metode, dintre care amintim: *metoda compensării* (metoda punţii), *metoda cosfimetrului, metoda voltmetrului, metoda alimentării în c.c.* (numai la transformatoare monofazate grupa 6 sau 12).

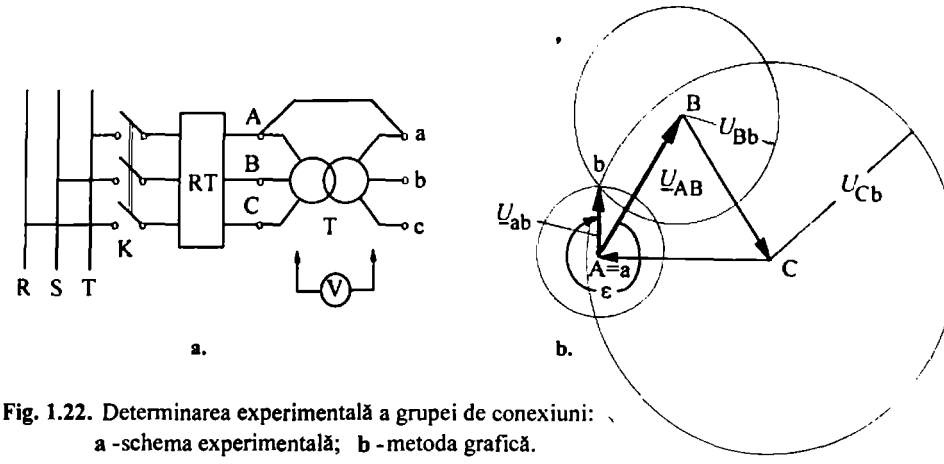


Fig. 1.22. Determinarea experimentală a grupei de conexiuni:
a - schema experimentală; **b** - metoda grafică.

Metoda voltmetrului este una dintre cele mai simple metode de determinare experimentală a grupei de conexiune. Cu ajutorul acestei metode se face o încercare de funcționare în gol a transformatorului T la tensiune redusă, bornele omoloage A și a fiind legate între ele (Fig. 1.22.a). Se măsoară următoarele 5 tensiuni: U_{AB}, $U_{ab} = U_{Ab}$, U_{Bb}, U_{Cb}, U_{Bc}. Grupa de conexiuni se determină printr-o metodă grafică sau analitică.

Tabelul 1.1 - Referitor la determinarea analitică a grupei de conexiuni.

Grupa de conex.	Defazajul [grade]	Grupe de conexiune	U_{Bb}/U_{ab}	U_{Cb}/U_{ab}	U_{Bc}/U_{ab}
12	0; 360	Yy-12; Dd-12; Dz-12	$(k-1)$	$\sqrt{k^2-k+1}$	$\sqrt{k^2-k+1}$
1	30	Yd-1; Dy-1; Yz-1	$\sqrt{k^2-k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2-k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2+1}$
2	60	Yy-2; Dd-2; Dz-2	$\sqrt{k^2-k+1}$	$k-1$	$\sqrt{k^2+k+1}$
3	90	Yd-3; Dy-3; Yz-3	$\sqrt{k^2+1}$	$\sqrt{k^2-k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2+k\sqrt{3}+1}$
4	120	Yy-4; Dd-4; Dz-4	$\sqrt{k^2+k+1}$	$\sqrt{k^2-k+1}$	$k+1$
5	150	Yd-5; Dy-5; Yz-5	$\sqrt{k^2+k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2+1}$	$\sqrt{k^2+k\sqrt{3}+1}$
6	180	Yy-6; Dd-6; Dz-6	$(k+1)$	$\sqrt{k^2+k+1}$	$\sqrt{k^2+k+1}$
7	210	Yd-7; Dy-7; Yz-7	$\sqrt{k^2+k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2+k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2+1}$
8	240	Yy-8; Dd-8; Dz-8	$\sqrt{k^2+k+1}$	$k+1$	$\sqrt{k^2-k+1}$
9	270	Yd-9; Dy-9; Yz-9	$\sqrt{k^2+1}$	$\sqrt{k^2+k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2-k\sqrt{3}+1}$
10	300	Yy-10; Dd-10; Dz-10	$\sqrt{k^2-k+1}$	$\sqrt{k^2+k+1}$	$k-1$
11	330	Yd-11; Dy-11; Yz-11	$\sqrt{k^2-k\sqrt{3}+1}$	$\sqrt{k^2+1}$	$\sqrt{k^2-k\sqrt{3}+1}$

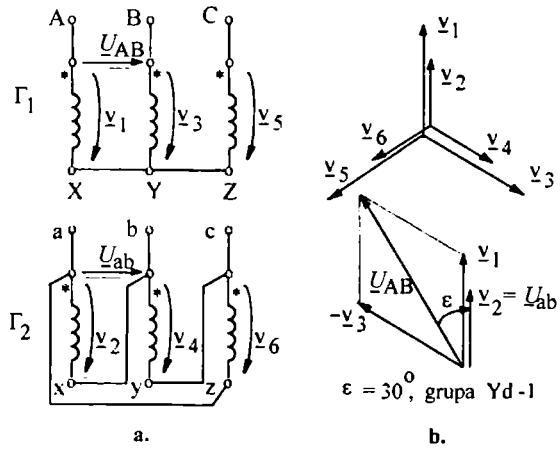


Fig. 1.23. Determinarea grupei de conexiuni:
a - schema înfăşurării; **b** - diagrama de fazori

În cazul *metodei grafice*, se desenează la scară, triunghiul echilateral ABC al tensiunilor cu latura U_{AB}, aşa cum se arată în Fig. 1.22.b. În planul triunghiului ABC (punctele A, B, C fiind notate în sens orar), în care a ≡ A, se determină punctul "b" la intersecţia cercurilor cu centrele în A, B, C şi de raze egale, respectiv, cu U_{Ab}, U_{Bb}, U_{Cb}. Se măsoară unghiul dintre U_{AB} şi U_{ab}, în sens orar rezultând valoarea 330° (Fig. 1.22.b). Transformatorul are grupa de conexiuni 330/30 = 11.

În cazul în care raportul de transformare $k = U_{AB}/U_{ab}$ este mare (superior lui 10...15), metoda grafică nu mai dă rezultate sigure. În această situaţie determinarea grupei de conexiuni se face printr-o *metodă analitică*. Determinarea grupei de conexiuni prin metoda analitică se face pe baza celor 5 valori de tensiuni măsurate anterior când se va folosi tabelul 1.1.

Se calculează în două moduri rapoartele de tensiuni U_{Bb}/U_{ab}, U_{Cb}/U_{ab}, U_{Bc}/U_{ab}; primul, în care se utilizează valorile măsurate ale tensiunilor care apar în respectivele rapoarte şi al doilea, în care se determină rapoartele cu relaţiile din tabelul 1.1, relaţii în care intervine raportul de transformare k. Valoarea raportului k se află cunoscând valorile măsurate ale tensiunilor U_{AB} şi U_{ab}. Grupa de conexiune rezultă din tabelul 1.1.. din linia pentru care rapoartele de tensiuni au aceleaşi valori, pentru cele două moduri de calcul.

b. Determinarea grupei având schema transformatorului

Se consideră marcate cu asterisc bornele polarizate ale înfăşurărilor (de exemplu, începuturile înfăşurărilor pentru acelaşi sens de bobinare al acestora). Se trasează sensurile tensiunilor de fază pe cele trei coloane şi se notează acestea cu $\underline{v}_1$, $\underline{v}_2$, $\underline{v}_3$, $\underline{v}_4$, $\underline{v}_5$, $\underline{v}_6$, ca în Fig. 1.23.a. Se desenează stelele fazorilor tensiunilor $\underline{v}_1$, $\underline{v}_2$, $\underline{v}_3$, respectiv $\underline{v}_4$, $\underline{v}_5$, $\underline{v}_6$, ca în Fig. 1.23.b, având succesiunea acelor de ceasornic. Se aplică a doua teoremă a lui Kirchhoff pe contururile închise Γ_1 şi Γ_2, rezultând ecuaţiile: $\underline{U}_{AB}=\underline{v}_1-\underline{v}_3$; $\underline{U}_{ab}=\underline{v}_2$

Se construiesc grafic, conform relaţiilor de mai sus, fazorii $\underline{U}_{AB}$ şi $\underline{U}_{ab}$ şi se determină unghiul ε dintre ei măsurat de la $\underline{U}_{AB}$ spre $\underline{U}_{ab}$, în sensul acelor de ceasornic. Avem ε = 30° şi grupa realizată în Fig.1.23.a este Yd-1.

1.9.4. RAPORTUL DE TRANSFORMARE ŞI RAPORTUL SPIRELOR

Spre deosebire de transformatorul monofazat, la care raportul de transformare este egal cu raportul numerelor de spire ale înfăşurărilor, la transformatorul trifazat raportul de transformare egal cu raportul supraunitar al tensiunilor de linie primare şi secundare, nu este întotdeauna egal cu raportul numerelor de spire ale înfăşurărilor.

Pentru schemele de conexiuni Yy şi Dd, raportul de transformare este egal cu raportul numerelor de spire:

$$\frac{U_{AB}}{U_{ab}}=\frac{U_{Af}}{U_{af}}=\frac{w_1}{w_2}$$

unde U_{AB}, U_{ab} sunt tensiunile de linie, iar U_{Af}, U_{af} sunt tensiunile de fază.

Pentru schema de conexiuni Yd raportul de transformare se scrie astfel:

$$\frac{U_{AB}}{U_{ab}}=\frac{\sqrt{3}\cdot U_{Af}}{U_{af}}=\sqrt{3}\cdot\frac{w_1}{w_2}$$

Pentru schema de conexiuni Dy raportul de transformare se exprimă ca mai jos:

$$\frac{U_{AB}}{U_{ab}}=\frac{U_{Af}}{\sqrt{3}\cdot U_{af}}=\frac{1}{\sqrt{3}}\cdot\frac{w_1}{w_2}$$

În cazul schemei de conexiuni Yz, raportul de transformare are valoarea:

$$\frac{U_{AB}}{U_{ab}}=\frac{\sqrt{3}\cdot U_{Af}}{\sqrt{3}\cdot U_{af}}=\frac{U_{Af}}{U_{af}}=\frac{w_1}{2w_2/\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{w_1}{w_2}$$

1.10. FUNCŢIONAREA TRANSFORMATOARELOR IN PARALEL

În staţiile electrice apare deseori necesitatea de a dispune în loc de un transformator de mare putere, de mai multe transformatoare de putere mai mică. Montarea în paralel a transformatoarelor este necesară pentru asigurarea continuităţii alimentării cu energie electrică în timpul reviziilor, sau la creşterea puterii staţiilor electrice. Pentru anumiţi factori de încărcare ai transformatoarelor, este mai economic să funcţioneze în paralel, două transformatoare de putere mai mică, decât un singur transformator de putere mare.

În Fig. 1.24, se prezintă schema de conectare în paralel a două transformatoare, notate cu T_α şi T_β, ale căror ecuaţii simplificate de tensiuni sunt următoarele:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1&=\underline{Z}_{k\alpha}\underline{I}_{1\alpha}-\underline{U}'_{2\alpha}\\ \underline{U}_1&=\underline{Z}_{k\beta}\underline{I}_{1\beta}-\underline{U}'_{2\beta}\end{aligned}\qquad(1.29)$$

Din ecuaţiile de mai sus se deduc expresiile curenţilor $\underline{I}_{1\alpha}$ şi $\underline{I}_{1\beta}$, după care se calculează curentul total $\underline{I}$ al sarcinii comune celor două transformatoare:

$$\underline{I}=\underline{I}_{1\alpha}+\underline{I}_{1\beta}=\underline{U}_1\left(\frac{1}{\underline{Z}_{k\alpha}}+\frac{1}{\underline{Z}_{k\beta}}\right)+\frac{\underline{U}'_{2\alpha}}{\underline{Z}_{k\alpha}}+\frac{\underline{U}'_{2\beta}}{\underline{Z}_{k\beta}}$$

Se scoate tensiunea $\underline{U}_1$ din relaţia de mai sus, în funcţie de curentul total $\underline{I}$ şi se înlocuieşte în relaţiile (1.29), găsindu-se expresiile curenţilor $\underline{I}_{1\alpha}$ şi $\underline{I}_{1\beta}$ de forma:

$$\underline{I}_{1\alpha}=\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{k\alpha}}+\frac{\underline{U}'_{2\alpha}}{\underline{Z}_{k\alpha}}=\frac{\underline{I}\cdot\underline{Z}_{k\beta}}{\underline{Z}_{k\alpha}+\underline{Z}_{k\beta}}+\underline{I}_c;\ \underline{I}_{1\beta}=\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_{k\beta}}+\frac{\underline{U}'_{2\beta}}{\underline{Z}_{k\beta}}=\frac{\underline{I}\cdot\underline{Z}_{k\alpha}}{\underline{Z}_{k\alpha}+\underline{Z}_{k\beta}}-\underline{I}_c,\qquad(1.30)$$

unde $\underline{I}_c$ reprezintă un curent de circulaţie, care încarcă suplimentar transformatoarele faţă de funcţionarea în gol.

Curentul de circulaţie care se închide prin secundarele celor două transformatoare are expresia:

$$\underline{I}_c = \frac{\underline{U}'_{2\alpha} - \underline{U}'_{2\beta}}{\underline{Z}_{k\alpha} + \underline{Z}_{k\beta}} \tag{1.31}$$

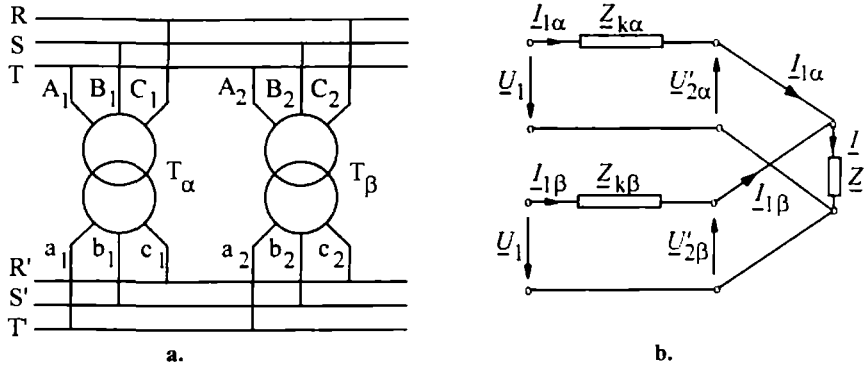


Fig. 1.24. Conectarea în paralel a transformatoarelor electrice trifazate:
a - schema electrică; **b** - schema echivalentă simplificată.

Transformatoarele funcţionează bine în paralel dacă curentul de circulaţie $\underline{I}_c$ este nul, caz în care trebuie îndeplinită condiţia complexă: $\underline{U}'_{2\alpha} = \underline{U}'_{2\beta}$, echivalentă cu două condiţii scalare obţinute prin egalitatea modulelor şi argumentelor celor două tensiuni.

Egalitatea modulelor tensiunilor complexe $\underline{U}'_{2\alpha}$ si $\underline{U}'_{2\beta}$ impune egalitatea rapoartelor de transformare ale celor două transformatoare care reprezintă prima condiţie de punere în paralel a acestora. Standardele prevăd că rapoartele de transformare a două transformatoare funcţionând în paralel, pot să difere cu maxim 0,5 %.

Egalitatea argumentelor tensiunilor $\underline{U}'_{2\alpha}$ şi $\underline{U}'_{2\beta}$ impune ca transformatoarele să aibă aceeaşi grupă de conexiune, care reprezintă a doua condiţie de punere în paralel.

Considerăm în continuare, că $\underline{I}_c = 0$. Împărţim relaţiile curenţilor $\underline{I}_{1\alpha}$ şi $\underline{I}_{1\beta}$, deduşi din (1.30) şi se găseşte:

$$\frac{\underline{I}_{1\alpha}}{\underline{I}_{1\beta}} = \frac{\underline{Z}_{k\beta}}{\underline{Z}_{k\alpha}} = \frac{Z_{k\beta}}{Z_{k\alpha}} \cdot e^{j(\varphi_{k\beta} - \varphi_{k\alpha})} \tag{1.32}$$

Curenţii $\underline{I}_{1\alpha}$ şi $\underline{I}_{1\beta}$, se adună aritmetic şi nu vectorial (avantaj), când $\varphi_{k\alpha} = \varphi_{k\beta}$, în care caz $\underline{I}_{1\alpha} / \underline{I}_{1\beta} = I_{1\alpha} / I_{1\beta}$ şi deci, $I_{1\alpha} + I_{1\beta} = I$. Rezultă a treia condiţie de cuplare în paralel: transformatoarele trebuie să aibă acelaşi defazaj intern (aceleaşi unghiuri de scurtcircuit), adică să avem îndeplinită condiţia:

$$arctg\frac{X_{k\alpha}}{R_{k\alpha}} = arctg\frac{X_{k\beta}}{R_{k\beta}}$$

condiţie îndeplinită dacă $S_{1\alpha} / S_{1\beta} \in (1 \ldots 4)$, deci puterile celor două transformatoare nu trebuie să difere prea mult.

Considerăm în continuare, că $\varphi_{k\alpha}=\varphi_{k\beta}$, în care caz relaţia (1.32) amplificată cu raportul $I_{1\beta n}/I_{1\alpha n}$, se mai poate scrie:

$$\frac{I_{1\alpha}\cdot I_{1\beta n}}{I_{1\beta}\cdot I_{1\alpha n}}=\frac{Z_{k\beta}\cdot I_{1\beta n}}{Z_{k\alpha}\cdot I_{1\alpha n}}=\frac{u_{k\beta}}{u_{k\alpha}},\ \text{sau}\ \frac{3I_{1\alpha}U_{1n}\cdot 3I_{1\beta n}U_{1n}}{3I_{1\beta}U_{1n}\cdot 3I_{1\alpha n}U_{1n}}=\frac{S_{\alpha}\cdot S_{\beta n}}{S_{\beta}\cdot S_{\alpha n}}=\frac{u_{k\beta}}{u_{k\alpha}}$$

relaţie din care se deduce:

$$\frac{S_{\alpha}}{S_{\beta}}=\frac{S_{n\alpha}}{S_{n\beta}}\cdot\frac{u_{k\beta}}{u_{k\alpha}} \qquad (1.33)$$

De aici rezultă că două transformatoare, funcţionând în paralel se încarcă proporţional cu puterile lor nominale şi invers proporţional cu tensiunile lor de scurtcircuit. Rezultă a patra condiţie de punere în paralel: cele două transformatoare să aibă aceleaşi tensiuni nominale de scurtcircuit, pentru a se încărca fiecare proporţional cu puterea sa nominală. În caz contrar, transformatorul cu tensiunea de scurtcircuit mai mică se va încărca primul la valoarea nominală, cel de al doilea rămânând descărcat.

Standardele prevăd că tensiunile nominale de scurtcircuit pentru două transformatoare, funcţionând în paralel, pot să difere cu maxim 10 %.

Evident, ar mai fi o condiţie de punere în paralel (a cincea condiţie): aceea ca tensiunile nominale primare ale celor două transformatoare să fie egale.

1.11. TRANSFORMATOARE SPECIALE

1.11.1. AUTOTRANSFORMATORUL ELECTRIC

Autotransformatorul electric are miezul feromagnetic ca şi transformatorul electric, iar înfăşurarea de joasă tensiune este o parte a înfăşurării de înaltă tensiune, cele două părţi diferind doar prin secţiunea conductoarelor, partea comună având conductor mai subţire.

În energetică autotransformatorul se utilizează acolo unde se cere modificarea tensiunii în limite restrânse, de până la 50 %, când este preferat transformatorului, ca urmare a randamentului superior şi a greutăţii sale mai mici. Autotransformatoarele de mare putere servesc la interconectarea reţelelor electrice de tensiuni apropiate. În reţelele trifazate, autotransformatoarele se realizează cu grupa de conexiuni Y_0y_0 - 0 şi se prevăd în mod uzual cu înfăşurare terţiară, conectată în triunghi.

În Fig. 1.25, se prezintă schiţa unui autotransformator coborâtor de tensiune, schema electrică şi modul de conectare ale celor două înfăşurări ale sale.

Să notăm cu $k = U_1/U_2 = w_1/w_2$, raportul de transformare al autotransformatorului. Puterea electrică se transferă prin autotransformator spre circuitul de sarcină (conectat la bornele *a* şi *x*), pe două căi: pe cale *galvanică* (direct prin conductoare), corespunzătoare bornelor *a* şi *x* şi pe cale *electromagnetică* care corespunde porţiunii *A - a* de înfăşurare. Autotransformatorul se dimensionează la puterea de calcul S_c, care se află cu relaţia:

$$S_c = U_{Aa}I_1 = (U_1-U_2)I_1 = (U_1-\frac{U_1}{k})I_1 = U_1I_1(1-\frac{1}{k}) = S_1(1-\frac{1}{k}) \cong S_n(1-\frac{1}{k}) < S_n \qquad (1.34)$$

în care: S_1 este puterea aparentă primară absorbită de autotransformator de la reţea, aproximativ egală cu puterea lui nominală. Se constată că puterea de calcul este mai mică decât puterea nominală S_n, cu atât mai mică cu cât raportul *k*, este mai apropiat de unitate.

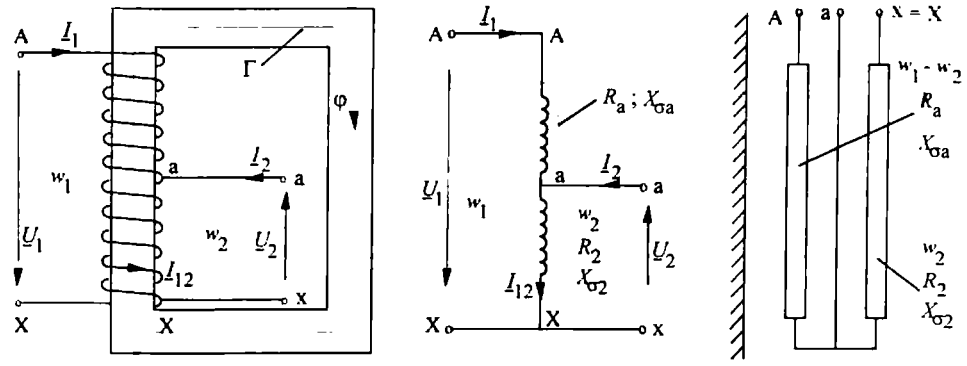


Fig. 1.25. Autotransformatorul electric: **a**-schița constructivă; **b**-schema electrică; **c**-schema de conexiuni.

Dacă se neglijează curentul de mers în gol, cu sensurile curenților alese ca în Fig. 1.25.a, se aplică legea circuitului magnetic pe curba Γ, rezultând:

$$(w_1-w_2)\underline{I}_1+w_2\underline{I}_{12}=0, \text{ sau } \left|\frac{\underline{I}_{12}}{\underline{I}_1}\right|=\frac{I_{12}}{I_1}=\frac{w_1-w_2}{w_2}\Rightarrow I_{12}=I_1(k-1) \qquad (1.35)$$

din care se deduce că valoarea curentului prin porțiunea comună cu w_2 spire este cu atât mai mică, cu cât raportul de transformare este mai apropiat de unitate. Schema echivalentă a autotransformatorului este prezentată în Fig. 1.26. Parametrii globali ai autotransformatorului sunt:

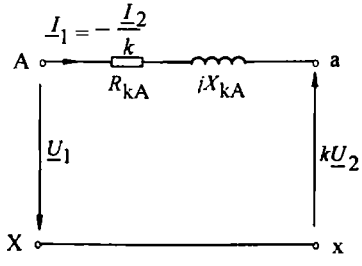


Fig. 1.26. Schema echivalenta a autotransformatorului.

$$R_{kA}=R_a+R_2(k-1)^2=R_a+R_2\left(\frac{w_1-w_2}{w_2}\right)^2;$$

$$X_{kA}=X_{\sigma a}+X_{\sigma 2}(k-1)^2=X_{\sigma a}+X_{\sigma 2}\left(\frac{w_1-w_2}{w_2}\right)^2$$

Greutatea miezului, a înfășurărilor și pierderile Joule ale autotransformatorului sunt mai mici decât ale transformatorului de aceeași putere.

1.11.2. TRANSFORMATORUL CU TREI ÎNFĂȘURĂRI

Pentru interconectarea a trei rețele electrice, de tensiuni diferite, se pot utiliza două transformatoare cu câte două înfășurări fiecare, sau mai economic, un singur transformator cu trei înfășurări. Miezul feromagnetic al transformatorului cu trei înfășurări nu diferă de miezul transformatorului cu două înfășurări. Fiecărei faze îi corespund însă câte trei înfășurări dintre care una este înfășurare primară și celelalte două sunt înfășurări secundare.

În stațiile centralelor electrice se utilizează transformatoare cu trei înfășurări care primesc energia de la generatoarele centralei (de exemplu, la tensiunea de 10,5 kV) și o transmit în parte, pe partea de medie tensiune (de exemplu, la tensiunea de 38,5 kV), iar diferența pe partea de înaltă tensiune (de exemplu, la tensiunea de 231 kV). De aceea, înfășurările transformatoarelor cu trei înfășurări se dimensionează pentru puteri diferite: înfășurarea primară se dimensionează pentru puterea nominală, iar înfășurările secundare se dimensionează pentru puteri mai mici (de exemplu, pentru 0,67 din puterea nominală), sau pentru puterea nominală.

Grupele de conexiuni ale transformatoarelor cu trei înfăşurări sunt, în mod uzual, $Y_0/Y_0/D12$-11 şi $Y_0/D/D11$-11.

În Fig. 1.27, se prezintă schema electrică a unui transformator cu trei înfăşurări, unde cu JT s-a notat înfăşurarea de joasă tensiune, cu MT înfăşurarea de medie tensiune şi cu IT înfăşurarea de înaltă tensiune.

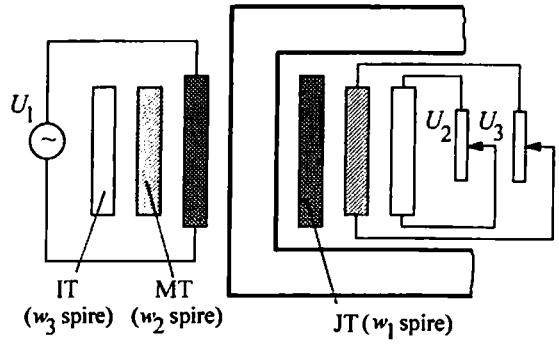


Fig. 1.27. Schema electrică a transformatorului cu trei înfăşurări.

Schema echivalentă a transformatorului cu trei înfăşurări se prezintă în Fig. 1.28.

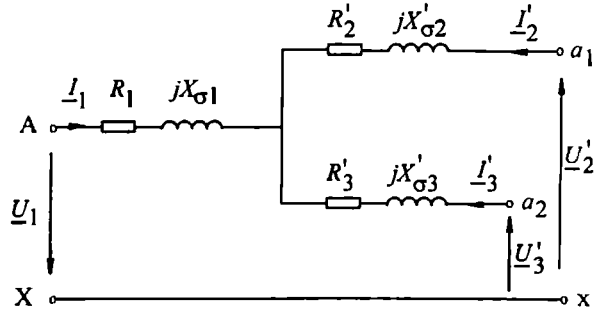


Fig. 1.28. Schema electrică simplificată a transformatorului cu trei înfăşurări.

Relaţiile de raportare a celor două secundare la primar sunt următoarele:

$$\underline{I}_2'=\frac{w_2}{w_1}\underline{I}_2;\ \underline{I}_3'=\frac{w_3}{w_1}\underline{I}_3;\ \underline{U}_2'=\frac{w_1}{w_2}\underline{U}_2;\ \underline{U}_3'=\frac{w_1}{w_3}\underline{U}_3;\ R_2'=\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 R_2;$$

$$R_3'=\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^2 R_3;\ X_{22}'=\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 X_{22};\ X_{33}'=\left(\frac{w_1}{w_3}\right)^2 X_{33};\ X_{12}'=\left(\frac{w_1}{w_2}\right) X_{12}; \qquad (1.36)$$

$$X_{13}'=\left(\frac{w_1}{w_3}\right) X_{13};\ X_{23}'=\left(\frac{w_1^2}{w_2 w_3}\right) X_{23}$$

1.12. PROBLEME CU TRANSFORMATOARE

PROBLEMA 1.1.

Un transformator monofazat cu tensiunile nominale U_{1n}/U_{2n} = 10/0,4 [kV] alimentează un receptor care absoarbe curentul I_2 = 200 A (secundarul este joasa tensiune). Să se calculeze curentul din circuitul primar al transformatorului şi raportul numerelor de spire ale înfăşurărilor în ipoteza neglijării pierderilor din transformator.

Soluție: Puterea aparentă din secundar este $S_2 = U_{2n}I_2 = 400 \cdot 200 = 80000$ VA. Dacă se neglijează pierderile în transformator, se poate scrie că $S_1 = S_2 = 80000$ VA și, cum $S_1 = U_{1n}I_1$, rezultă $I_1 = S_2/U_{1n} = 8$A. Raportul numerelor de spire se poate calcula cu relația $w_1/w_2 = E_1/E_2 \cong U_1/U_2 = 10000/400 = 25$.

PROBLEMA 1.2.

La încercarea în scurtcircuit, la curenți nominali, a unui transformator monofazat având puterea $S_n = 100$ kVA și tensiunile $U_{nI}/U_{nJ} = 10/0{,}4$ kV, s-au măsurat puterea activă $P_{1k} = 2300$ W și tensiunea $U_{1k} = 16$ V. Măsurătorile s-au efectuat pe partea de joasă tensiune. Să se calculeze parametrii de scurtcircuit (R_k, X_k, Z_k) și componentele activă și reactivă u_{ka} și u_{kr} ale tensiunii nominale de scurtcircuit.

Soluție: **a.** Se determină curenții nominali ai transformatorului:

$$I_{1n}=\frac{S_n}{U_{nJ}}=\frac{100\cdot 10^3}{400}=250A;\quad I_{2n}=\frac{S_n}{U_{nI}}=\frac{100\cdot 10^3}{10\cdot 10^3}=10A$$

Încercarea de scurtcircuit se face la curentul nominal primar, deci putem scrie: $I_{1k} = I_{1n} = 250$A. Parametrii de scurtcircuit se calculează astfel:

$$Z_k=\frac{U_{1k}}{I_{1k}}=\frac{16}{250}=0{,}064\Omega;\quad R_k=\frac{P_k}{I_{1k}^2}=\frac{2300}{250^2}=0{,}037\Omega;\quad X_k=\sqrt{Z_k^2-R_k^2}=0{,}0524\Omega$$

b. Componentele activă și reactivă ale tensiunii de scurtcircuit (u_{ka} și u_{kr}) sunt:

$$u_{ka}=\frac{P_k}{S_n}=\frac{2300}{100\cdot 10^3}=0{,}023;u_k=\frac{U_k}{U_{nJ}}=\frac{16}{400}=0{,}04;u_{kr}=\sqrt{u_k^2-u_{ka}^2}=0{,}0327$$

PROBLEMA 1.3.

Un transformator monofazat cu parametrii de scurtcircuit R_k și $L_{\sigma k}$ are înfășurarea primară alimentată la tensiunea $u_1(t)=U_1\sqrt{2}\sin(\omega t+\gamma)$. Să se determine valoarea maximă posibilă a curentului de scurtcircuit, considerând că, în momentul anterior scurtcircuitului, curentul prin transformator era nul [$i_{1k}(0) = 0$], iar inductivitatea $L_{\sigma k}$ este constantă.

Soluție: Se integrează ecuația de tensiuni a transformatorului la scurtcircuit, dedusă din schema echivalentă simplificată, ecuație care are forma:

$$R_k i_{1k}+L_k\frac{di_{1k}}{dt}=U_1\sqrt{2}\sin(\omega t+\gamma) \qquad (1.37)$$

Se determină soluția analitică a ecuației diferențiale de ordinul întâi, din regimul de scurtcircuit, printr-un procedeu matematic cunoscut, considerând că soluția se compune dintr-o soluție de regim tranzitoriu și una de regim permanent Această soluție analitică are forma următoare:

$$i_{1k}(t)=i_{1t}(t)+i_{1p}(t)=Ae^{rt}+I_{1k}\sqrt{2}\cdot sin(\omega t+\gamma-\varphi_k) \qquad (1.38)$$

Soluția de regim permanent $i_{1p}(t)= I_{1k}\sqrt{2}\cdot sin(\omega t+\gamma-\varphi_k)$ s-a dedus folosind calculul în complex, aplicat schemei echivalente la scurtcircuit din Fig. 1.12. Valoarea efectivă a curentului de scurtcircuit de regim permanent I_{1k} și defazajul φ_k au expresiile:

$$I_{1k}=\frac{U_1}{\sqrt{R_k^2+(\omega L_{\sigma k})^2}}=\frac{100}{u_k[\%]}\cdot I_{1n},\ \varphi_k=arctg\frac{\omega L_{\sigma k}}{R_k}$$

Soluția de regim tranzitoriu se determină prin rezolvarea ecuației omogene (1.37), obținută prin anularea termenului liber. Ecuația caracteristică a ecuației omogene este: $rL_{\sigma k}+R_k=0$ cu soluția $r=-R_k/L_{\sigma k}$. Notăm constanta de timp a transformatorului la scurtcircuit cu $\tau=L_{\sigma k}/R_k$. Punând condiția inițială $i_{1k}(0) = 0$, în soluția (1.38), se deduce expresia constantei A , astfel încât forma finală a acestei soluții devine

$$i_{1k}(t)= I_{1k}\sqrt{2}\left[sin(\omega t+\gamma-\varphi_k)-sin(\gamma-\varphi_k)\cdot e^{-t/\tau}\right]$$

Situația cea mai defavorabilă are loc când $(\gamma - \varphi_k) = -\pi/2$ și $(\omega t^* + \gamma - \varphi_k) = \pi/2$, care se produce după $t^* = \pi/\omega$ (o semiperioadă) de la apariția scurtcircuitului.

Curentul maxim posibil de scurtcircuit, obținut în condițiile de mai sus, este:

$$(i_{1k})_{max}=I_{1k}\sqrt{2}\cdot\left(1+e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}\right)=I_{1k}\sqrt{2}\cdot\left(1+e^{-\frac{\pi u_{ka}}{u_{kr}}}\right)=I_{1k}\sqrt{2}\cdot k_i$$

în care k_i este factorul de regim tranzitoriu și are valori uzuale în gama (1,2 ... 1,6).

PROBLEMA 1.4.

Un transformator monofazat are datele: $R_1 = 1\Omega$, $R'_2 = 1\Omega$, $X_{\sigma 1} = 2\Omega$, $X'_{\sigma 2} = 2\Omega$, $X_\mu = 100\ \Omega$, R_w = infinită. Știind că tensiunea de alimentare este $U_1 = 220$ V și că raportul numerelor de spire este $w_1/w_2 = 15{,}81$, să se determine: **a.** tensiunea la bornele secundare în gol și în cazul când la bornele secundare se află rezistența de sarcină $R = 0{,}1\Omega$; **b.** puterea activă transmisă sarcinii; **c.** puterea activă absorbită și randamentul.

Soluție: **a.** Considerăm schema echivalentă în T a transformatorului din Fig. 1.7.a, în care nu apare rezistența R_w, iar în secundar se pune rezistența de sarcină R'. În acest caz, se poate deduce curentul primar $\underline{I}_1$ cu relația complexă:

$$\underline{I}_1=\frac{\underline{U}_1}{R_1+jX_{\sigma 1}+\dfrac{jX_\mu(R'_2+R'+jX'_{\sigma 2})}{R'_2+R'+j(X'_{\sigma 2}+X_\mu)}}$$

în care R' este rezistența de sarcină raportată la primar $R' = R\,(w_1/w_2)^2 = 25\Omega$. Efectuând calculele, se obține expresia curentului $\underline{I}_1=8{,}33e^{-j22{,}1^\circ}$ [A]. Deci, valoarea efectivă a curentului primar este $I_1= 8{,}33$ A și acesta este defazat în urma tensiunii U_1 cu 22,1°. Curentul secundar se determină, folosind regula divizorului de curent, astfel:

$$\underline{I}_2' = -\underline{I}_1 \frac{jX_\mu}{R_2' + R' + j(X_{\sigma 2}' + X_\mu)} = -7{,}91 e^{-j7{,}8^\circ}\ [A].$$

Tensiunea secundară raportată în sarcină, este $U'_2 = R' I'_2 = 25 \cdot 7{,}91 = 197$ V, iar tensiunea neraportată are valoarea: $U_2 = U'_2\, w_2/w_1 = 12{,}51$ V. La funcționarea în gol ($R' = \infty$), expresia curentului I_1 devine:

$$\underline{I}_{10} = \frac{\underline{U}_1}{R_1 + j(X_{\sigma 1} + X_\mu)} = 2{,}157 \cdot e^{-89.4^\circ}, [A]$$

Tensiunea secundară raportată, în gol, este: $U'_{20} = X_\mu I_{10} = 215{,}7$ V, iar tensiunea reală este $U_{20} = U'_{20}\, w_2/w_1 = 13{,}64$ V.

Puterea activă transmisă sarcinii este $P_2 = R' (I'_2)^2 = 1564{,}2$ W, iar puterea activă absorbită are valoarea: $P_1 = U_1 I_1 \cos\varphi_1 = 220.8{,}33 \cos 22{,}1^\circ = 1698$ W. Randamentul transformatorului rezultă imediat: $\eta = P_2/P_1 = 1564{,}2/1698 = 0{,}921$.

PROBLEMA 1.5.

Un transformator monofazat are o variație relativă a tensiunii secundare de 3% de la gol la sarcină nominală pur ohmică şi de 4,9 % de la gol la sarcină nominală cu defazajul $\varphi_2 = 45°$ inductiv. Să se determine tensiunea relativă de scurtcircuit a transformatorului şi de câte ori este mai mare curentul de scurtcircuit (în regim permanent) sub tensiune nominală decât curentul nominal.

Soluție: Aplicăm relația (1.25) pentru regimul nominal ($\beta = 1$) în cele două cazuri date ($\varphi = 0°$, respectiv, $\varphi = 45°$ ind.) şi avem:

$$0{,}03 = 1 \cdot (u_{ka} \cos 0^\circ + u_{kr} \sin 0^\circ);$$

$$0{,}049 = 1 \cdot (u_{ka} \cos 45^\circ + u_{kr} \sin 45^\circ)$$

din care rezultă valorile $u_{ka} = 0{,}03$ şi $u_{kr} = 0{,}04$ şi deci se deduce că $u_k = 0{,}05$. Raportul k_i dintre curentul de scurtcircuit sub tensiune nominală şi curentul nominal este:

$$k_i = \frac{I_{kn}}{I_n} = \frac{100}{u_k[\%]} = \frac{100}{5} = 20$$

PROBLEMA 1.6.

Pe plăcuța indicatoare a unui transformator trifazat sunt trecute următoarele date: puterea nominală $S_n = 630$ kVA, tensiunile nominale $U_{1n}/U_{2n} = 6/0{,}4$ [kV/kV], pierderile nominale în miez $P_{Fe} = 1{,}2$ kW, pierderile Joule nominale în înfăşurări $P_{Jn} = 10$ kW, tensiunea nominală de scurtcircuit $u_k = 6$ %, grupa de conexiuni *Dy* - 11. Ce alte date importante se mai pot determina cu ajutorul datelor nominale înscrise pe plăcuța indicatoare ?

Soluție: **a.** *Curenții de linie* (notați cu indicele *l*) şi *de fază* (notați cu indicele *f*) ai transformatorului se calculează cu relațiile:

$$I_{1l} = \frac{S_n}{\sqrt{3}\cdot U_{1n}} = \frac{630\cdot 10^3}{\sqrt{3}\cdot 6\cdot 10^3} = 60{,}62A;\quad I_{1f} = \frac{I_{1l}}{\sqrt{3}} = \frac{60{,}62}{\sqrt{3}} = 35\,A$$

$$I_{2l} = I_{2f} = \frac{S_n}{\sqrt{3}\cdot U_{2n}} = \frac{630\cdot 10^3}{\sqrt{3}\cdot 0{,}4\cdot 10^3} = 909{,}3\,A$$

b. *Tensiunile de fază* se calculează astfel:

$$U_{1f} = U_{1l} = U_{1n} = 6kV;\quad U_{2f} = \frac{U_{2n}}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231\ V$$

c. *Parametrii de scurtcircuit* R_k şi $X_{\sigma k}$ ai transformatorului se deduc astfel:

$$R_k = R_1 + R_2' = \frac{P_{Jn}}{3I_{1f}^2} = \frac{10^4}{3\cdot 35^2} = 2{,}72\ \Omega;\quad Z_k = \frac{U_{1k}}{I_{1f}} = \frac{0{,}06\cdot 6000}{35} = 10{,}28\ \Omega;$$

$$X_{\sigma k} = X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}' = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = \sqrt{10{,}28^2 - 2{,}72^2} = 9{,}9\ \Omega$$

d. *Componentele activă şi reactivă ale tensiunii nominale de scurtcircuit* u_{ka} şi u_{kr} au expresiile:

$$u_{ka} = \frac{R_k I_{1f}}{U_{1n}} = \frac{2{,}72\cdot 35}{6000} = 0{,}01586;\quad u_{kr} = \frac{X_{\sigma k} I_{1f}}{U_{1n}} = \frac{9{,}9\cdot 35}{6000} = 0{,}05775$$

e. *Tensiunea secundară la mersul în sarcină nominală* la un defazaj inductiv egal cu 45°se determină pornind de la expresia căderii relative de tensiune de la gol la sarcină nominală:

$$\frac{\Delta U_2}{U_{20}} = 1 - \frac{U_2}{U_{20}} = \beta(u_{ka}\cos\varphi_2 + u_{kr}\sin\varphi_2) = 0{,}707(u_{ka} + u_{kr}) = 0{,}052$$

$$\Rightarrow\quad U_2 = U_{20}\left(1 - \frac{\Delta U_2}{U_{20}}\right) = 400\cdot(1 - 0{,}052) = 400\cdot 0{,}948 = 379{,}2\ V$$

f. *Randamentul nominal* al transformatorului la un factor de putere inductiv egal cu 0,707 se determină cu relaţia cunoscută:

$$\eta_n = \frac{S_n\cos\varphi_2}{S_n\cos\varphi_2 + P_{Fen} + P_{Jn}} = \frac{630\cdot 0{,}707}{630\cdot 0{,}707 + 1{,}2 + 10} = 0{,}9754$$

g. *Randamentul maxim* al transformatorului se determină după ce se deduce factorul de încărcare optim β_{opt}:

$$\beta_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fen}}{P_{Jn}}} = \sqrt{\frac{1{,}2}{10}} = 0{,}346\ \Rightarrow\ \eta_{max} = \frac{\beta_{opt}\cdot S_n\cos\varphi_2}{\beta_{opt}\cdot S_n\cos\varphi_2 + P_{Fen} + \beta_{opt}^2\cdot P_{Jn}}$$

$$\Rightarrow\ \eta_{max} = \frac{0{,}346\cdot 630\cdot 0{,}707}{0.346\cdot 630\cdot 0{,}707 + 1{,}2 + 0{,}346^2\cdot 10} = 0{,}9847$$

Se constată că diferenţa dintre randamentul maxim şi cel nominal este sub un procent, deci nu este potrivit ca transformatorul să funcţioneze la randament maxim (când debitează numai 0,346 din sarcina nominală), ci la randament nominal.

h. *Curentul permanent de scurtcircuit*, la tensiune nominală, se calculează astfel:

$$I_{1kn}=I_{1n}\frac{100}{u_k[\%]}=60{,}62\cdot\frac{100}{6}=1010A$$

PROBLEMA 1.7.

Să se determine grupa de conexiuni a transformatorului a cărei schemă electrică este desenată în Fig. 1.29.a.

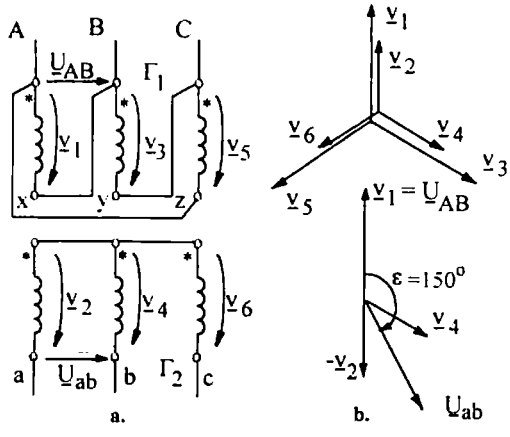


Fig. 1.29. Determinarea grupei de conexiuni : **a** - schema electrică ; **b** - diagrama de fazori.

Soluţie: Se aplică teorema a doua a lui Kirchhoff pe curbele Γ_1 şi Γ_2, rezultând următoarele relaţii: $\underline{U}_{AB}=\underline{v}_1$, respectiv $\underline{U}_{ab}=\underline{v}_4-\underline{v}_2$. Din diagrama de fazori, prezentată în Fig. 1.29.b, se deduce că unghiul dintre tensiunile de linie omoloage, măsurat în sensul acelor de ceasornic, este $\varepsilon=150°$, prin urmare, grupa de conexiune este 5. Transformatorul are schema şi grupa *Dy*5.

PROBLEMA 1.8.

Un transformator trifazat are schema Dz_0 şi raportul de transformare $k_z = 15$. Se cere raportul de transformare la schimbarea conexiunii secundare din zig - zag în stea, respectiv în triunghi.

Soluţie: Schimbarea conexiunii zig - zag în stea se face astfel: se desfac legăturile zig - zagului, se conectează adiţional cele două jumătăţi de înfăşurare de pe fiecare coloană şi se fac legăturile pentru realizarea stelei înfăşurării. Fie U_1 şi U_{2z}, tensiunile de linie ale transformatorului cu grupa de conexiuni Dz_0; rezultă $k_z = U_1/U_{2z} = 15$. Avem $U_{2z} = \sqrt{3}\,U_{2fz} = \sqrt{3}\cdot\sqrt{3}\,U_b = 3U_b$, unde U_b este tensiunea corespunzătoare unei bobine a zig - zagului.

Tensiunea de fază, în cazul realizării conexiunii stea sau triunghi prin conectarea adiţională a celor două bobine, este $U_{2f} = 2U_b$. Tensiunea de linie, în cazul conexiunii stea, este $U_{2y} = \sqrt{3}\,U_{2f} = 2\sqrt{3}\,U_b$, iar raportul de transformare are expresia:

$$k_Y=\frac{U_1}{U_{2y}}=\frac{U_1}{2\sqrt{3}U_b}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\frac{U_1}{3U_b}=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot k_z=\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 15=12{,}99$$

Tensiunea de linie, în cazul conexiunii triunghi, este $U_{2\Delta} = U_{2f} = 2U_b$, iar raportul de transformare are expresia:

$$k_\Delta=\frac{U_1}{U_{2\Delta}}=\frac{U_1}{2U_b}=\frac{3}{2}\cdot\frac{U_1}{3U_b}=\frac{3}{2}\cdot k_z=\frac{3}{2}\cdot 15=22{,}5$$

PROBLEMA 1.9.

Trei transformatoare notate cu α, β, γ au puterile nominale $S_{n\alpha}$ = 1000 kVA, $S_{n\beta}$ = 1200 kVA, $S_{n\gamma}$ = 1600 kVA şi tensiunile nominale de scurtcircuit $u_{k\alpha}$ = 5,6 %, $u_{k\beta}$ = 6%. $u_{k\gamma}$ = 6,3 %. Să se determine: **a.** puterea maximă admisibilă pe care o pot

debita cele trei transformatoare funcționând în paralel; **b.** cum se vor încărca cele trei transformatoare, dacă trebuie să debiteze în rețea puterea totală $S = 3000$ kVA.

Soluție: **a.** Relația puterilor și tensiunilor de scurtcircuit se poate generaliza astfel:

$$\frac{S_\alpha}{\frac{S_{n\alpha}}{u_{k\alpha}}} = \frac{S_\beta}{\frac{S_{n\beta}}{u_{k\beta}}} = \frac{S_\gamma}{\frac{S_{n\gamma}}{u_{k\gamma}}} = \frac{S_\alpha+S_\beta+S_\gamma}{\frac{S_{n\alpha}}{u_{k\alpha}}+\frac{S_{n\beta}}{u_{k\beta}}+\frac{S_{n\gamma}}{u_{k\gamma}}} = k$$

La funcționarea în paralel, se încarcă primul la puterea nominală, transformatorul care are tensiunea de scurtcircuit cea mai mică. Deci, vom avea $S_\alpha = S_{n\alpha} = 1000$ kVA și din relația de mai sus rezultă $k = u_{k\alpha} = 5{,}6$ %. Prin urmare, puterile cu care se vor încărca transformatoarele β și γ sunt următoarele: $S_\beta = k \cdot S_{n\beta} / u_{k\beta} = 5{,}6 \cdot 1200 / 6 = 1120$ kVA, respectiv $S_\gamma = k \cdot S_{n\gamma} / u_{k\gamma} = 5{,}6 \cdot 1600 / 6 = 1422$ kVA. Transformatoarele pot debita simultan puterea totală $S_{max} = S_{n\alpha} + S_\beta + S_\gamma = 3542$ kVA, mai mică în raport cu puterea disponibilă de 3800 kVA.

b. Cunoaștem suma $S_\alpha + S_\beta + S_\gamma$ și din relația puterilor deducem pe S_α, S_β, S_γ:

$$S_\alpha = (S_\alpha+S_\beta+S_\gamma)\cdot\frac{S_{n\alpha}/u_{k\alpha}}{\sum\limits_{j=\alpha,\beta,\gamma} S_{nj}/u_{kj}} = 3000\cdot\frac{1000/5{,}6}{\frac{1000}{5{,}6}+\frac{1200}{6}+\frac{1600}{6{,}3}} = 847\ kVA$$

Analog, se deduc puterile $S_\beta = 949$ kVA și $S_\gamma = 1204$ kVA.

PROBLEMA 1.10.

Două transformatoare au rapoarte de transformare egale ($U'_{2\alpha}=U'_{2\beta}=U'$), tensiuni de scurtcircuit egale ($u_{k\alpha}=u_{k\beta}=u_k=5\%$) și grupele de conexiuni diferă cu o unitate (*Dy*5 și *Yy*6; *Dy*11 și *Dz*12 etc). Să se determine valoarea raportată la curentul nominal a curentului de circulație, în cazul în care cele două transformatoare funcționează în paralel.

Soluție: În acest caz, tensiunile secundare ale celor două transformatoare sunt egale în modul, dar defazate cu unghiul de 30°. Prin urmare, curentul de circulație este:

$$\underline{I}_c=\frac{\underline{U}'_{2\alpha}-\underline{U}'_{2\beta}}{\underline{Z}_{k\alpha}+\underline{Z}_{k\beta}} \Rightarrow \frac{|I_c|}{I'_{2n}}=\frac{\left|\underline{U}'_{2\alpha}-\underline{U}'_{2\beta}\right|}{2|\underline{Z}_k|\cdot I'_{2n}}=\frac{2U'\sin 15°}{2U'_k}=\frac{\sin 15°}{u_k[\%]/100}=\frac{0{,}2588\cdot 100}{5}=5{,}176$$

Observație:

Curentul de circulație depășește de peste 5 ori curentul nominal al transformatorului. Prin urmare, *nu este posibilă funcționarea în paralel a unor transformatoare care aparțin la grupe de conexiuni diferite*, chiar dacă acestea diferă cu numai o unitate.

PROBLEMA 1.11.

Un transformator trifazat are următoarele date de catalog: puterea nominală $S_n = 630$ kVA; raportul de transformare $U_{1n}/U_{2n} = 15/0{,}525$ kV; conexiunea *Dy*-5; pierderile de mers în gol $P_0 = 1{,}25$kW; pierderile în scurtcircuit $P_k = 8{,}2$ kW; tensiunea nominală de scurtcircuit $u_k = 6$ %; curentul de mers în gol în procente $i_0 = 2{,}4$ %. Să se

calculeze: **a.** Componentele tensiunii de scurtcircuit; **b.** Variația de tensiune de la gol la sarcină și randamentul pentru gradul de încărcare $\beta = 0,9$ și $\cos\varphi_2 = 0,8$; **c.** Factorul de putere la mersul în gol și în scurtcircuit precum și componentele curentului de mers în gol; **d.** Parametrii schemei echivalente în ipoteza $R_1 = R'_2$ și $X_{\sigma 1} = X'_{\sigma 2}$; **e.** Valoarea instantanee maximă posibilă a curentului de scurtcircuit trifazat, în ipoteza neglijării saturației miezului magnetic al transformatorului.

Soluție: **a.** Curenții nominali ai transformatorului (valori de linie) sunt:

$$I_{1n} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_{1n}} = \frac{630 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3} = 24,25A; \quad I_{2n} = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_{2n}} = 692,8A$$

Componentele tensiunii de scurtcircuit se determină cu relațiile:

$$u_{ka} = \frac{P_k}{S_n} = \frac{8,2 \cdot 10^3}{630 \cdot 10^3} = 0,013; \quad u_{kr} = \sqrt{u_k^2 - u_{ka}^2} = 0,0586$$

b. Variația relativă de tensiune de la gol la sarcină se calculează astfel:

$$\Delta u_2[\%] = 100\beta(u_{ka}\cos\varphi_2 + u_{kr}\sin\varphi_2) = 90(0,013 \cdot 0,8 + 0,0586 \cdot 0,6) = 4,1\%$$

În volți, această variație este ΔU_2 [V] = Δu_2 [%]$\cdot U_{2n}/100$ = 4,1·525/100 = 21,5V.
Randamentul la sarcina β se calculează cu relația cunoscută:

$$\eta = \frac{\beta S_n \cos\varphi_2}{\beta S_n \cos\varphi_2 + \beta^2 P_k + P_0} = \frac{0,9 \cdot 630 \cdot 0,8}{0,9 \cdot 630 \cdot 0,8 + 0,9^2 \cdot 8,2 + 1,25} = 0,982$$

c. Curentul de mers în gol de linie și factorul de putere se deduc cu relațiile:

$$I_{10} = i_{10} \cdot I_{1n} = 0,024 \cdot 24,25 = 0,582\,A; \quad \cos\varphi_{10} = \frac{P_0}{\sqrt{3}U_{1n}I_{10}} = \frac{1,25 \cdot 10^3}{\sqrt{3} \cdot 15 \cdot 10^3 \cdot 0,582} = 0,083$$

Componentele, activă și reactivă ale curentului de mers în gol (de linie) sunt:

$$I_{wl} = I_{10}\cos\varphi_{10} = 0,582 \cdot 0,083 = 0,048A; \quad I_{\mu l} = I_{10}\sin\varphi_{10} = 0,582 \cdot \sqrt{1 - 0,083^2} = 0,58\,A$$

d. Rezistența R_w și reactanța X_μ din latura de magnetizare a schemei echivalente se determină după calculul valorilor de fază ale componentelor curentului de mers în gol:

$$I_w = \frac{I_{wl}}{\sqrt{3}}; \quad I_\mu = \frac{I_{\mu l}}{\sqrt{3}} \Rightarrow R_w = \frac{P_0}{3I_w^2} = 54 \cdot 10^4\,\Omega; \quad X_\mu = \frac{U_{1f}}{I_\mu} = \frac{U_{1n}}{I_\mu} = 44800\,\Omega$$

Parametrii globali (de scurtcircuit) se calculează astfel:

$$Z_k = \frac{U_{1k}}{I_{1nf}} = \frac{u_k \cdot U_{1n}}{I_{1n}/\sqrt{3}} = \frac{0.06 \cdot 15 \cdot 10^3}{25.25/\sqrt{3}} = 64,3\Omega; R_k = \frac{P_k}{3I_{1nf}^2} = 13,4\Omega; X_{\sigma k} = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 62,9\Omega$$

Parametrii schemei echivalente: $R_1 = R'_2 = R_k/2 = 6,7\Omega$; $X_{\sigma 1} = X'_{\sigma 2} = X_{\sigma k}/2 = 31,45\,\Omega$

e. Valoarea instantanee, maximă posibilă, a curentului de scurtcircuit este:

$$I_{1k\max}=\sqrt{2}\cdot I_{1n}\cdot\frac{100}{u_k[\%]}\left(1-e^{-\frac{\pi\cdot u_{ka}}{u_{kr}}}\right)=\sqrt{2}\cdot 24{,}25\cdot\frac{100}{6}\cdot\left(1-e^{-\frac{\pi\cdot 0{,}013}{0{,}058}}\right)=891{,}4A$$

Acest curent este de aproximativ 37 de ori mai mare decât curentul nominal.

PROBLEMA 1.12.

Un autotransformator monofazat având puterea nominală S_n = 1,1 kVA, are raportul de transformare k = 1,73 şi tensiunea nominală primară U_{1n} = 220 V. Ştiind că înfăşurarea are w_1 = 150 spire, neglijând curentul de mers în gol, să se determine: **a.** Tensiunea secundară U_{2n}, numărul de spire secundar w_2, curenţii nominali primar şi secundar şi curentul în partea comună a înfăşurării; **b.** Puterea aparentă transmisă secundarului pe cale electromagnetică P_e, respectiv pe cale galvanică P_g.

Soluţie: **a.** Tensiunea secundară a autotransformatorului şi numărul de spire secundar, se determină cu relaţiile:

$$U_{2n}=\frac{U_{1n}}{k}=\frac{220}{1{,}73};\quad w_2=\frac{w_1}{k}=\frac{150}{1{,}73}=87\text{ spire}$$

Curentul nominal primar I_{1n}, curentul nominal secundar I_{2n} şi curentul în partea comună I_{12} se calculează astfel:

$$I_{2n}=\frac{S_n}{U_{2n}}=\frac{100}{127}=8{,}65\,A;\quad I_{1n}=\frac{I_{2n}}{k}=\frac{8{,}65}{1{,}73}=5\,A;\quad I_{12}=I_{1n}(k-1)=3{,}65\,A.$$

b. Puterea aparentă (de calcul) transmisă secundarului pe cale electromagnetică are valoarea:

$$S_e=S_n\left(1-\frac{1}{k}\right)=1100\cdot\left(1-\frac{1}{1{,}73}\right)=465\,VA$$

Puterea transmisă pe cale galvanică se obţine prin diferenţa dintre S_n şi S_e:

$$S_g=S_n-S_e=1100-465=635\,VA$$

CAPITOLUL 2

MAŞINA ASINCRONĂ

2.1. GENERALITĂŢI PRIVIND MAŞINILE ELECTRICE DE C. A.

Maşinile electrice rotative de curent alternativ se împart, din punct de vedere funcţional, în două tipuri: maşini asincrone sau de inducţie şi maşini sincrone. Teoria generală a acestor maşini prezintă anumite elemente comune cum ar fi: construcţia, înfăşurările, producerea câmpului magnetic, producerea cuplului electromagnetic, inducerea tensiunilor electromotoare. Maşinile electrice rotative au două părţi constructive de bază; *statorul* şi *rotorul*, denumite şi armături. În general, ambele armături posedă înfăşurări din material conductor (cupru sau aluminiu). Spaţiul de aer dintre cele două armături se numeşte *întrefier*.

Înfăşurările maşinilor de c.a., parcurse de curenţi alternativi creează câmpul magnetic din maşină. Cel mai adesea, înfăşurările maşinilor electrice pot fi monofazate sau trifazate (formate din trei înfăşurări monofazate identice, decalate spaţial la 120° electrice). Înfăşurările maşinilor electrice se pot executa *într-un strat* (în crestătură se găseşte o singură latură de bobină) sau *în două straturi* (în crestătură se găsesc două laturi de bobină).

În Fig. 2.1. se prezintă schema unei înfăşurări trifazate într-un strat, fiind desenată numai prima fază U_1 - U_2 şi începuturile celorlalte două faze, iar în Fig. 2.2. aceeaşi înfăşurare realizată în două straturi, cu pas diametral. Cu p s-a notat numărul de perechi de poli ai înfăşurării, cu m numărul de faze şi cu q numărul de crestături pe pol şi fază.

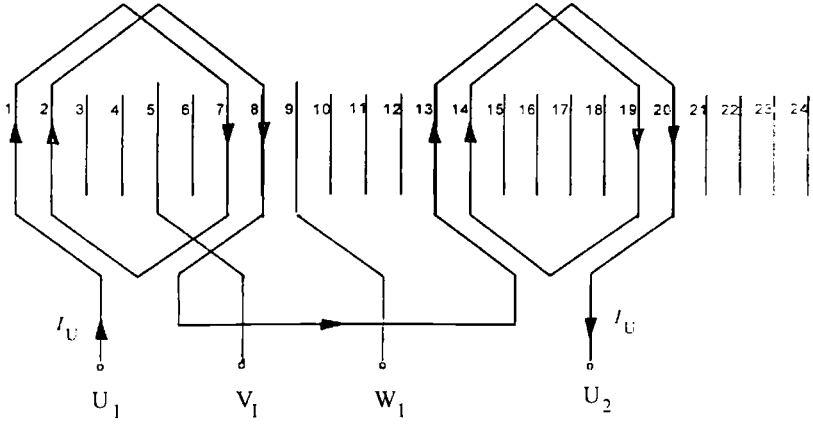


Fig. 2.1. Schema desfăşurată a unei înfăşurări într-un strat (faza U_1 - U_2), caracterizată de $m = 3$, $p = 2$, $q = 2$ şi a începuturilor celorlalte două faze V_1 şi W_1.

Înfăşurările fazelor V şi W sunt identice cu înfăşurarea fazei U, însă sunt decalate spaţial cu 120° electrice unele faţă de altele. Din această cauză, pentru claritatea

desenelor înfăşurărilor, în figurile 2.1 şi 2.2 nu s-au mai desenat fazele V şi W, ci numai începuturile V_1 şi W_1 ale acestora.

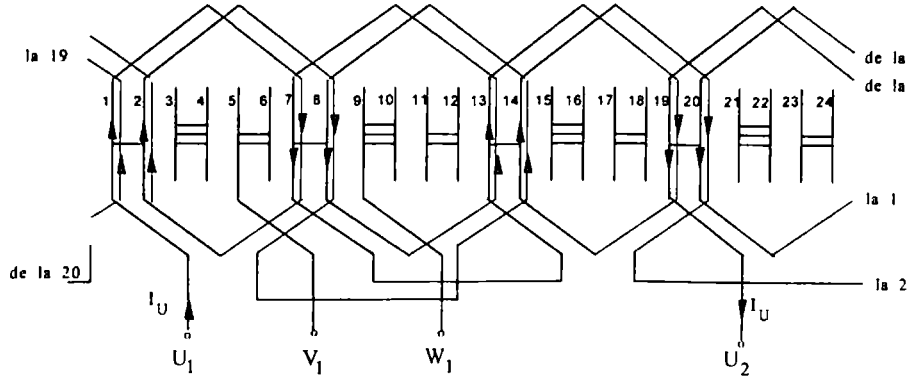
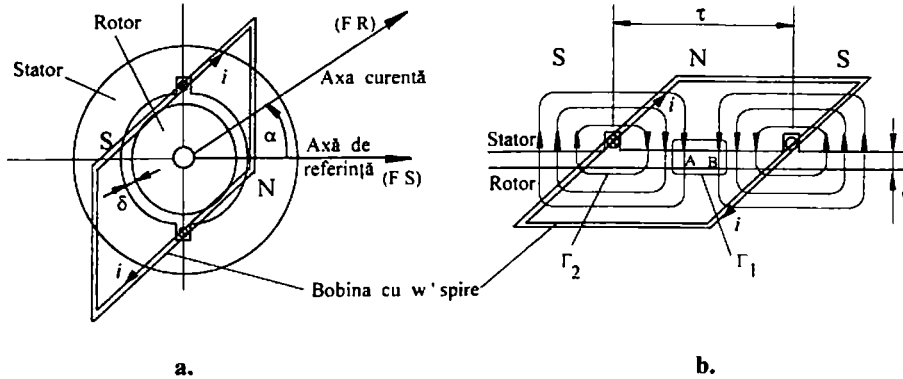


Fig. 2.2. Schema desfăşurată a unei înfăşurări în două straturi, cu pas diametral (faza U_1 - U_2), caracterizată de $m = 3, p = 2$.

2.2. PRODUCEREA CÂMPULUI MAGNETIC PULSATORIU

Într-o maşină electrică, câmpul magnetic pulsatoriu este produs de o înfăşurare monofazată parcursă de c.a. Se va considera cea mai simplă înfăşurare monofazată formată dintr-o singură bobină (maşină bipolară cu $m = 1, p = 1, q = 1$ şi pas diametral) şi se va calcula câmpul magnetic produs de această înfăşurare. Numărul Z de crestături al armăturii în care este plasată înfăşurarea are valoarea $Z = 2mpq = 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 2$ crestături. O secţiune transversală prin maşina considerată este prezentată în Fig. 2.3.



a. **b.**

Fig. 2.3. Câmpul magnetic al celei mai simple înfăşurări monofazate: **a** - secţiune prin maşina reală; **b** - secţiune prin maşina desfăşurată în plan.

Înfăşurarea este parcursă de curentul alternativ $i(t) = I\sqrt{2}\cos\omega t$. Observând spectrul câmpului magnetic din Fig. 2.3, se constată că pe jumătate din circumferinţa maşinii, câmpul are un sens (dinspre stator spre rotor formând polul nord), iar pe cealaltă jumătate are sens invers (formând polul sud).

Se consideră că *întrefierul maşinii este constant*. În ipoteza $\mu_{Fe} = \infty \Rightarrow H_{Fe} = 0$, aplicăm legea circuitului magnetic pe curba închisă Γ_1 din Fig. 2.3.b şi găsim:

$$\oint_{\Gamma_1} \overline{H} \cdot \overline{dr} = \theta_{\Gamma_1} = 0 \quad \Rightarrow H_A \cdot \delta_A - H_B \cdot \delta_B = 0 \quad \Rightarrow H_A = H_B = H = const.$$

în care: H_A şi H_B reprezintă câmpurile magnetice din întrefier în punctele A şi B. Se constată că, pe o jumătate de circumferinţă (între două crestături consecutive), câmpul magnetic din întrefierul maşinii este constant. Determinarea valorii constante H a câmpului magnetic se face aplicând legea circuitului magnetic pe curba Γ_2 din Fig. 2.3.b, care înconjoară crestătura:

$$\oint_{\Gamma_2} \overline{H} \cdot \overline{dr} = wi \quad \Rightarrow H\delta + H\delta = wi \quad \Rightarrow \quad H = \frac{wi}{2\delta} = \frac{wI\sqrt{2}\cos\omega t}{2\delta}.$$

Repartiţia spaţială a câmpului magnetic este o undă dreptunghiulară (Fig. 2.4). Această undă se descompune în serie Fourier şi se alege numai fundamentala care are expresia:

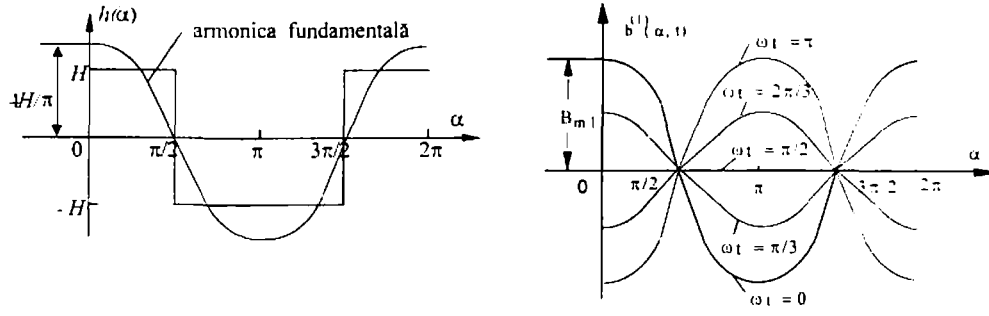


Fig. 2.4. Forma câmpului magnetic din întrefier şi explicarea caracterului pulsatoriu al acestuia.

$$b(\alpha,t) = \mu_o h(\alpha,t) = \mu_o \cdot \frac{4H}{\pi} \cdot \cos\alpha = \mu_o \frac{2w\sqrt{2}I\cos\omega t}{\pi \cdot \delta} \cos\alpha = B_{m1}\cos\omega t \cos\alpha \qquad (2.1)$$

Înfăşurările maşinilor electrice se repartizează în mai multe crestături, aşa încât inducţia magnetică din întrefier nu va mai fi dreptunghiulară ci se va apropia de o sinusoidă. Inducţia magnetică $b(\alpha,t)$ dată de relaţia (2.1) este pulsatorie, fixă în spaţiu, deoarece în anumite puncte la periferia rotorului variază sinusoidal în timp, cum se vede şi din Fig. 2.4. Deci, *o înfăşurare monofazată parcursă de c.a. creează în întrefier un câmp magnetic pulsatoriu având expresia (2.1).*

Unghi electric

Dacă maşina nu are 2 poli (p = 1) ci are 4 poli (p = 2), ca în Fig. 2.5. atunci înfăşurarea acesteia este formată din două bobine, egal distanţate la periferia statorului, parcurse de curent cum se arată în Fig. 2.5. Din spectrul liniilor de câmp se deduce că în întrefier, câmpul magnetic îşi schimbă semnul de patru ori, în funcţie de coordonata spaţială α. În Fig. 2.6 se prezintă variaţia spaţială a intensităţii câmpului magnetic $h(\alpha,t)$ produsă de înfăşurarea din Fig. 2.5.

Din Fig. 2.6 se vede că la o perioadă de rotaţie, corespunzătoare unui *unghi geometric* $\alpha = 2\pi$, corespund $p = 2$ perioade ale câmpului magnetic, respectiv unghiul $\theta = 2\pi p = p\alpha$. Definim *unghiul electric* al maşinii mărimea θ, dată de relaţia:

$$\theta = p\alpha \qquad (2.2)$$

în care p reprezintă numărul de perechi de poli ai mașinii. În teoria mașinilor electrice, definirea valorilor instantanee ale câmpurilor magnetice, ale fluxurilor magnetice, ale tensiunilor electrice, ale curenților electrici etc., se face folosind unghiul electric. În schimb, viteza unghiulară, turația și celelalte mărimi mecanice se exprimă în valori instantanee, utilizând unghiul geometric. Repetând raționamentul demonstrației făcută pentru $p = 1$, se găsește, prin analogie, expresia fundamentalei inducției magnetice din întrefierul mașinii, deducându-se inclusiv amplitudinea acesteia:

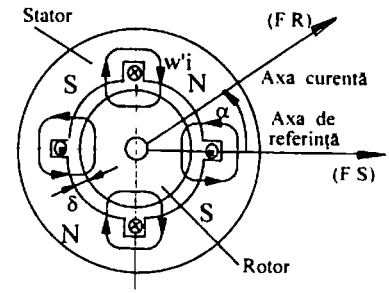


Fig. 2.5. Secțiune printr-o mașină tetrapolară.

$$b(\alpha,t) = B_{m1}\cos\omega t\cos p\alpha \text{ , în care } B_{m1} = \frac{2\sqrt{2}\cdot wI\mu_0}{\pi p\delta} \qquad (2.3)$$

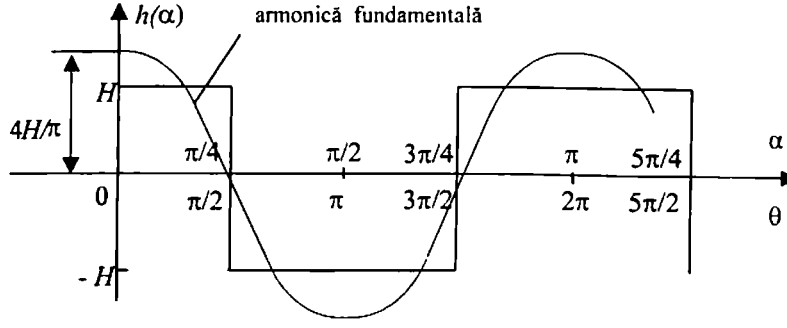


Fig. 2.6 Repartiția spațială a câmpului magnetic din întrefier produs de înfășurarea din Fig. 2.5.

2.3. PRODUCEREA CÂMPULUI MAGNETIC ÎNVÂRTITOR

Câmpul magnetic învârtitor poate fi produs pe cale electrică de o înfășurare polifazată simetrică (trifazată sau bifazată, în cele mai multe cazuri), fixă în spațiu și parcursă de un sistem polifazat simetric de curenți electrici alternativi. Câmpul magnetic învârtitor se poate produce și pe cale mecanică, prin învârtirea unei armături multipolare care creează un câmp magnetic fix față de armătura polară, dar învârtitor împreună cu armătura polară rotitoare.

a. Câmpul magnetic învârtitor produs de o înfășurare trifazată simetrică

Fie o înfășurare trifazată formată din trei înfășurări monofazate identice U, V, W, decalate spațial cu unghiul electric $2\pi/3$ radiani. Presupunem că înfășurarea trifazată este alimentată de un sistem simetric de tensiuni, fiind parcursă de un sistem trifazat simetric de curenți, dați de relațiile:

$$i_U = I\sqrt{2}\cos\omega t,\ i_V = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}),\ i_W = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \frac{4\pi}{3})$$

Cele trei înfășurări monofazate parcurse de curenții sinusoidali i_U, i_V, i_W produc în întrefier trei câmpuri magnetice pulsatorii (armonică fundamentală) de inducții b_U, b_V, b_W care se suprapun și dau un câmp magnetic rezultant de inducție:

$$b(\alpha,t) = b_U(\alpha,t) + b_V(\alpha,t) + b_W(\alpha,t) =$$
$$= B_{m1}\left[\cos\omega t\cos p\alpha + \cos(\omega t-\frac{2\pi}{3})\cos(p\alpha-\frac{2\pi}{3}) + \cos(\omega t-\frac{4\pi}{3})\cos(p\alpha-\frac{4\pi}{3})\right]$$

Se transformă produsele de cosinusuri în sume şi se ţine seama de relaţia trigonometrică evidentă: $\cos(\omega t+p\alpha)+\cos(\omega t+p\alpha-4\pi/3)+\cos(\omega t+p\alpha-8\pi/3)=0$. După câteva calcule, se obţine expresia fundamentalei inducţiei magnetice rezultante:

$$b(\alpha,t)=\frac{3}{2}B_{m1}\cos(\omega t-p\alpha) \qquad (2.4)$$

Expresia (2.4) reprezintă un câmp magnetic învârtitor direct care se roteşte în sensul creşterii unghiului spaţial α. Într-adevăr, considerând constant argumentul funcţiei (2.4). $\omega t - p\alpha$ = const., prin diferenţiere se obţine: $\omega dt = pd\alpha$, care se mai poate scrie:

$$\Omega = \frac{\omega}{p} = \frac{d\alpha}{dt} \qquad (2.5)$$

Ω fiind viteza unghiulară cu care se roteşte câmpul magnetic învârtitor faţă de stator. Din relaţia (2.5) se deduce că viteza unghiulară a câmpului magnetic învârtitor este direct proporţională cu pulsaţia sistemului de curenţi care-l creează şi invers proporţională cu numărul de perechi de poli ai înfăşurării prin care circulă curenţii.

Turaţia câmpului magnetic învârtitor n (numită adesea *turaţie de sincronism*), exprimată în rotaţii pe secundă, se deduce din relaţia (2.5):

$$2\pi n = \frac{2\pi f}{p}, \quad \Rightarrow \quad n = \frac{f}{p} \qquad (2.6)$$

În cazul în care turaţia n se exprimă în rotaţii pe secundă, iar frecvenţa curenţilor este 50Hz, se deduce că n = 3000/p [rot/min]. Aşadar, pentru frecvenţa de 50 Hz, şirul turaţiilor de sincronism este următorul: 3000, 1500, 1000, 750, 600, 500, ... [rot/min]. Cu ajutorul motoarelor electrice de c.a. cu câmp magnetic învârtitor nu se pot obţine turaţii mai mari de 3000 rot/min, dacă sunt alimentate la reţeaua de 50 Hz.

Sensul de rotaţie al câmpului magnetic învârtitor, care este şi sensul de creştere al unghiului α, se inversează dacă se schimbă între ele oricare două faze ale reţelei.

b. Câmpul magnetic învârtitor produs de o înfăşurare bifazată simetrică

O înfăşurare bifazată simetrică este formată din două înfăşurări monofazate identice A şi B, decalate spaţial la 90° electrice. Presupunem că înfăşurarea bifazată este alimentată de un sistem bifazat de tensiuni, format din două tensiuni alternative de aceeaşi valoare efectivă şi defazate în timp la 90° electrice. Fie i_A şi i_B curenţii care parcurg înfăşurarea bifazată, curenţi care formează, de asemenea, un sistem bifazat simetric, având expresiile: $i_A = I\sqrt{2}\cos\omega t$, $i_B = I\sqrt{2}\cos(\omega t-\pi/2)$.

Cele două înfăşurări monofazate vor produce fiecare câte un câmp magnetic pulsatoriu. Fundamentalele celor două câmpuri pulsatorii se suprapun şi dau, în întrefierul maşinii, un câmp magnetic rezultant de inducţie magnetică b, dată de relaţia:

$$b(\alpha,t)=b_A(\alpha,t)+b_B(\alpha,t)=B_{m1}\cos\omega t\cos p\alpha+B_{m1}\cos(\omega t-\frac{\pi}{2})\cos(p\alpha-\frac{\pi}{2})=\frac{B_{m1}}{2}\cdot$$
$$\left[\cos(\omega t-p\alpha)+\cos(\omega t+p\alpha)+\cos(\omega t-p\alpha)+\cos(\omega t-p\alpha-\pi)\right]=B_{m1}\cos(\omega t-p\alpha)$$

Se constată că expresia de mai sus este un câmp magnetic învârtitor.

c. Câmpul magnetic învârtitor produs de o armătură rotitoare

Se consideră o maşină electrică rotativă având pe rotor patru poli aparenţi pe care se află patru bobine alimentate în c.c. şi care creează fiecare câte un câmp magnetic constant în timp şi fix faţă de armătura rotitoare.

Fie B_0 câmpul magnetic în axa polului rotoric (Fig. 2.7). Se notează cu FS o axă de referinţă solidară cu statorul şi cu FR o altă axă de referinţă solidară cu rotorul, axă care coincide cu axa polului rotoric.

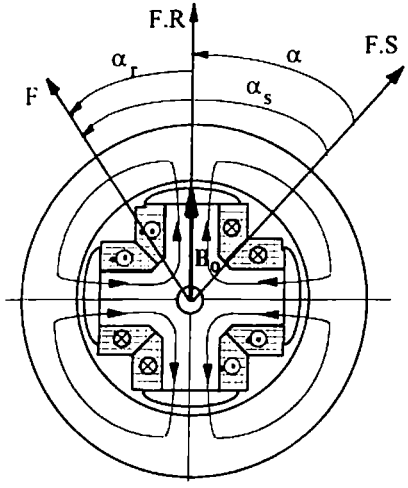


Fig. 2.7. Asupra obţinerii câmpului învârtitor de natură mecanică.

Fie acum o axă curentă F, poziţionată de unghiul α_s în sistemul FS şi de unghiul α_r în sistemul FR. Rotorul maşinii se roteşte cu viteza unghiulară constantă Ω, astfel încât axa FR este poziţionată faţă de axa FS de unghiul uniform crescător $\alpha = \Omega t$. În sistemul de referinţă FR, câmpul magnetic are amplitudinea B_0 în axa polului şi este nul în axa interpolară, încât putem presupune că variază cosinusoidal cu α_r.

Deci, în sistemul de referinţă FR avem $b_r(\alpha_r) = B_0 \cos p\alpha_r$ care este un câmp magnetic fix. Considerând notaţiile din Fig. 2.7, putem scrie relaţia: $\alpha_s = \alpha_r + \alpha = \alpha_r + \Omega t$, din care rezultă $\alpha_r = \alpha_s - \Omega t$. În sistemul FS, fix faţă de stator, inducţia magnetică se poate scrie sub următoarea formă:

$$b_s(\alpha_s)=B_0\cos p(\alpha_s-\Omega t)=B_0\cos(p\alpha_s-\omega t) \qquad (2.7)$$

Acesta este un câmp magnetic învârtitor direct, în sistemul de referinţă FS, care se roteşte cu viteza unghiulară Ω, faţă de statorul fix. Aşadar, armătura rotitoare din Fig. 2.7 produce un *câmp magnetic învârtitor de natură mecanică.*

2.4. ELEMENTE CONSTRUCTIVE ALE MAŞINII ASINCRONE

Maşina asincronă este alcătuită din două părţi: statorul şi rotorul separate de întrefier. *Statorul*, având şi rolul de inductor, este partea fixă care cuprinde, în principal, carcasa, miezul feromagnetic statoric, înfăşurarea statorică şi scuturile laterale. *Rotorul* sau indusul, este partea mobilă compusă din miezul magnetic rotoric cu înfăşurarea rotorică (bobinată sau în colivie), axul şi lagărele. În continuare, se vor face câteva precizări în legătură cu părţile constructive amintite mai sus.

Carcasa maşinii se execută prin turnare sau prin sudare şi este confecţionată din aluminiu, fontă sau din tablă ondulată din oţel. Carcasa este prevăzută cu nervuri

longitudinale de răcire, tălpi de fixare, inel de ridicare, scuturi laterale, cutie de borne, plăcuță indicatoare etc. Carcasa susține miezul statoric împreună cu înfășurarea statorică și dă posibilitatea de centrare a rotorului față de stator, asigurând un întrefier uniform.

Miezul magnetic statoric este realizat din tole de oțel electrotehnic, laminate la cald sau la rece, izolate și crestate spre întrefier. *Înfășurarea trifazată statorică*, dispusă în crestăturile statorice, este formată din trei înfășurări monofazate identice, decalate spațial la 120° electrice.

Înfășurarea rotorică poate fi trifazată (la motoarele cu rotorul bobinat) sau în colivie (la motoarele cu rotorul în scurtcircuit). Dacă rotorul este bobinat (sau cu inele colectoare), înfășurarea rotorică este trifazată, conectată în stea. Pe inele freacă un sistem format din trei perii (contacte alunecătoare) prin care se conectează, în circuitul rotoric, un reostat de pornire R_P, reglabil continuu (folosind de exemplu, un contactor static) sau reglabil în trepte (folosind contactoare de scurtcircuitare).

În cazul motorului asincron trifazat *cu rotorul în scurtcircuit*, înfășurarea rotorică este o colivie, formată din bare așezate în crestături și scurtcircuitate la capete de două inele metalice frontale (Fig. 2.8). Denumirea de "colivie" provine de la faptul că această înfășurare seamănă cu o colivie de veveriță, dacă ar fi detașată de armătura rotorică.

Colivia rotorică îndeplinește întotdeauna rolul unei înfășurări induse, iar numărul de poli al acesteia este impus automat de numărul de poli al înfășurării inductoare. Colivia rotorică poate fi *colivie simplă* (barele coliviei au, de cele mai multe ori, secțiunea rotundă), *colivie cu bare înalte* (barele coliviei au secțiunea dreptunghiulară cu înălțimea mult mai mare decât lățimea) și *dublă colivie* (într-o crestătură sunt două bare: una rotundă, situată spre întrefier, numită colivie de pornire și alta dreptunghiulară, situată la baza crestăturii, numită colivie de lucru). Majoritatea coliviilor rotorice se fac din aliaje de aluminiu și se execută prin turnare.

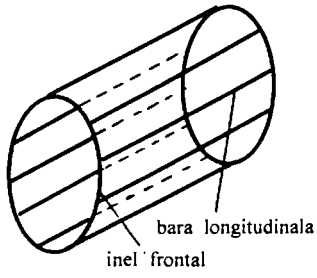


Fig. 2.8. Înfășurare în colivie.

În Fig. 2.9, se arată unele dintre dimensiunile standardizate ale mașinii asincrone (cotele A, B, H) pentru a se asigura interschimbabilitatea acestora atunci când sunt fabricate de diferite firme. Cota H, exprimată în mm, indică *gabaritul* mașinii. De exemplu, dacă valoarea cotei H este 132 mm, se spune că mașina are gabaritul 132.

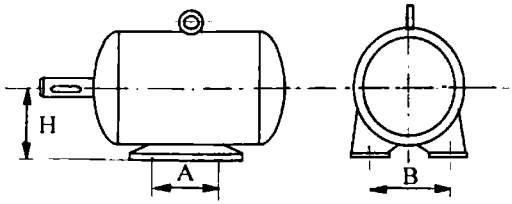


Fig. 2.9. Dimensiuni de gabarit.

2.5. DOMENII DE UTILIZARE, DATE NOMINALE, SIMBOLIZARE

2.5.1. DOMENII DE UTILIZARE

Mașinile asincrone se utilizează, în majoritatea cazurilor, în regim de motor și formează cea mai mare categorie de consumatori de energie electrică din sistemul energetic. Ele sunt utilizate în diverse domenii de activitate (mașini unelte, pompe, compresoare, macarale electrice, poduri rulante, tracțiune electrică de c.a. etc.).

Pagină lipsă

Pagină lipsă

Se defineşte *alunecarea s* a motorului, viteza relativă a rotorului raportată la viteza câmpului învârtitor, conform relaţiei:

$$s = \frac{\Omega_1 - \Omega_2}{\Omega_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} \tag{2.8}$$

în care: n_1 este turaţia *de sincronism* (a câmpului magnetic învârtitor), iar n_2 este turaţia motorului. Alunecarea nominală s_n are valori funcţie de puterea nominală a motorului în general $s_n \in (0{,}01 \ldots 0{,}1)$, valorile mari corespunzând puterilor mici. De exemplu, un motor cu puterea nominală $P_n = 500$ W are alunecarea nominală $s_n \cong 0{,}09$, iar unul de 1000 kW are $s_n \cong 0{,}015$. Încărcarea motorului de la gol la sarcină nominală corespunde creşterii alunecării de la s_0 la s_n, s_0 fiind alunecarea de mers în gol (mult mai mică decât s_n).

Pentru $s = 1$, rotorul este fix (la pornire, de exemplu), iar pentru $s = 0$, rotorul este sincron cu câmpul învârtitor (mersul în gol ideal, fără pierderi). Deci, pentru $s \in (0 \ldots 1)$, maşina asincronă funcţionează în regim de motor.

Să revenim asupra câmpului învârtitor. Rotorul parcurs de sistemul de curenţi rotorici va crea şi el un câmp învârtitor de natură electrică numit *câmp de reacţie* care va fi sincron cu câmpul învârtitor de excitaţie pentru orice valoare a alunecării *s*. Într-adevăr, cum frecvenţa curenţilor rotorici este:

$$f_2 = p(n_1 - n_2) = psn_1 = sf_1 \tag{2.9}$$

turaţia câmpului învârtitor de reacţie va fi faţă de rotor $f_2/p = sn_1 = n_1 - n_2$, şi faţă de stator $n_2 + (n_1 - n_2) = n_1$. Cele două câmpuri învârtitoare sincrone, de excitaţie şi de reacţie, se compun într-un câmp magnetic învârtitor rezultant. Faptul că, la orice alunecare *s*, câmpurile de excitaţie şi de reacţie sunt sincrone, face ca maşina să aibă cuplu electromagnetic mediu nenul. Maşina se numeşte asincronă deoarece între rotor şi câmpul magnetic învârtitor rezultant există întotdeauna o alunecare *s*.

2.7. REGIMURILE ENERGETICE ALE MAŞINII ASINCRONE

Maşina asincronă poate funcţiona în regim de motor, de generator sau de frână.

2.7.1. REGIMUL DE MOTOR

Regimul de motor al maşinii asincrone a fost prezentat în paragraful anterior şi corespunde situaţiei în care alunecarea $s \in (0,1)$. Regimul în care $s = 0$, se numeşte regim de mers în gol ideal (fără pierderi de energie), iar regimul în care $s = 1$ este numit regim de scurtcircuit sau regim de pornire, în care rotorul este blocat.

2.7.2. REGIMUL DE GENERATOR

Presupunem că maşina funcţionează în regim de motor asincron, cuplată la o reţea de putere infinită. Să presupunem că antrenăm din exterior rotorul maşinii asincrone cu o maşină primară, la o turaţie suprasincronă $n_2 > n_1$. Alunecarea *s* a maşinii devine negativă.

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} < 0, \text{ deoarece } n_2 > n_1$$

În această situaţie, cuplul electromagnetic al maşinii îşi schimbă sensul şi din cuplu activ, cum era în regim de motor, devine rezistent. Regimul energetic în care maşina are alunecare negativă şi cuplul electromagnetic este rezistent se numeşte regim

de generator asincron. În regim de generator, maşina absoarbe putere activă pe la arbore de la motorul de antrenare şi o debitează pe la bornele statorice unei reţele electrice.

Puterea reactivă, necesară magnetizării maşinii în regim de generator, se absoarbe de la reţeaua la care este cuplată, conferind maşinii caracter inductiv. Acesta constituie un serios dezavantaj al generatorului asincron (în comparaţie cu cel sincron) şi anume acela de a consuma putere reactivă din reţea, adică de a scădea factorul de putere al reţelei.

Generatorul asincron se întâlneşte la microhidrocentrale fără lac de acumulare la care turaţia turbinei variază în limite mari, sau la centrale eoliene. În aceste cazuri, sunt necesare baterii de condensatoare puternice pentru a produce energia reactivă necesară.

2.7.3. REGIMUL DE FRÂNĂ

În regim de frână, maşina asincronă poate ajunge pornind, de exemplu, de la regimul de motor. Fie o maşină asincronă funcţionând în regim de motor, care ridică o greutate G cu ajutorul unui scripete. La un moment dat, greutatea se măreşte brusc, asfel că motorul nu o mai poate ridica şi aceasta începe să coboare frânat. Maşina intră în regim de frână, caz în care alunecarea s devine supraunitară

$$s = \frac{n_1 - (-n_2)}{n_1} = 1 + \frac{n_2}{n_1} > 1$$

În regim de frână rotorul se roteşte în sens invers câmpului învârtitor, alunecarea s este supraunitară, iar cuplul M este antagonist. Maşina absoarbe energie mecanică pe la arbore (provenită din energia gravitaţională a greutăţii G) şi energie electrică pe la borne (provenită de la reţeaua la care este cuplată maşina - greutatea G fiind frânată), ambele energii absorbite transformându-se în căldură în circuitul rotoric al maşinii. De aceea, practic, numai motorul cu rotorul bobinat poate funcţiona în regim de frână, deoarece în timpul frânării se cuplează în circuitul rotoric un reostat de frânare pe care se disipează căldura rotorică.

În Fig. 2.12 se prezintă, sugestiv, regimurile de funcţionare ale maşinii asincrone, în raport cu valoarea alunecării acesteia.

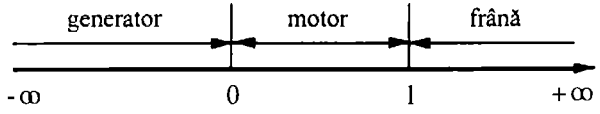


Fig. 2.12. Regimurile de funcţionare ale maşinii asincrone.

În orice regim de funcţionare (motor, generator sau frână), maşina asincronă are factor de putere inductiv, deci ea absoarbe întotdeauna putere reactivă de la reţea.

2.8. SCHEMA ECHIVALENTĂ, ECUAŢIILE DE FUNCŢIONARE ŞI DIAGRAMA DE FAZORI ALE MAŞINII ASINCRONE

Se vor deduce ecuaţiile de funcţionare ale maşinii asincrone precum şi schema ei echivalentă, folosind teoria transformatorului electric care a fost expusă în capitolul 1. Ne vom referi la maşina asincronă cu rotorul bobinat.

2.8.1. ANALOGIA CU TRANSFORMATORUL ELECTRIC

a. Să considerăm, pentru început, maşina asincronă cu statorul trifazat cuplat la reţeaua de alimentare şi cu înfăşurarea rotorică deschisă (cele trei borne rotorice libere). Curenţii rotorici sunt nuli, cuplul electromagnetic este de asemenea nul, rotorul este deci

în repaus. Înfăşurarea statorică va crea un câmp magnetic învârtitor de excitaţie care induce în rotor t.e.m. *de mişcare*, de aceeaşi frecvenţă cu aceea a tensiunii de alimentare.

Dacă se variază tensiunea de fază statorică $u_1 = U_1\sqrt{2}\sin\omega t$, atunci proporţional va varia şi t.e.m. de fază indusă în rotor, valoarea tensiunii rotorice depinzând de raportul de transformare k_T al motorului asincron (raportul numerelor de spire pe fază, amplificate cu factorii de înfăşurare), încât putem scrie în valori efective:

$$U_{20} = \frac{U_1}{k_T}, \quad k_T = \frac{w_1 k_{w_1}}{w_2 k_{w_2}} \tag{2.10}$$

Relaţia (2.10) este analoagă cu aceea a transformatorului electric. Aşadar, motorul asincron cu rotorul deschis poate fi considerat un "transformator" cu următoarele precizări: t.e.m. induse în "secundar" (rotor) au natura unor *tensiuni de mişcare* nu *de transformare* şi între "primar" şi "secundar" există un întrefier net, cu consecinţe negative asupra măririi curentului de mers în gol al motorului asincron.

b. Să considerăm acum înfăşurarea rotorică închisă. În această situaţie în rotor vor lua naştere curenţi de valoare efectivă I_2 care vor da un cuplu electromagnetic M ce va pune rotorul în mişcare, acesta alunecând faţă de câmpul învârtitor rezultant cu alunecarea s. T.e.m. indusă pe faza rotorică va avea valoarea efectivă proporţională cu alunecarea s: $E_{2s} = sE_2$, E_{2S} este valoarea efectivă a t.e.m. rotorice de fază indusă la alunecarea s a rotorului, iar E_2 este valoarea efectivă a t.e.m. rotorice definită la frecvenţa f_1 a reţelei de alimentare, ca şi la transformator:

$$E_2 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f_1 w_2 k_{w_2} \Phi_m$$

Se notează cu R_2 rezistenţa pe faza rotorică şi cu $L_{\sigma 2}$ inductivitatea de dispersie rotorică pe fază. Curentul secundar se determină considerând rotorul un circuit *R-L* serie:

$$I_2 = \frac{E_{2s}}{\sqrt{R_2^2 + (2\pi f_2 L_{\sigma 2})^2}} = \frac{sE_2}{\sqrt{R_2^2 + (2\pi s f_1 L_{\sigma 2})^2}} = \frac{E_2}{\sqrt{\left(\frac{R_2}{s}\right)^2 + (2\pi f_1 L_{\sigma 2})^2}} \tag{2.11}$$

În relaţia (2.11), termenul $2\pi f_1 L_{\sigma 2} = \omega_1 L_{\sigma 2} = X_{\sigma 2}$ reprezintă reactanţa de dispersie a rotorului, raportată la frecvenţa statorului. Prin urmare, în sarcină, maşina se comportă în funcţionare la fel ca în repaus, deci ca un "transformator", având însă rezistenţa totală R_2/s în circuitul rotoric. Această rezistenţă se mai poate scrie astfel:

$$\frac{R_2}{s} = R_2 + \frac{1-s}{s} \cdot R_2 = R_2 + R_s \tag{2.12}$$

din care rezultă că sarcina maşinii produsă de cuplul rezistent la ax şi de cuplul de frecări poate fi echivalată cu o "rezistenţă de sarcină" $R_S = R_2(1 - s)/s$. Se precizează că reactanţele de dispersie pe faza statorică şi rotorică, $X_{\sigma 1}$ şi, respectiv, $X_{\sigma 2}$ sunt definite la frecvenţa f_1 a reţelei de alimentare a motorului.

2.8.2. SCHEMELE ECHIVALENTE ALE MOTORULUI ASINCRON

Schema echivalentă a motorului asincron, dedusă conform interpretării date în paragraful anterior, este analoagă cu aceea a transformatorului şi se desenează în Fig. 2.13. Ca şi la transformator, R_w este rezistenţa echivalentă pierderilor în fierul

statoric al maşinii şi X_μ este reactanţa de magnetizare a acesteia, raportată la frecvenţa f_1. Raportarea mărimilor rotorice la stator se face cu relaţiile de la transformator în care raportul numerelor de spire w_1/w_2, se înlocuieşte cu raportul w_1k_{w1}/w_2k_{w2}.

Se constată că, dacă rotorul maşinii este calat (blocat), atunci $s = 1$, rezistenţa de sarcină este nulă şi schema echivalentă a motorului coincide cu aceea a unui transformator în scurtcircuit. De aceea, regimul motorului asincron, în care rotorul este blocat, se mai numeşte *regim de scurtcircuit al motorului.*

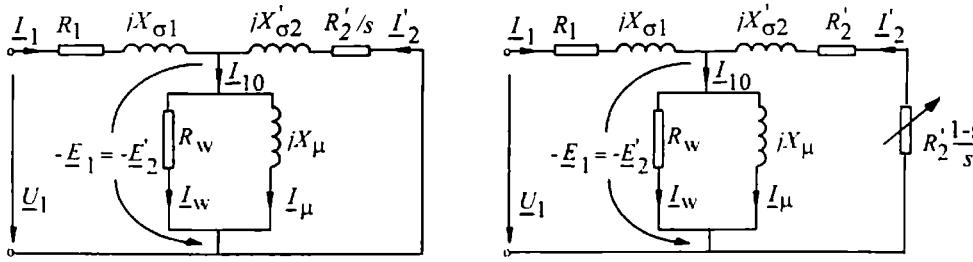


Fig. 2.13. Schema echivalentă în T a motorului asincron: **a** - fără evidenţierea rezistenţei de "sarcină"; **b** - cu evidenţierea rezistenţei de "sarcină"

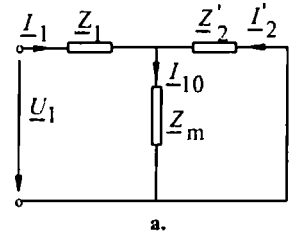


Fig. 2.14. Schema echivalentă cu impedanţe.

Schema în T cu impedanţe a motorului se indică în Fig. 2.14 în care s-au făcut notaţiile: $\underline{Z}_1 = R_1 + jX_{\sigma 1}$, $\underline{Z}'_2 = R'_2/s + jX'_{\sigma 2}$, $\underline{Z}_m = jR_wX_\mu/(R_w + jX_\mu)$.

2.8.3. ECUAŢIILE DE FUNCŢIONARE ÎN REGIM PERMANENT

Ecuaţiile motorului în regim permanent se deduc din schema echivalentă a acestuia prezentată în Fig. 2.13, prin aplicarea teoremelor lui Kirchhoff, în complex:

$$\underline{U}_1 = R_1\underline{I}_1 + jX_{\sigma 1}\underline{I}_1 - \underline{E}_1; \quad 0 = \frac{R'_2}{s}\underline{I}'_2 + jX'_{\sigma 2}\underline{I}'_2 - \underline{E}'_2; \quad \underline{I}_1 + \underline{I}'_2 = \underline{I}_{10} = \underline{I}_w + \underline{I}_\mu \qquad (2.13)$$

în care cu $\underline{E}_1$ şi $\underline{E}'_2$ s-au notat t.e.m. induse pe fazele statorică şi rotorică, având expresiile: $\underline{E}_1 = \underline{E}'_2 = -j\omega_1 w_1 k_{w_1}\frac{\Phi_m}{\sqrt{2}}$, fiind în concordanţă cu relaţiile transformatorului.

Precizări privind raportarea mărimilor rotorice la stator

Ca şi în cazul transformatoarelor electrice, pentru a se compara între ele mărimile electrice statorice şi rotorice, este necesară operaţia de raportare. De obicei. se raportează mărimile rotorice la stator. Se notează cu m_1 şi m_2 numărul de faze ale statorului şi

rotorului şi cu k_{w1}, k_{w2} factorii de înfăşurare ai celor două înfăşurări. Pentru ca rotorul real să fie echivalent cu rotorul raportat, trebuie îndeplinite, ca şi la transformator, următoarele condiţii:

a. solenaţiile să fie egale:

$$m_2 w_2 k_{w2} I_2 = m_1 w_1 k_{w1} I_2' \Rightarrow I_2' = I_2 \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot \frac{w_2 k_{w2}}{w_1 k_{w1}}$$

b. puterile active în rotorul real şi în cel raportat să fie egale:

$$m_2 R_2 I_2^2 = m_1 R_2' I_2'^2 \Rightarrow R_2' = R_2 \cdot \frac{m_2}{m_1} \cdot \left(\frac{I_2}{I_2'}\right)^2 = R_2 \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot \left(\frac{w_1 k_{w1}}{w_2 k_{w2}}\right)^2$$

c. constantele de timp să fie egale:

$$\frac{X_{\sigma 2}}{R_2} = \frac{X_{\sigma 2}'}{R_2'} \Rightarrow X_{\sigma 2}' = X_{\sigma 2} \cdot \frac{R_2'}{R_2} = X_{\sigma 2} \cdot \frac{m_1}{m_2} \cdot \left(\frac{w_1 k_{w1}}{w_2 k_{w2}}\right)^2$$

În cazul maşinii asincrone cu rotorul bobinat, $m_1 = m_2 = 3$. Dacă maşina are rotorul în colivie, $m_1 = 3$, $m_2 = Z_2$ şi $w_2 k_{w2} = 1/2$, în care Z_2 reprezintă numărul de bare ale coliviei.

2.8.4. DIAGRAMA DE FAZORI A MOTORULUI ASINCRON

Diagrama de fazori a motorului asincron se desenează pornind de la ecuaţiile de funcţionare în regim permanent (2.13), considerând cunoscute următoarele mărimi: curentul rotoric $\underline{I}_2'$, alunecarea s, componentele curentului de mers în gol $\underline{I}_w$ şi $\underline{I}_\mu$, precum şi parametrii motorului R_1, R_2', $X_{\sigma 1}$, $X_{\sigma 2}'$. Se construieşte fazorul $R_2'\underline{I}_2'/s$ şi în cuadratură cu acesta, se construieşte $jX_{\sigma 2}'\underline{I}_2'$, determinându-se fazorul $-\underline{E}_2' = -\underline{E}_1$ prin unirea vârfului fazorului $jX_{\sigma 2}'\underline{I}_2'$ cu originea fazorului $R_2'\underline{I}_2'/s$. În cuadratură cu fazorul $-\underline{E}_2'$ şi defazat în urmă faţă de el, se construieşte fazorul $\underline{\Phi}_m$, iar în fază cu $-\underline{E}_2'$ se construieşte $-\underline{E}_1$. În fază cu $\underline{\Phi}_m$ se construieşte $\underline{I}_\mu$ şi perpendicular pe $\underline{I}_\mu$ se trasează $\underline{I}_w$, rezultând apoi fazorul $\underline{I}_1$. În fine, potrivit cu prima relaţie (2.13), la fazorul $-\underline{E}_1$ se adaugă fazorii $R_1\underline{I}_1$ şi $jX_{\sigma 1}\underline{I}_1$; fazorul care închide acest contur poligonal fiind fazorul tensiunii primare $\underline{U}_1$.

În Fig. 2.15, se prezintă diagrama de fazori a motorului asincron, cifrele înscrise pe fazor semnificând ordinea de construcţie a diagramei. Din diagrama de fazori rezultă şi defazajele dintre diferitele mărimi. În Fig. 2.15, s-a notat cu φ_1 defazajul dintre tensiunea aplicată înfăşurării statorice şi curentul care o parcurge. În acest fel, se poate determina grafic factorul de putere al motorului, la o anumită sarcină dată.

2.9. BILANŢUL DE PUTERI AL MOTORULUI ASINCRON

Motorul asincron absoarbe de la reţeaua la care este conectat putere activă şi putere reactivă. Puterea activă serveşte la acoperirea pierderilor din motor (materializate sub formă de căldură) şi la asigurarea unei puteri mecanice la arborele maşinii, iar puterea reactivă serveşte la crearea câpurilor magnetice utile şi de dispersie.

2.9.1. BILANŢUL DE PUTERI ACTIVE

Puterea pierdută în "rezistenţa de sarcină" R_s este chiar puterea mecanică totală P_M a motorului compusă din puterea utilă P_2, furnizată de motor la arbore şi din pierderile mecanice de frecare şi ventilaţie P_m, produse în motor, încât putem scrie :

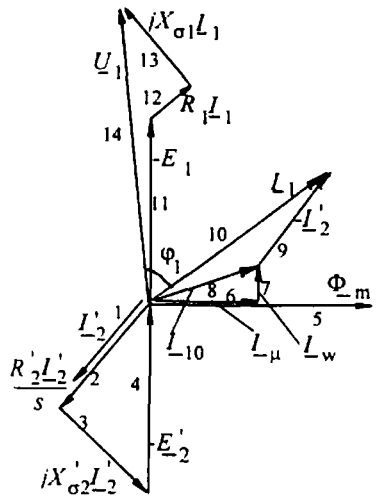


Fig. 2.15. Diagrama de fazori a motorului asincron.

$$P_M = P_2 + P_m = 3 \cdot \frac{1-s}{s} R'_2 I'^2_2 = \frac{1-s}{s} \cdot P_{J2} \qquad (2.14)$$

unde $P_{J2} = 3R'_2 I'^2_2$

P_{J2} fiind pierderile Joule din înfăşurarea rotorică.

Definim *puterea electromagnetică* P a motorului asincron, puterea activă *la nivelul întrefierului* care trece din stator în rotor prin câmp electromagnetic:

$$P = M\Omega_1 \qquad (2.15)$$

Cu ajutorul relaţiei (2.15) se defineşte şi *cuplul electromagnetic* M al motorului (la nivelul întrefierului). Din puterea electromagnetică P care trece din stator în rotor, o mică parte P_{J2} se pierde sub formă de pierderi Joule în înfăşurarea rotorică şi restul este puterea mecanică P_M, astfel încât putem scrie relaţiile:

$$P = P_{J2} + P_M = P_{J2} + P_m + P_2 \qquad (2.16)$$

Pe de altă parte, puterea activă absorbită de motor de la reţeaua de alimentare este $P_1 = \sqrt{3} U_1 I_1 \cos\varphi_1$ şi se împarte în trei părţi: o mică parte P_{J1} se pierde sub formă de pierderi Joule în înfăşurarea statorică, o altă mică parte P_{Fe} se pierde în fierul statoric şi cea mai mare parte P se transmite prin întrefier rotorului sub formă de putere electromagnetică, încât avem:

$$P_1 = P_{J1} + P_{Fe} + P = P_{J1} + P_{Fe} + P_{J2} + P_m + P_2 \qquad (2.17)$$

Relaţia (2.17) reprezintă ecuaţia de bilanţ al puterilor active ale motorului asincron. În Fig. 2.16, se prezintă diagrama de bilanţ a acestor puteri.

Pierderile în fier care apar în diagrama din Fig. 2.16 sunt acelea care se produc în armătura feromagnetică statorică. Pierderile în miezul feromagnetic rotoric sunt neglijabile în raport cu cele din miezul statoric, deoarece depind de pătratul frecvenţei rotorice de magnetizare, frecvenţă care la funcţionarea normală a motoarelor nu poate depăşi valoarea de 2 ... 3 Hz.

Pierderile mecanice de frecare şi ventilaţie P_m se produc în lagărele maşinii, în sistemul perii - inele colectoare (în cazul maşinilor cu rotorul bobinat), precum şi datorită ventilatorului, care asigură circulaţia aerului de răcire.

Conform relaţiilor (2.14) şi (2.16), putem deduce *două relaţii energetice de bază* ale motorului asincron:

$$P = P_{J2} + \frac{1-s}{s} \cdot P_{J2} = \frac{P_{J2}}{s}, \Rightarrow P_{J2} = sP, \; P_M = (1-s)P \qquad (2.18)$$

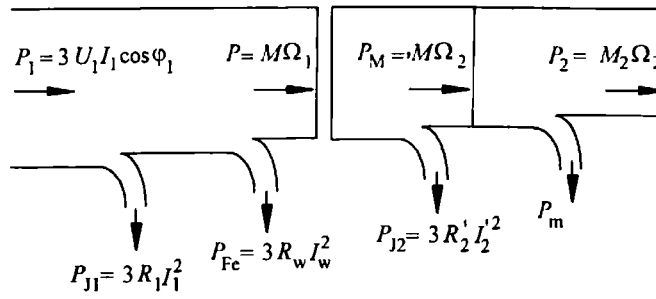


Fig. 2.16. Bilanțul puterilor active la motorul asincron.

Aşadar, pierderile în înfăşurările rotorice sunt proporţionale cu alunecarea s a motorului asincron. Cu cât alunecarea este mai mare, cu atât rotorul se încălzeşte mai puternic. Puterea mecanică a motorului asincron, se mai poate pune sub forma:

$$P_M = (1-s)M\Omega_1 = \left(1-\frac{\Omega_1-\Omega_2}{\Omega_1}\right)M\Omega_1 = M\Omega_2 \qquad (2.19)$$

2.9.2. BILANŢUL DE PUTERI REACTIVE

Puterea reactivă absorbită de motorul asincron de la reţea este dată de relaţia: $Q_1=3U_1I_1\sin\varphi_1$. Bilanţul puterilor reactive se obţine pe baza schemei echivalente a motorului, rezultând ecuaţia:

$$Q_1=3X_{\sigma 1}I_1^2+3X_\mu I_\mu^2+3X'_{\sigma 2}I_2'^2=Q_{\sigma 1}+Q_\mu+Q_{\sigma 2}$$

unde: $Q_{\sigma 1}$ şi $Q_{\sigma 2}$ sunt puterile reactive necesare producerii câmpului magnetic de dispersie al înfăşurării statorice, respectiv rotorice, iar Q_μ este puterea reactivă necesară creării câmpului magnetic util, deci a câmpului învârtitor care produce fluxul util al maşinii. Puterile $Q_{\sigma 1}$ şi $Q_{\sigma 2}$ sunt variabile cu sarcina motorului şi pentru sarcina nominală, nu depăşesc 10 - 15 % din valoarea lui Q_1, în timp ce Q_μ, care asigură starea de magnetizare a circuitului magnetic, este practic constantă de la gol la sarcină nominală. Deci, valoarea puterii reactive Q_1 variază puţin de la gol la sarcină nominală. De aceea, această putere poate fi compensată local cu condensatoare pentru a nu mai încărca reţeaua electrică cu curent reactiv, curent care se manifestă prin căderi de tensiune şi pierderi Joule suplimentare.

2.10. CUPLUL ELECTROMAGNETIC AL MAŞINII ASINCRONE

Regimul permanent de funcţionare al maşinii asincrone se defineşte ca fiind acel regim în care mărimile caracteristice sunt constante în timp (turaţia, cuplul, puterile active, reactive, aparente) sau variază periodic (curenţi, tensiuni, puteri instantanee). În acest paragraf se va determina expresia cuplului electromagnetic în regim permanent.

2.10.1. EXPRESIA CUPLULUI ELECTROMAGNETIC

Cuplul electromagnetic al maşinii asincrone poate fi exprimat în funcţie de puterea electromagnetică P:

$$M=\frac{P}{\Omega_1}=\frac{P_{J2}}{s\Omega_1}=\frac{3R_2'I_2'^2}{s\Omega_1} \qquad (2.20)$$

În regim de motor, corespunzător puterii nominale P_n, se poate determina cuplul nominal cu relația evidentă: $M_n = \frac{P_n}{2\pi n_n}[Nm]$, ($P_n$ in $[W]$ si n_n in $[rot/\sec]$).

Turația nominală se calculează, în funcție de alunecarea nominală astfel:

$$n_n = n_1(1 - s_n) \tag{2.21}$$

s_n fiind alunecarea nominală a motorului, corespunzătoare puterii nominale P_n a acestuia.

2.10.2. CARACTERISTICA $M = f(s)$ A MAŞINII ASINCRONE

Caracteristica $M = f(s)$ a unui motor asincron, reprezintă dependența dintre cuplul electromagnetic şi alunecare, pentru $U_1 = U_{1n}$ = const. şi f = const. Cuplul se exprimă cu relația (2.20), în care curentul $\underline{I}_2'$ se determină din schema echivalentă a motorului din Fig. 2.14 şi are expresia obținută cu regula divizorului de curent:

$$\underline{I}_2' = -\underline{I}_1 \cdot \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_m + \underline{Z}_2'} = -\frac{\underline{U}_{1f}}{\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_m \underline{Z}_2'}{\underline{Z}_m + \underline{Z}_2'}} \cdot \frac{\underline{Z}_m}{\underline{Z}_m + \underline{Z}_2'} = -\frac{\underline{U}_{1f}}{\underline{Z}_1 + \underline{c}\underline{Z}_2'} \tag{2.22}$$

în care $\underline{U}_{1f}$ este tensiunea de fază a motorului, $\underline{c}$ este o constantă complexă, definită de relația:

$$\underline{c} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_m} \cong 1 + \frac{X_{\sigma 1}}{X_\mu} = c \tag{2.23}$$

constantă care se poate aproxima cu un număr real din intervalul (1,02 ... 1,08), în funcție de puterea nominală a motorului. Valorile superioare ale lui c corespund motoarelor de puteri mici, în timp ce valorile inferioare, corespund motoarelor de puteri mari.

Se determină modulul curentului complex $\underline{I}_2'$ din relația (2.22), se introduce în relația (2.20) şi, după efectuarea calculelor, se obține expresia:

$$M = \frac{3R_2' U_{1f}^2}{s\Omega_1 \left[(R_1 + \frac{cR_2'}{s})^2 + (X_{\sigma 1} + cX_{\sigma 2}')^2 \right]} \tag{2.24}$$

Adesea, în relația (2.24), se consideră $c = 1$. Pentru $s = 1$, se poate determina cuplul de pornire M_p al motorului.

Cuplul M este proporțional cu pătratul tensiunii de fază U_{1f}. Dacă se reprezintă grafic funcția $M = f(s)$ dată de relația (2.24), se obține graficul din Fig. 2.17.

Alunecarea critică s_m, corespunzătoare cuplului maxim M_m, se deduce rezolvând ecuația $\partial M/\partial s = 0$, care are soluția:

$$s_m = \pm \frac{cR_2'}{\sqrt{R_1^2 + (X_{\sigma 1} + cX_{\sigma 1}')^2}} \tag{2.25}$$

Pentru regimul de motor se consideră $s_m > 0$ şi pentru regimul de generator se consideră $s_m < 0$. Cuplurile maxime, corespunzătoare celor două alunecări, se obțin din relația (2.24), în care se introduc pe rând $+s_m$, respectiv $-s_m$.

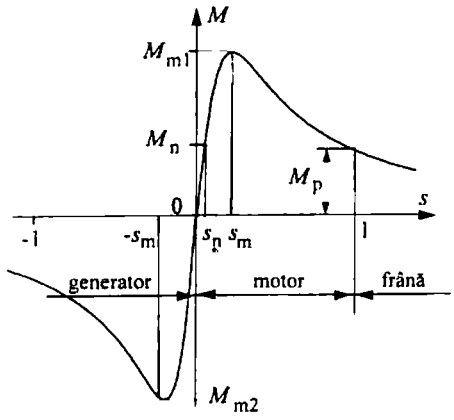


Fig. 2.17. Caracteristica $M = f(s)$ a motorului asincron.

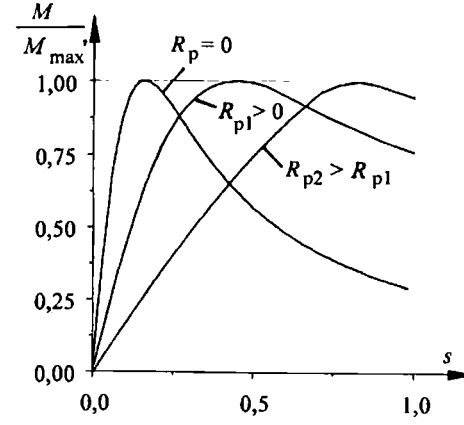


Fig. 2.18. Familia de caracteristici $M = f(s)$ a motorului asincron.

Cele două maxime M_{m1}, pentru $s_m > 0$, corespunzător regimului de motor şi M_{m2}, pentru $s_m < 0$, corespunzător regimului de generator, au expresiile:

$$M_{m1} = M(s_m) = \frac{3U_{1f}^2}{2c\Omega_1 [R_1 + \sqrt{R_1^2 + (X_{\sigma 1} + cX'_{\sigma 2})^2}]};$$
$$M_{m2} = M(-s_m) = \frac{-3U_{1f}^2}{2c\Omega_1 [\sqrt{R_1^2 + (X_{\sigma 1} + cX'_{\sigma 2})^2} - R_1]} \qquad (2.26)$$

Cuplul maxim M_{m2}, la funcţionarea ca generator are valoare absolută mai mare decât cuplul maxim M_{m1}, la funcţionarea ca motor. În ipoteza neglijării rezistenţei statorice R_1, din relaţiile (2.25) şi (2.26), se deduc următoarele relaţii de proporţionalitate:

$$s_m = const. \frac{R'_2}{f_1}, \; M_m = const. \left(\frac{U_{1f}}{f_1}\right)^2 \qquad (2.27)$$

din care rezultă că alunecarea critică s_m este proporţională cu rezistenţa R'_2, în timp ce cuplul maxim M_m este independent de R'_2. Având în vedere aceste concluzii, familia de caracteristici $M = f(s)$ pentru valori diferite ale rezistenţei R'_2 arată ca în Fig. 2.18. Cu R_{p1} şi R_{p2} s-au notat două valori ale rezistenţei reostatului de pornire al motorului.

Motoarele cu rotorul bobinat au, în general, $M_p < M_n$; mărirea lui M_p se face prin introducerea unui reostat de pornire în serie cu înfăşurarea rotorică. Motoarele cu rotorul în colivie au întotdeauna $M_p > M_n$.

2.10.3. FORMULA LUI KLOSS

Sunt cazuri când folosirea relaţiei (2.24) este inoperantă, deoarece nu se cunosc valorile rezistenţelor şi reactanţelor motorului. Se cunoaşte în schimb, *capacitatea de suprasarcină* a maşinii, definită de relaţia:

$$k_m = \frac{M_{m1}}{M_n} \qquad (2.28)$$

Capacitatea de suprasarcină are valori uzuale, în cazul motoarelor de uz general în intervalul (2 ... 3). Motoarele de macara pot avea această capacitate mai mare, ajungând până la valoarea 4. Formula lui Kloss este o relație echivalentă cu (2.24) care ține seama și de expresiile (2.25) și (2.26). Această formulă se obține făcând raportul dintre cuplul electromagnetic M, dat de (2.24) și cuplul maxim în regim de motor M_{m1}. Astfel, după câteva calcule algebrice, se găsește relația (formula lui Kloss):

$$\frac{M}{M_{m1}} = \frac{2(1+\lambda s_m)}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s} + 2\lambda s_m}, \quad \lambda = \frac{R_1}{cR_2'} \tag{2.29}$$

Relația (2.29) se poate simplifica dacă se comnsideră că $\lambda s_m << 1$ și se obține:

$$\frac{M}{M_{m1}} = \frac{2}{\frac{s}{s_m} + \frac{s_m}{s}} \tag{2.30}$$

La mașinile de putere mică și foarte mică, expresia (2.30) dă erori prea mari și se recomandă relația mai exactă (2.29). Relațiile (2.29) și (2.30) în care nu mai apar rezistențele sau reactanțele și nici tensiunea U_1, sunt adesea folosite în calculele practice.

2.11 CARACTERISTICILE MOTORULUI ASINCRON

Principalele caracteristici de funcționare ale motorului asincron sunt: caracteristica mecanică, caracteristica randamentului și caracteristica factorului de putere.

2.11.1. CARACTERISTICA MECANICĂ ȘI STABILITATEA STATICĂ

Caracteristica mecanică a motorului asincron, ca de altfel a oricărui motor electric, reprezintă dependența dintre turația n și cuplul la arbore M_2, în ipoteza în care tensiunea de alimentare este constantă și parametrii motorului sunt constanți, dependență scrisă sub forma $n = f(M_2)$, sau sub forma echivalentă $M_2 = f^{-1}(n)$. Dacă se neglijează pierderile mecanice de frecare și ventilație P_m, atunci caracteristica mecanică poate fi considerată expresia $n = f(M)$, în care M este cuplul electromagnetic al motorului.

Caracteristica mecanică a motorului se deduce din relația $M = f(s)$, ținând seama de legătura dintre turație și alunecare: $n = n_1(1 - s)$. Graficul caracteristicii mecanice se prezintă în Fig. 2.19.a. Caracteristica mecanică a motorului se pune și sub forma $M = f^{-1}(n)$, formă desenată în Fig. 2.19.b. Se deduce faptul că turația n a motorului variază puțin cu cuplul de sarcină. Motorul asincron are deci o *caracteristică mecanică dură* ca și motorul de c.c. cu excitație derivație și se poate utiliza în acționările electrice de turație relativ constantă.

Condiția de stabilitate statică a motorului asincron se studiază pornind de la ecuația dinamică de mișcare a rotorului în regim tranzitoriu:

$$2\pi J \frac{dn}{dt} = M(n) - M_r(n) \tag{2.31}$$

în care $M(n)$ este cuplul electromagnetic al motorului, iar $M_r(n)$ este cuplul rezistent al mașinii antrenate de motor. Presupunem că turația n are o perturbație mică Δn, astfel încât ecuația dinamică de mișcare se scrie:

$$2\pi J \frac{d}{dt}(n+\Delta n) = M(n+\Delta n) - M_r(n+\Delta n)$$

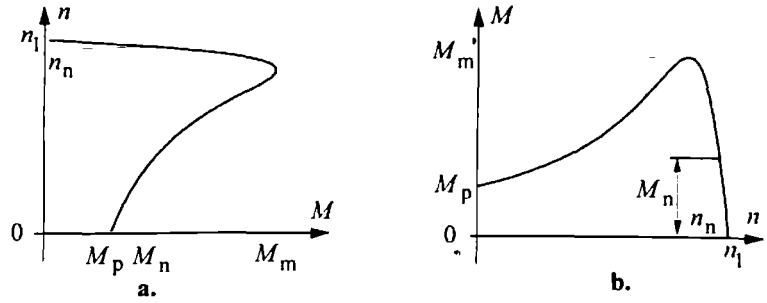


Fig. 2.19. Caracteristica mecanică a motorului asincron:
a - sub forma $n = f(M)$; **b** - sub forma $M = f^{-1}(n)$.

Se dezvoltă în serie Taylor funcţiile din membrul doi al relaţiei anterioare, neglijând termenii de ordinul 2 şi mai mari (se studiază stabilitatea statică în care s-a presupus că Δn are o valoare mică, deci $\Delta n^2 \cong 0$), obţinându-se:

$$2\pi J\left[\frac{dn}{dt}+\frac{d(\Delta n)}{dt}\right]=\left[M(n)+\frac{\Delta n}{1!}\cdot\frac{\partial M}{\partial n}\right]-\left[M_r(n)+\frac{\Delta n}{1!}\cdot\frac{\partial M_r}{\partial n}\right]$$

Se scade din relaţia de mai sus ecuaţia dinamică de mişcare scrisă în punctul n:

$$2\pi J\frac{d(\Delta n)}{dt}=\left(\frac{\partial M}{\partial n}-\frac{\partial M_r}{\partial n}\right)\Delta n,\ \text{cu soluţia}\ \Delta n=K\cdot e^{\alpha t},\ \alpha=\frac{1}{2\pi J}\left(\frac{\partial M}{\partial n}-\frac{\partial M_r}{\partial n}\right)$$

Funcţionarea sistemului se consideră static stabilă dacă la $t \to \infty$, $\Delta n \to 0$. Acest lucru este posibil numai dacă $\alpha < 0$, din care se deduce condiţia de stabilitate statică a sistemului având forma:

$$\frac{\partial M}{\partial n}-\frac{\partial M_r}{\partial n}<0 \qquad (2.32)$$

Să aplicăm condiţia de stabilitatea statică a motorului în două cazuri particulare. În primul caz, motorul asincron antrenează un generator de c.c. cu excitaţie independentă, funcţionând pe o rezistenţă de sarcină. În Fig. 2.20.a, se prezintă caracteristica mecanică a motorului asincron $M = f(n)$ şi caracteristica mecanică a generatorului de c.c. $M_r = g(n)$, aceasta din urmă în două variante, notate cu 1 şi 2. Punctele de intersecţie A şi B, dintre cele două caracteristici, corespund unor regimuri staţionare de funcţionare şi sunt puncte static stabile, deoarece condiţia (2.32) este îndeplinită pentru ambele cazuri. Se precizează faptul că funcţionarea sistemului motor asincron generator de c.c. în punctul B, nu se preferă deoarece curentul absorbit de motorul asincron de la reţea este mult mai mare decât curentul nominal. În schimb, în punctul A motorul absoarbe un curent în jurul valorii nominale.

Al doilea caz de studiu al stabilităţii statice se referă la un motor asincron cu caracteristica mecanică $M = f(n)$, care antrenează o instalaţie de ridicat, cu caracteristica mecanică $M_r = g(n)$, ca în Fig. 2.20.b. Punctele posibile de funcţionare sunt C şi D. Dintre acestea, punctul C este static stabil pentru că verifică relaţia (2.32), iar punctul D este instabil deoarece nu o verifică.

Aşadar, stabilitatea statică a motorului asincron depinde de caracteristica maşinii de lucru, antrenate de motorul asincron.

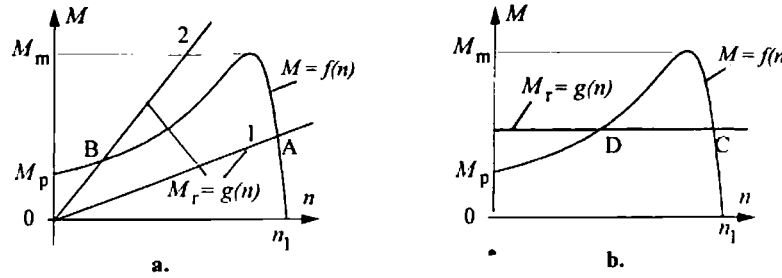


Fig. 2.20. Asupra stabilității statice a motorului asincron:
a - motorul antrenează un generator de c.c.; **b** - motorul antrenează o instalație de ridicat.

2.11.2. CARACTERISTICA FACTORULUI DE PUTERE

Caracteristica factorului de putere este dependența dintre factorul de putere al motorului şi puterea lui utilă P_2, definită de relația $\cos\varphi_1 = f(P_2)$, în cazul în care tensiunea de alimentare a motorului şi frecvența acesteia rămân constante. Factorul de putere al motorului asincron se calculează cu relația:

$$\cos\varphi_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3}U_1 I_1}, \quad U_1 \text{ si } I_1 \text{ sunt valori de linie} \qquad (2.33)$$

Motorul asincron absoarbe întotdeauna de la rețeaua de alimentare un curent defazat în urma tensiunii de alimentare. Explicația fizică a acestui fenomen constă în necesitatea permanentă a motorului asincron de a absorbi o putere reactivă de la rețea, în scopul magnetizării circuitului său magnetic.

La funcționarea în gol a motorului asincron, factorul de putere este mic, fiind situat în gama (0,1 ... 0,2). Pe măsură ce sarcina de la axul motorului creşte, factorul de putere creşte şi el, ajungând la puterea nominală să se situeze în gama (0,8... 0,92). Factorul de putere scăzut la sarcini reduse constituie un dezavantaj al motorului asincron. În Fig. 2.21, se reprezintă caracteristica factorului de putere a motorului asincron.

Compensarea puterii reactive se face utilizând baterii de condensatoare sau compensatoare sincrone, pentru fiecare motor în parte sau pentru grupe de motoare.

2.11.3. CARACTERISTICA RANDAMENTULUI.

Caracteristica randamentului este dependența dintre randamentul motorului şi puterea lui utilă P_2, definită de relația $\eta = f(P_2)$, în cazul în care tensiunea de alimentare a motorului şi frecvența acesteia, rămân constante. Randamentul motorului asincron se defineşte cu relația:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + \Sigma P}, \text{ unde } \Sigma P \text{ reprezintă suma tuturor pierderilor} \qquad (2.34)$$

Pierderile de putere activă care se produc în motorul asincron sunt: pierderile Joule în înfăşurări $P_J = P_{J1} + P_{J2}$, pierderile în miezul feromagnetic al statorului P_{Fe} şi pierderile de frecare şi ventilație P_m.

În afară de aceste pierderi, se mai produc pierderi suplimentare P_s, care se compun din pierderi suplimentare în înfăşurări şi pierderi suplimentare în miez. Pierderile suplimentare din înfăşurări se datoresc armonicilor superioare din curba curentului statoric şi efectului pelicular care are loc datorită variației în timp a acestui curent.

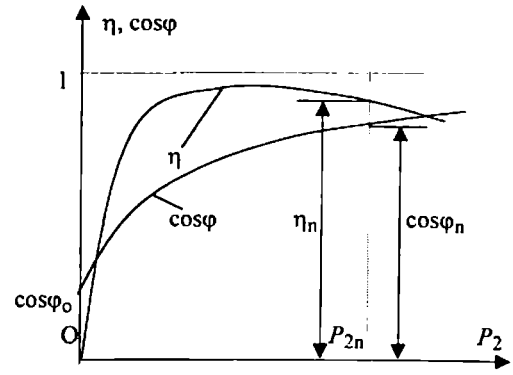


Fig. 2.21. Caracteristica randamentului şi a factorului de putere.

Pierderile suplimentare din miez sunt produse de pulsaţia câmpului magnetic din întrefier, datorată prezenţei dinţilor statorici şi rotorici ai maşinii. Prin urmare, suma pierderilor din motor este dată de relaţia:

$$\Sigma P = P_{J1} + P_{J2} + P_{Fe} + P_m + P_s$$

Conform standardelor în vigoare, pierderile suplimentare P_s, reprezintă circa 0,5% din puterea P_1 absorbită de motor de la reţeaua de alimentare.

Randamentul variază în funcţie de puterea utilă P_2 cedată la arbore instalaţiei antrenate. De abicei, randamentul atinge valoarea maximă pentru o putere utilă aparţinând intervalului (0,5 ... 0,7)P_{2n}. Randamentul nominal al motoarelor asincrone cu puterea sub 1 kW este mai mic de 0,75. Pentru puteri cuprinse între (10 ... 100) kW, randamentul nominal aparţine intervalului (0,85 ... 0,92), iar pentru puteri peste 500 kW, randamentul nominal depăşeşte 0,93. În Fig. 2.21 se prezintă caracteristica randamentului unui motor asincron trifazat.

2.12. TIPURI DE COLIVII ALE MOTORULUI ASINCRON TRIFAZAT CU ROTORUL ÎN SCURTCIRCUIT

Rotoarele motoarelor asincrone se construiesc în două variante constructive: rotoare bobinate şi rotoare în colivie (în scurtcircuit). Cele mai folosite variante de realizare a coliviei rotorice sunt: colivia cu bare înalte şi dubla colivie.

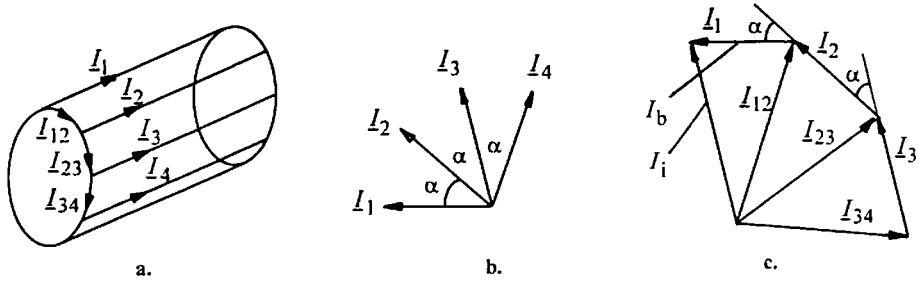
2.12.1. PARTICULARITĂŢI ALE MOTORULUI CU ROTORUL ÎN COLIVIE

Rotorul motorului în colivie este prevăzut cu Z_2 crestături rotorice în care se găseşte colivia. Înfăşurarea în colivie este o înfăşurare polifazată (Z_2 - fazată), având numărul de faze $m_2 = Z_2$. Două faze rotorice succesive sunt decalate spaţial cu unghiul geometric $2\pi/Z_2$, respectiv cu unghiul electric $\alpha = 2\pi p/Z_2$

Curenţii din bare şi cei din inele sunt defazaţi cu unghiul α, aşa cum rezultă din Fig. 2.22. Relaţiile dintre aceşti curenţi sunt următoarele:

$$\underline{I}_{12} = \underline{I}_{23} + \underline{I}_2;\ \underline{I}_{23} = \underline{I}_{34} + \underline{I}_3;\ \ldots;\ I_b = 2I_i \cdot \sin\frac{\pi p}{Z_2} \qquad (2.35)$$

Notăm cu I_b modulul curenţilor din bare şi cu I_i modulul curenţilor din inele.



a. b. c.

Fig. 2.22. Colivia rotorică: **a** - schiţa coliviei; **b** - curenţii din bare; **c** - curenţii din inele.

Dacă se consideră curentul din bară I_b, ca fiind curent de fază ($I_b = I_2$), atunci se pot determina parametrii rotorici echivalenţi, pe fază, R_2 şi $X_{\sigma 2}$ ai motorului, din condiţia ca pierderile active şi reactive ale fazei rotorice echivalente, să fie egale, respectiv, cu pierderile active şi reactive din bară şi din cele două sectoare de inel aferente. Se deduc deci, următoarele relaţii energetice:

$$R_2 I_2^2 = R_b I_b^2 + 2R_i I_i^2; \quad X_{\sigma 2} I_2^2 = X_b I_b^2 + 2X_i I_i^2$$

în care: R_b, X_b; R_i, X_i sunt parametrii barei şi segmentului de inel. Înlocuind pe I_2 cu I_b găsim relaţiile:

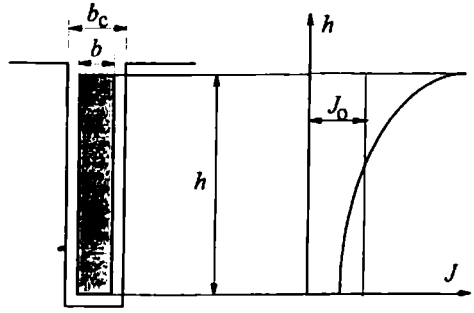
$$R_2 = R_b + \frac{R_i}{2\sin^2 \frac{\pi p}{Z_2}}; \quad X_{\sigma 2} = X_b + \frac{X_i}{2\sin^2 \frac{\pi p}{Z_2}} \tag{2.36}$$

Pentru raportarea mărimilor rotorice la stator se folosesc relaţiile din paragraful 2.8.3, în care se consideră: $m_2 = Z_2$ si $w_2 k_{w2} = 1/2$. Teoria motorului asincron cu rotorul bobinat rămâne deci valabilă şi pentru motorul asincron cu rotorul în colivie.

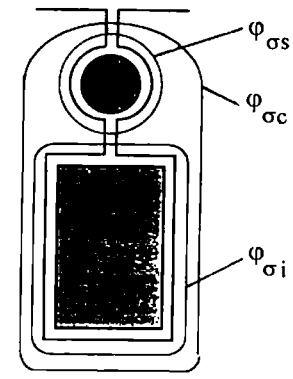
2.12.2. MOTORUL CU BARE ÎNALTE

Motorul cu bare înalte are colivia rotorică alcătuită din bare de secţiune dreptunghiulară cu raportul dintre înălţime şi lăţime cuprins în intervalul (7 ... 15). Dacă o bară conductoare este aşezată într-o crestătură feromagnetică şi este parcursă de curent continuu, atunci densitatea de curent J prin bară este constantă pe toată secţiunea barei având valoarea J_0. Dacă, în schimb, bara este parcursă de curent alternativ, atunci densitatea de curent J nu mai este constantă pe secţiunea barei şi variază ca în Fig. 2.23.a. Densitatea de curent este mai mare (este refulată) în imediata apropiere a întrefierului şi mai mică la baza crestăturii. Acest efect de refulare a curentului spre întrefier este numit şi *efect Field.*

Neuniformitatea densităţii de curent pe înălţimea crestăturii duce la majorarea rezistenţei barei din crestătură. La pornirea motorului, frecvenţa rotorică $f_2 = sf_1 = f_1$ este mare, deci curentul rotoric circulă neuniform pe secţiunea barei şi bara are rezistenţă mare. În funcţionare normală, $f_2 \cong 0$, iar densitatea de curent J este constantă, deci rezistenţa barei scade. Aşadar, motorul cu bare înalte are, la pornire, rezistenţa rotorică majorată de (1,5 ... 2) ori şi fenomenele se petrec ca şi când în circuitul rotoric ar exista un reostat de pornire, cu cele două avantale: mărirea cuplului de pornire şi scăderea curentului de pornire. Motorul cu bare înalte se construieşte uzual pentru puteri mijlocii. El are la pornire $I_p \in (4,5...6) I_n$ si $M_p \in (1,2...1,8) M_n$.



a.



b.

Fig. 2.23. Motoare asincrone cu rotorul în colivie:
a - motor cu bare înalte (secțiune prin bară);
b - motor cu dublă colivie (secțiune transversală).

2.12.3. MOTORUL CU DUBLĂ COLIVIE

Influența refulării curentului din bara rotorică asupra caracteristicilor de funcționare ale motorului este și mai pronunțată la motorul cu dublă colivie care are caracteristici de pornire mai bune decât motorul cu bare înalte. Rotorul motorului are două colivii: o colivie superioară, de secțiune mică și rezistivitate mare, deci de rezistență mare, numită și *colivie de pornire* și o colivie inferioară de secțiune mare și rezistivitate mică, deci de rezistență mică, numită și *colivie de lucru.*

În Fig. 2.23.b, se prezintă o secțiune transversală printr-o dublă colivie. Rezistența coliviei superioare R_{2s} este mai mare decât rezistența coliviei inferioare R_{2i}. În schimb, reactanța coliviei superioare $X_{\sigma 2s}$ este mai mică decât reactanța coliviei inferioare $X_{\sigma 2i}$, deoarece fluxul de dispersie al coliviei superioare $\varphi_{\sigma s}$ este mai mic decât fluxul de dispersie al coliviei inferioare $\varphi_{\sigma i}$.

La pornire, frecvența f_2 a curenților rotorici este mare, deci contează mult reactanțele coliviilor, și cum reactanța coliviei superioare este mică, aproape tot curentul rotoric va circula prin colivia superioară. În funcționare normală, frecvența f_2 a curenților rotorici este mică, reactanțele sunt neglijabile, deci repartiția curenților rotorici pe cele două colivii o vor face rezistențele celor două colivii și curentul va circula, mai ales prin colivia inferioară care are rezistență mică. Așadar, la motorul cu dublă colivie, rezistența rotorică la pornire este mare și în funcționare normală ea scade foarte mult. Este ca și când, la pornire, motorul ar avea un reostat de pornire introdus în rotor.

2.13. ÎNCERCĂRILE MOTORULUI ASINCRON

Pentru motoarele de mare putere, încercarea în sarcină este greu de efectuat datorită consumului ridicat de energie. De aceea, la aceste motoare este de preferat efectuarea a două încercări limită și anume: încercarea de mers în gol și cea în scurtcircuit, cu ajutorul cărora se pot predetermina caracteristicile de funcționare în sarcină ale motorului. Încercările de laborator ale motorului asincron se determină conform STAS 7246/1 ... 10.

2.13.1. ÎNCERCAREA DE FUNCȚIONARE ÎN GOL

La funcționarea în gol a motorului, cuplul rezistent de la arborele motorului este nul. Schema electrică pentru determinarea caracteristicilor experimentale ale motorului

asincron, la funcţionarea în gol, este prezentată în Fig. 2.24. În figură, cu RT s-a notat un regulator de tensiune alternativă (autotransformator), iar cu MA motorul de încercat.

Încercarea în gol se efectuează la tensiunea nominală a motorului. Se reglează cu ajutorul regulatorului RT, tensiunea aplicată motorului la valoare nominală $U_{10} = U_{1n}$, moment în care se mai măsoară curentul I_{10} şi puterea trifazată P_{10}.

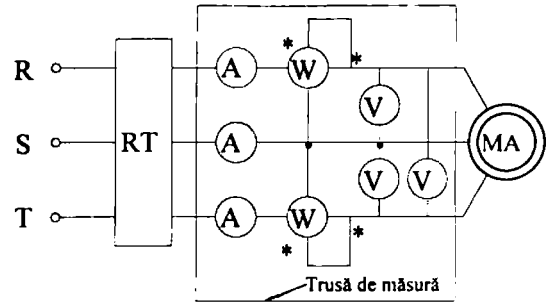


Fig. 2.24. Schemă de montaj pentru încercarea in gol a motorului asincron trifazat.

Cu ajutorul celor trei date măsurate mai sus se calculează următoarele mărimi caracteristice ale motorului:

- *factorul de putere la mersul în gol* $\cos\varphi_{10}$, cu relaţia:

$$\cos\varphi_{10} = \frac{P_{10}}{\sqrt{3}U_{10}I_{10}} \in (0{,}1...0{,}15);\ U_{10}, I_{10} = \text{valori de linie}$$

- *curentul de mers în gol raportat* $i_{10}[\%]$, în procente

$$i_{10}[\%] = \frac{I_{10}}{I_n} \cdot 100 \in (25...60)\%$$

Se constată că, spre deosebire de transformator, curentul de mers în gol al motorului este mult mai mare datorită existenţei întrefierului dintre stator şi rotor.

- *suma pierderilor mecanice şi în fier* se determină cu relaţia:

$$P_m + P_{Fe} = P_{10} - 3R_1 I_{10f}^2$$

în care: R_1 este rezistenţa statorică pe fază, iar I_{10f} este curentul de mers în gol pe fază.

- *Parametrii* R_w *şi* X_μ *din ramura de magnetizare* a schemei echivalente :

$$R_w \cong \frac{0{,}95 \cdot U_{10f}}{I_{10f}\cos\varphi_{10}},\quad X_\mu \cong \frac{0{,}95 \cdot U_{10f}}{I_{10f}\sin\varphi_{10}}$$

Factorul numeric 0,95 din relaţiile de mai sus apare pentru a compensa căderile de tensiune pe impedanţa primară a statorului maşinii.

2.13.2. ÎNCERCAREA DE FUNCŢIONARE ÎN SCURTCIRCUIT

Regimul de funcţionare în scurtcircuit este regimul limită la care rotorul motorului este calat ($s = 1$). Determinările experimentale se fac tot cu schema din Fig. 2.24, calând rotorul motorului. Se reglează cu ajutorul regulatorului RT tensiunea de alimentare a motorului până când curenţii absorbiţi de motor iau valorile nominale, citindu-se în acel

moment valorile U_{1k}, $I_{1k} = I_{1n}$, P_{1k}. Cu ajutorul celor trei mărimi măsurate la încercarea de scurtcircuit, se determină alte elemente caracteristice ale motorului asincron:

- *tensiunea nominală de scurtcircuit* în procente:

$$u_k[\%] = \frac{U_{1k}}{U_{1n}} \cdot 100 \in (15...25)\%$$

- *curentul de pornire* raportat la curentul nominal:

$$i_{1p} \cong \frac{I_{1p}}{I_{1n}} = \frac{100}{u_k[\%]} \in (4...7)$$

- *pierderile nominale în înfăşurări* P_{Jn}, la temperatura standard θ_n:

$$P_{Jn} = P_{1k} \cdot \frac{\theta_n + 235}{\theta + 235}, \text{conductoare din cupru}$$

θ fiind temperatura medie a înfăşurărilor motorului în momentul măsurării lui P_{1k}.

- *parametrii schemei echivalente* în T: $R_k = R_1 + R'_2$ şi $X_{\sigma k} = X_{\sigma 1} + X'_{\sigma 2}$:

$$R_k \cong \frac{P_{1k}}{3I_{1kf}^2}; \quad X_{\sigma k} \cong \sqrt{\left(\frac{U_{1kf}}{I_{1kf}}\right)^2 - R_k^2}$$

2.14. MOTORUL ASINCRON MONOFAZAT

Motorul asincron monofazat este un motor cu înfăşurarea statorică monofazată şi înfăşurarea rotorică în colivie. Înfăşurarea statorică creează în întrefierul maşinii un câmp magnetic pulsatoriu, care se descompune în două câmpuri magnetice învârtitoare circulare, unul direct şi altul invers, după relaţia:

$$b(\alpha,t) = B_m \cos\omega t \cos p\alpha = \frac{B_m}{2}\cos(\omega t - p\alpha) + \frac{B_m}{2}\cos(\omega t + p\alpha) \qquad (2.37)$$

Deci, motorul asincron monofazat este echivalent cu două motoare asincrone trifazate, identice, ale căror înfăşurări statorice produc câmpuri învârtitoare identice, dar de sensuri opuse şi ale căror rotoare sunt solidare pe acelaşi ax. Rotorul motorului are, faţă de câmpul magnetic învârtitor direct, alunecarea:

$$s_d = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = s$$

ca la orice maşină asincronă trifazată obişnuită şi, faţă de câmpul magnetic învârtitor invers, alunecarea:

$$s_i = \frac{n_1 + n_2}{n_1} = 2 - \frac{n_1 - n_2}{n_1} = 2 - s$$

Cuplul direct M_d produs de câmpul magnetic învârtitor direct se deduce cu relaţia (2.24), iar cel invers M_i cu aceeaşi relaţie în care se înlocuieşte s cu $2 - s$. Aceste cupluri se reprezintă grafic în Fig. 2.25. Cuplul rezultant M al maşinii monofazate este $M_d - M_i$, fiind reprezentat grafic în Fig. 2.25. Se constată că maşina asincronă monofazată nu are cuplu de pornire ($M = 0$, la $s = 1$). Dacă la pornire se dă un impuls mecanic rotorului, într-un sens sau altul, motorul porneşte în acel sens, dacă $M_{impuls} > M_r$ prinzându-se în punctele A sau B (Fig. 2.25). Pentru a obţine un cuplu nenul la pornire,

motorului i se adaugă o înfăşurare statorică suplimentară, decalată spaţial la 90° electrice faţă de înfăşurarea principală, numită *fază auxiliară*, care ocupă numai o treime din crestăturile statorice. Ambele înfăşurări se conectează la aceeaşi reţea alternativă monofazată, înfăşurarea principală legându-se direct, iar faza auxiliară înseriată cu un condensator de defazare C ca în Fig. 2.26.

În acest fel, cele două înfăşurări ale maşinii, fiind decalate spaţial la 90° electrice şi fiind parcurse de curenţii $\underline{I}_p$ şi $\underline{I}_a$, defazaţi în timp la aproape 90° electrice, dau naştere unui câmp magnetic învârtitor care nu este circular, ci *eliptic*, deoarece cele două înfăşurări monofazate nu sunt identice. Acest câmp învârtitor eliptic care are amplitudinea variabilă pe o rotaţie completă asigură totuşi un cuplu de pornire suficient. După ce motorul a ajuns la turaţia de regim, faza auxiliară se întrerupe, de exemplu, cu ajutorul unui contact centrifugal. Motorul asincron monofazat se construieşte pentru puteri mici şi este folosit la antrenarea maşinilor de spălat rufe, la acţionarea pompelor, a ventilatoarelor şi a unor instalaţii electrocasnice.

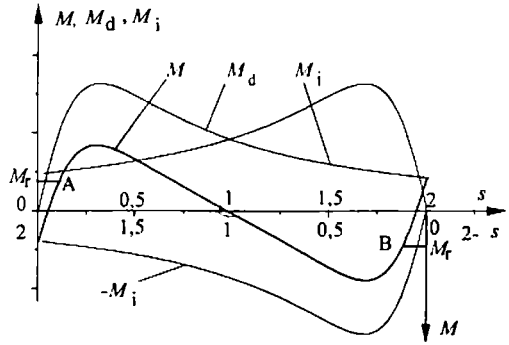


Fig. 2.25. Curbele cuplurilor masinii monofazate.

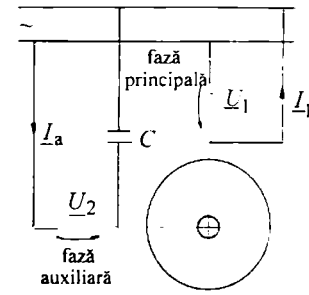


Fig. 2. 26. Maşina asincronă monofazată cu fază auxiliară.

2.15. ACŢIONĂRI CU MOTOARE ASINCRONE

2.15.1. PORNIREA MOTOARELOR ASINCRONE

Pornirea motoarelor asincrone se face în funcţie de tipul motorului (cu rotor bobinat sau în colivie), de cuplul şi curentul de pornire şi de tensiunea reţelei.

a. Pornirea directă

Pornirea directă conduce la cele mai simple şi sigure scheme. Pornirea directă se aplică în exclusivitate la motoarele cu rotorul în colivie. Puterea nominală a celui mai mare motor asincron pornit direct nu trebuie să depăşească 20 % din puterea transformatorului care alimentează reţeaua. În cazul pornirii directe, curentul de pornire al motorului ia valori în gama $I_p \in (4 \dots 8)I_n$.

În Fig. 2.27 este redată schema electrică de principiu pentru pornirea directă reversibilă (în ambele sensuri) a unui motor asincron trifazat. Schema de forţă cuprinde: siguranţele e_1, comutatorul general K, contactoarele C_1 (pornire dreapta), C_2 (pornire stânga), releele maximale de curent e_2 (numai la puteri mari), releele termice de suprasarcină e_3, motorul M. Schema de comandă cuprinde siguranţele e_4, linia (3), de

Pagină lipsă

Pagină lipsă

prin turația n_1. În acest caz, turația n_2 a rotorului devine mai mare decât cea de sincronism, iar cuplul electromagnetic schimbă de sèmn.

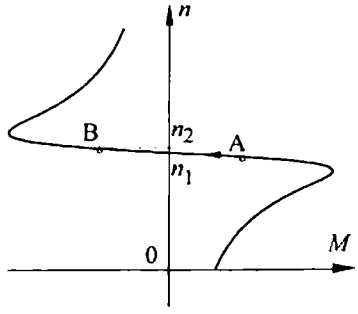


Fig. 2.30. Referitoare la frânarea suprasincronă.

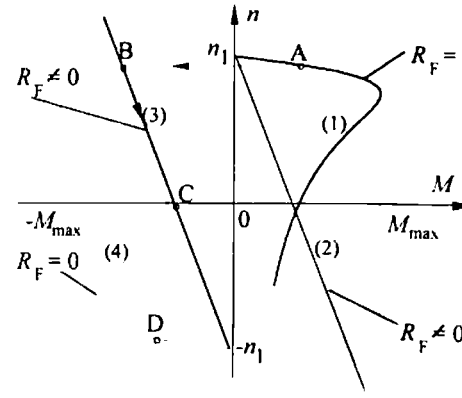


Fig. 2.31. Frânarea contracurent a motorului asincron.

Maşina debitează energie electrică în rețea, energie preluată de la energia gravitațională a trenului, producând o frânare a acestuia (de fapt o limitare a vitezei).

b. Frânarea contracurent sau prin conexiuni inverse

Frânarea contracurent sau prin conexiuni inverse se aplică numai motoarelor cu rotorul bobinat. Frânarea este foarte eficientă şi constă în inversarea a două faze ale motorului odată cu introducerea în circuitul rotoric a unui reostat trifazat de frânare R_F, de valoare mai mare decât a reostatului de pornire a aceluiaşi motor. Pentru evitarea reversării se poate folosi un aparat de control care provoacă deconectarea maşinii, când viteza sa de rotație se apropie de zero. În acest scop, se pot folosi întrerupătoare centrifugale sau relee de frecvență. Explicarea fenomenelor care se produc la frânarea contracurent se poate face folosind caracteristicile mecanice din Fig. 2.31. În regimul inițial de motor cu sens înainte de rotație, punctul de funcționare este A pe caracteristica mecanică naturală, notată cu (1) în figură ($R_F = 0$). Aceeaşi caracteristică mecanică, însă cu reostatul de frânare introdus ($R_F \neq 0$), se desenează sub forma curbei (2). Dacă se inversează apoi două faze de alimentare ale motorului, curba (2) devine în Fig. 2.31, curba (3), iar punctul de funcționare sare brusc din A în B, în cadranul II în care maşina funcționează în regim de frână. Instalația se frânează, cuplul electromagnetic fiind antagonist, turația se micşorează treptat şi punctul de funcționare ajunge în C, după care, dacă motorul nu s-ar decupla de la rețea, maşina ar porni în sens invers, având loc o reversare a acesteia, punctul de funcționare ajungând în D.

c. Frânarea dinamica (nerecuperativă)

Frânarea dinamică (nerecuperativă) se face deconectând înfăşurarea trifazată a statorului maşinii asincrone de la rețeaua de alimentare şi alimentând-o la o sursă de c.c. Curentul continuu, parcurgând fazele statorice, produce la periferia interioară a statorului un câmp magnetic fix, constant în timp. Prin mişcarea rotorului în acest câmp,datorită energiei cinetice a maselor în mişcare, se induc în înfăşurarea rotorică a maşinii, t.e.m. care dau naştere la curenți electrici şi care produc o anumită cantitate de căldură în această înfăşurare. Această cantitate de căldură se degajă pe seama energiei cinetice a maselor rotorice în mişcare, producând astfel frânarea rotorului.

2.15.3. REGLAREA TURAȚIEI MOTOARELOR ASINCRONE

Având în vedere expresia analitică a turației motorului asincron trifazat

$$n = n_1(1-s) = \frac{f_1}{p}(1-s)\,, \tag{2.38}$$

rezultă că această turație poate fi modificată prin modificarea frecvenței de alimentare f_1, prin modificarea numărului de perechi de poli p sau prin modificarea alunecării s.

a. Modificarea numărului de perechi de poli

Modificarea numărului de perechi de poli p conduce la o modificare discretă a vitezei de rotație a motorului și se face, fie prin modificări de conexiuni ale înfășurării statorice, fie prin echiparea motorului cu înfășurări având numere diferite de poli. Modificarea numărului de perechi de poli se face numai la motoarele asincrone cu rotorul în colivie (în scurtcircuit), deoarece colivia are proprietatea de a-și adapta automat numărul de perechi de poli ai săi la numărul de perechi de poli ai statorului.

Modificarea numărului de perechi de poli în raportul 1/2 se poate face relativ ușor prin modificarea conexiunilor înfășurării statorice (cea mai cunoscută fiind înfășurarea de tip Dahlander), obținându-se motorul asincron cu două viteze de sincronism. Acest motor este echipat cu o înfășurare statorică executată din câte două jumătăți pe fiecare fază (pentru prima fază jumătățile sunt U_1U_2 și U_3U_4), jumătățile de pe fiecare fază pot fi conectate în serie (ca în figura 2.32) sau în paralel (ca în figura 2.33). La conectarea în serie, numărul de perechi de poli este dublu față de conectarea în paralel (în opoziție). Așadar, la conectarea în serie a celor două jumătăți de înfășurare se obține o turație egală cu jumătate din turația obținută la conectarea acestora în paralel.

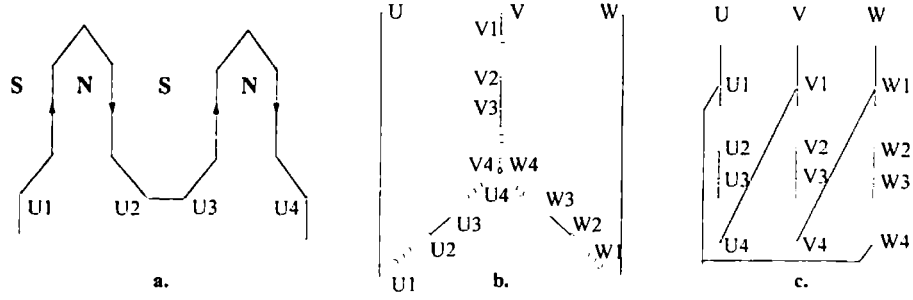


Fig. 2.32. Conectarea în serie a jumătăților de înfășurare la înfășurarea Dahlander:
a - schema de principiu; **b** - conexiunea stea a înfășurării; **c** - conexiunea triunghi a înfășurării.

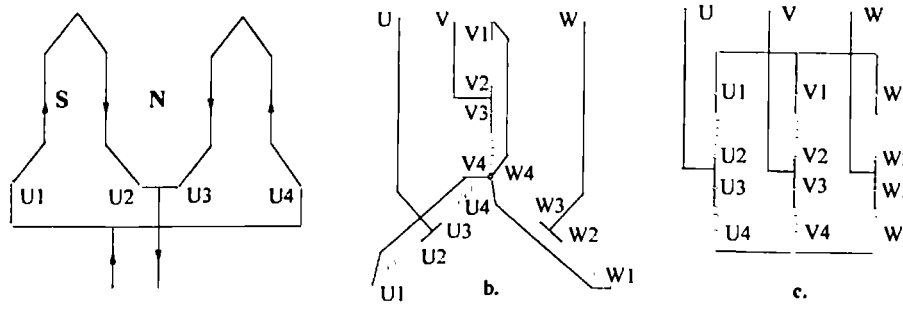
La schimbarea turației de la o valoare mare la o valoare mică, mașina trece prin regimul de generator asincron, debitând în rețea o anumită cantitate de energie activă de frânare, astfel încât trecerea la turația mică se produce lent, fără șocuri mecanice.

b. Modificarea alunecării

Pentru a simplifica studiul posibilităților de modificare a alunecării, vom avea în vedere că, în majoritatea cazurilor practice, funcționarea stabilă are loc pentru alunecări inferioare alunecării critice. Considerând $s<<s_m$, din formula lui Kloss simplificată avem:

$$s \cong \frac{s_m}{2M_m} \cdot M_r \tag{2.39}$$

de unde rezultă că, pentru un cuplu de sarcină dat ($M = M_r$), alunecarea s se poate modifica, reglând parametrii care determină alunecarea critică s_m şi cuplul maxim M_m.



a.

Fig. 2.33. Conectarea în paralel a jumătăţilor de înfăşurare la înfăşurarea Dahlander:
a. - schema de principiu; **b.** - pentru conexiunea stea; **c.** - pentru conexiunea triunghi.

Analizând expresiile mărimilor s_m şi M_m, rezultă că, la frecvenţa de alimentare f_1 dată şi la număr de perechi de poli dat, se pot modifica s_m şi M_m, modificând tensiunea de alimentare U_1 sau parametrii R_1, R_2', $L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}'$. Ţinând seama că, în practica acţionărilor electrice, se recurge de regulă la modificarea tensiunii U_1 (la frecvenţa f_1 dată) şi a rezistenţei rotorice R_2', vom prezenta în continuare aceste două metode.

Modificarea tensiunii de alimentare

O metodă clasică de modificare a tensiunii de alimentare (valabilă şi în regimurile de pornire) constă în utilizarea unor transformatoare sau autotransformatoare reglabile, continuu sau în trepte. Actualmente, pentru modificarea tensiunii de alimentare a motoarelor asincrone se utilizează variatoare statice de tensiune alternativă (V.T.A). Modificarea valorii efective a tensiunii motorului şi, în consecinţă, modificarea turaţiei acestuia, se realizează prin modificarea unghiului de întârziere la aprindere a tiristoarelor, de regulă $\alpha \in (0 \ldots 150°)$. Forma de undă a tensiunilor de la ieşirea variatorului se abate tot mai mult de la o sinusoidă, aceasta conducând la apariţia unor cupluri parazite, pendulatorii, precum şi la pierderi Joule şi în fier majorate. Modificarea tensiunii de alimentare se poate face numai în sensul scăderii acesteia sub valoarea nominală şi are dezavantajul că reduce şi cuplul electromagnetic al maşinii.

Modificarea rezistenţei rotorice

Metodele clasice de reglare a rezistenţei trifazate rotorice sunt:folosirea reostatelor cu cursor (la puteri mici), a reostatelor cu ploturi (reglaj în trepte) sau a reostatelor în trepte, scurtcircuitate de contactoare de putere (la puteri mari). În ultimul timp. pentru reglarea continuă a rezistenţei din circuitul rotoric, se folosesc tot mai des scheme cu elemente semiconductoare de putere (tiristoare, tranzistoare, triacuri).

În Fig. 2.34.a, tensiunea rotorică (variabilă cu alunecarea) se redresează şi apoi se conectează pe rezistenţa R a cărei valoare poate fi modificată cu un contactor static CS, conectat în paralel cu rezistenţa. Dacă CS este închis un timp t_c şi este deschis un timp

$t_d = T - t_c$, atunci rezistența echivalentă R_e a grupării R + CS are variația în timp prezentată în Fig. 2.34.b. Valoarea medie a acestei rezistențe se calculează astfel:

$$R_e = (1 - \frac{t_c}{T})R \tag{2.40}$$

Modificând continuu factorul t_c/T între 1 și 0, se obține un reglaj continuu al rezistenței R_e între zero și R.

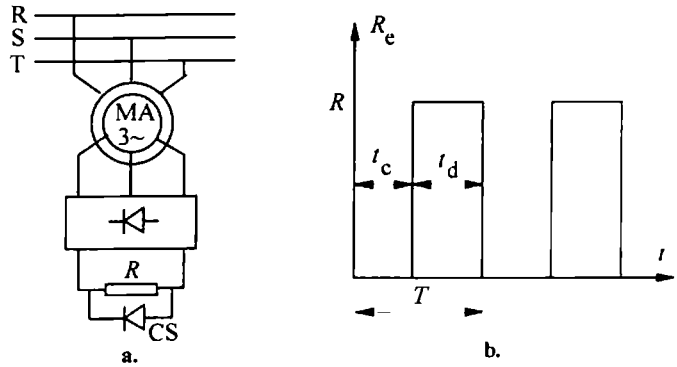


Fig. 2.34. Variația rezistenței rotorice cu contactoare statice individuale.

În loc ca puterea de alunecare *sP* să se disipe integral în circuitul rotoric sub formă de căldură, o bună parte din aceasta poate fi recuperată în două moduri: a) folosind un procedeu mecanic (*cascada Kramer*) prin care puterea de alunecare se returnează axului motorului asincron în cauză,cu ajutorul unui motor de c.c. cuplat pe același ax cu motorul asincron și b) folosind un procedeu electric, prin care puterea de alunecare este returnată rețelei de alimentare a motorului asincron prin intermediul unui redresor și a unui invertor cu comutație de la rețea (*cascada Scherbius*).

c. Modificarea frecvenței tensiunii de alimentare

Reglarea turației prin modificarea frecvenței tensiunii de alimentare se realizează alimentând motorul de la un convertor de frecvență care poate fi un invertor sau un cicloconvertor. Frecvența nu poate fi variată independent de tensiunea de alimentare. Într-adevăr, neglijând căderile de tensiune pe impedanța de fază a statorului motorului, putem scrie:

$$U_1 \cong E_1 = 4{,}44 f_1 w_1 k_{w1} \Phi_m = const \cdot f_1 \Phi_m \tag{2.41}$$

în care U_1 este valoarea efectivă a tensiunii de fază aplicată motorului. Pentru a nu influența performanțele motorului (cuplul, curentul de mers în gol, curentul nominal), fluxul magnetic Φ_m trebuie să rămână, pe cât posibil, constant. Prin urmare, din ecuația (2.41) se deduce că raportul U_1/f_1 = **const.**, adică tensiunea trebuie să fie proporțională cu frecvența. Această relație se adoptă la scăderea frecvenței f_1 sub valoarea nominală. La creșterea frecvenței peste valoarea nominală, tensiunea U_1 rămâne însă constantă ($U_1 = U_{1n}$) din motive de izolație și de majorare a pierderilor în fier, astfel încât odată cu creșterea frecvenței peste valoarea nominală are loc o scădere a fluxului magnetic Φ_m.

Dacă în expresia cuplului maxim M_m se neglijează rezistența R_1 a înfășurării,

cuplul maxim al motorului este dat de relația: $M_m \cong const.(U_1 / f_1)^2$. Ținând seama de această relație, se poate spune că pentru $f_1 < f_n$, cuplul maxim al motorului este constant, iar pentru $f_1 > f_n$ cuplul maxim este invers proporțional cu pătratul frecvenței f_1. La frecvențe mici, reactanțele motorului sunt mici și rezistența R_1 nu se mai poate neglija. Altfel spus, cuplul maxim nu se va mai menține constant, dacă U_1/f_1 = const. Pentru a rămâne cuplul maxim constant și la frecvențe mici, trebuie ca tensiunea U_1 să varieze mai repede decât frecvența, adică dependența $U_1 = f(f_1)$ să se abată de la o dreaptă, așa cum se arată în Fig. 2.35.

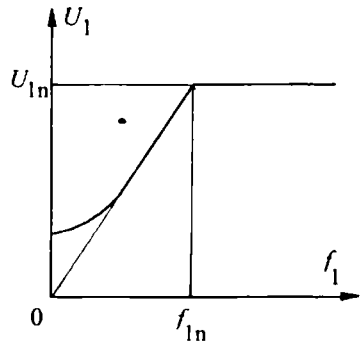


Fig. 2.35. Dependența $U_1 = f(f_1)$.

Metoda de reglare a vitezei motorului asincron prin variația frecvenței tensiunii de alimentare este foarte eficientă din punct de vedere al sensului reglării, al gamei de reglare, al sensibilității reglării (reglarea este practic continuă) și al randamentului reglării. Instalația de reglare prin frecvență a vitezei motorului poate fi un cicloconvertor sau un invertor. Cicloconvertorul se folosește la frecvențe mici, iar invertorul se folosește atât la frecvențe mici, cât și la frecvențe mari.

2.16. PROBLEME CU MOTOARE ASINCRONE

PROBLEMA 2.1

Un motor asincron trifazat funcționează în sarcină la turația n_2 = 1440 rot/min. Să se determine numărul perechilor de poli p, alunecarea s, frecvența curenților din rotor f_2, turația câmpului magnetic învârtitor de reacție, produs de curenții rotorici, în raport cu rotorul și în raport cu statorul, dacă frecvența tensiunii de alimentare este f_1 = 50 Hz.

Soluție: Turația nominală a oricărui motor asincron este valoarea imediat inferioară din șirul turațiilor de sincronism corespunzătoare frecvenței de 50 Hz: 3000, 1500, 1000, 750, ... rot/min. Rezultă, pentru motorul considerat, valoarea turației de sincronism n_1 = 1500 rot/min, prin urmare, numărul de perechi de poli este p = 2. Alunecarea motorului se deduce cu relația $s = (n_1 - n_2)/n_1 = (1500 - 1440)/1500 = 0{,}04$. Frecvența curenților rotorici este $f_2 = sf_1 = 0{,}04 \cdot 50 = 2$ Hz, turația câmpului magnetic învârtitor de reacție, față de rotor este $n_r = f_2/p = 2/2 = 1$ rot/sec = 60 rot/min și turația câmpului magnetic față de stator are valoarea $n_s = n_2 + n_r = 1440 + 60 = 1500$ rot/min, adică egală cu valoarea turației de sincronism. Rezultă următoarea regulă: *turația câmpului magnetic de reacție al unui motor asincron este egală cu turația câmpului magnetic învârtitor inductor, indiferent de valoarea alunecării motorului.*

PROBLEMA 2.2

Un motor asincron are următoarele date nominale: P_n = 2,2 kW; U_n = 220/380 V; I_n = 8,67/5,01 A; n_n = 1425 rot/min; $\cos\varphi_n$ = 0,82; f_n = 50 Hz. Ce alte mărimi caracteristice ale motorului se pot calcula folosind datele lui nominale?

Soluție: Mărimile caracteristice care se pot afla din datele nominale sunt:

a. Cuplul nominal al motorului: $M_n = \frac{P_n}{2\pi n_n} = \frac{2200 \cdot 60}{2\pi \cdot 1425} = 14,75\ Nm$;

b. Randamentul nominal: $\eta_n = \frac{P_n}{P_1} = \frac{P_n}{\sqrt{3} U_n I_n \cos\varphi_n} = \frac{2200}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 8,67 \cdot 0,82} = 0,81$;

c. Alunecarea nominală: $s_n = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{1500 - 1425}{1500} = 0,05$;

d. Numărul de perechi de poli ai motorului: $p = \frac{f_n}{n_1} = \frac{60 \cdot 50}{1500} = 2$ perechi;

e. Suma pierderilor din motor: $\sum P = P_1 - P_n = P_1 - \eta_n P_1 = P_1(1 - \eta_n) = 516\ W$.

PROBLEMA 2.3

Un motor asincron este caracterizat de următoarele date: U_n = 220 V (conexiune stea în stator); f_n = 50 Hz; R_1 = 0,3 Ω; R'_2 = 0,15 Ω; $X_{\sigma 1}$ = 0,4 Ω; $X'_{\sigma 2}$ = 0,2 Ω; P_{Fe} = 0. (R_w = infinită). Să se calculeze curentul absorbit de motor şi puterea activă absorbită în următoarele situaţii: **a.** maşina funcţionează cu rotorul blocat, s = 1 (la pornire); **b.** maşina funcţionează în gol ideal, s = 0; **c.** maşina funcţionează ca motor cu alunecarea s = 0,02.

Soluţie: **a.** Schema echivalentă a maşinii cu rotorul calat este desenată în Fig. 2.36.a. Din această schemă se obţine curentul complex $\underline{I}_1$ cu relaţia:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1(\underline{Z}'_2 + jX_\mu)}{\underline{Z}_1\underline{Z}'_2 + jX_\mu\underline{Z}_1 + jX_\mu\underline{Z}'_2} = 102 - j137$$

în care tensiunea de fază $\underline{U}_1$ s-a ales origine de fază, adică $\underline{U}_1 = U_1 = 220/\sqrt{3} = 127$ V.

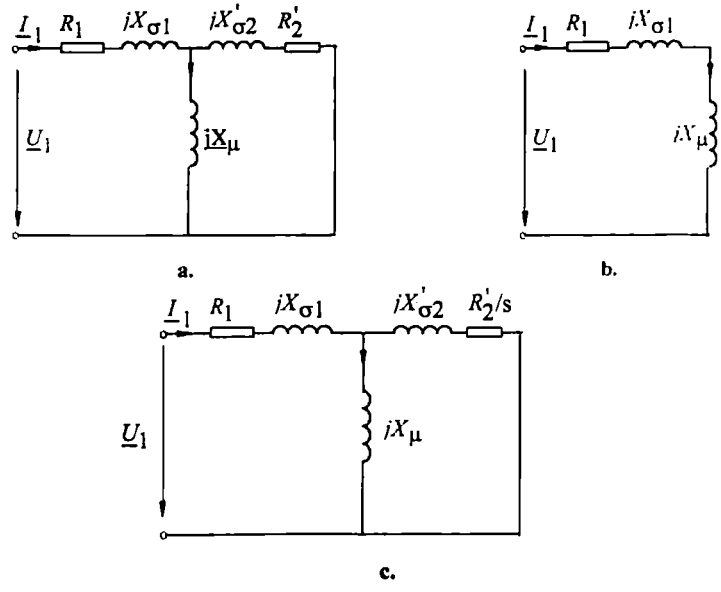


Fig. 2.36. Scheme echivalente pentru problema 2.3: **a** - schema motorului cu rotorul blocat; **b** - schema la mersul în gol ideal; **c** - schema la mersul în sarcină.

Curentul absorbit de maşină de la reţea are valoarea efectivă I_1 = 172 A, iar puterea activă absorbită se determină astfel:

$$P_1 = \mathrm{Re}\{3\underline{U}_1\underline{I}_1^*\} = \mathrm{Re}\{3\cdot 127(102+j137)\} = 32470\ W$$

b. Schema echivalentă a maşinii la funcţionarea în gol ideal cu $s = 0$ este prezentată în Fig. 2.36.b. În acest caz, rezultă curentul complex absorbit de maşină are următoarea expresie:

$$\underline{I}_{10} = \frac{\underline{U}_1}{R_1 + j(X_{\sigma 1} + X_\mu)} = \frac{127}{0{,}3 + j(0{,}4 + 10)} = 0{,}352 - j12{,}2$$

Valoarea efectivă a curentului este I_{10} = 12,21 A, iar puterea activă absorbită de maşină are expresia:

$$P_{10} = \mathrm{Re}\{3\underline{U}_1\underline{I}_{10}^*\} = \mathrm{Re}\{3\cdot 127(0{,}352+j12{,}2)\} = 134\ W$$

c. Schema echivalentă a maşinii în sarcină este reprezentată în Fig. 2.36 c. Din această schemă rezultă curentul complex absorbit:

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_1 + \dfrac{jX_\mu \underline{Z}_2'}{\underline{Z}_2' + jX_\mu}},\ cu\ \underline{Z}_2' = \frac{R_2'}{s} + jX_{\sigma 2}' \Rightarrow \underline{I}_1 = 14{,}6 + j11{,}8$$

Valoarea efectivă a curentului absorbit este I_1 = 18,76 A, iar puterea activă a motorului are valoarea P_1 = 5563 W.

PROBLEMA 2.4

Un motor asincron trifazat este caracterizat de următoarele date nominale: P_n = 11 kW; U_n = 220/380 V; n_n = 1440 rot/min; η_n = 87 %; $\cos\varphi_{1n}$ = 0,84 şi pierderile mecanice P_m = 400 W. Să se calculeze: alunecarea nominală s_n, frecvenţa rotorică f_2, puterea mecanică P_M, puterea electromagnetică P, Pierderile Joule în rotor P_{J2}, curentul absorbit de motor I_1, rezistenţa înfăşurării statorice R_1, dacă pierderile în fierul statoric sunt P_{Fe} = 300 W.

Soluţie: Alunecarea nominală a motorului are valoarea:

$$s_n = \frac{n_1 - n_n}{n_1} = \frac{1500 - 1440}{1500} = 0{,}04$$

Frecvenţa curenţilor rotorici este $f_2 = sf_1 = 0{,}04\cdot 50 = 2$ Hz, iar puterea mecanică are expresia $P_M = P_n + P_m = 11 + 0{,}4 = 11{,}4$ kW. Puterea electromagnetică este $P = P_M/(1 - s_n) = 11{,}4(1 - 0{,}04) = 11{,}875$ kW şi pierderile Joule în rotor sunt date de relaţia $P_{J2} = s_n P = 0{,}475$kW.

Puterea P_1, absorbită de motor şi curentul I_1 statoric, sunt următoarele:

$$P_1 = \frac{P_n}{\eta_n} = \frac{11}{0{,}87} = 12{,}64 kW;\quad I_1 = \frac{P_1}{3U_{1f}\cos\varphi_{1n}} = \frac{12640}{2\cdot 220\cdot 0{,}84} = 22{,}8\ A$$

Pierderile Joule în înfăşurarea statorică, precum şi rezistenţa statorică pe fază se deduc astfel:

$$P_{J1} = P_1 - P_{Fe} - P = 12640 - 300 - 11875 = 465\,W;\quad R_1 = \frac{P_{J1}}{3 \cdot I_1^2} = \frac{465}{3 \cdot 22{,}8^2} = 0{,}3\,\Omega.$$

PROBLEMA 2.5

Un motor asincron trifazat are f_n=50 Hz; $2p$=4 poli, factorul de suprasarcină $k_m = M_m/M_n$= 2,2; P_n = 5 kW; puterea electromagnetică în regim nominal P = 5,5 kW; pierderile de frecare şi ventilaţie P_m = 150 W. Să se determine alunecarea critică s_m, cuplul nominal M_n, şi cuplul de pornire M_p al motorului.

Soluţie: Aplicăm relaţia (2.16), scrisă pentru regimul nominal în care se înlocuieşte $P_{J2} = sP$. Această relaţie permite determinarea alunecării nominale s_n:

$$s_n = \frac{P - P_n - P_m}{P} = \frac{5500 - 5000 - 150}{5500} = 0{,}0636$$

Se aplică formula lui Kloss pentru regimul nominal şi avem:

$$\frac{M_n}{M_m} = \frac{2}{\frac{s_n}{s_m} + \frac{s_m}{s_n}} \Rightarrow \frac{1}{2{,}2} = \frac{2}{\frac{0{,}0636}{s_m} + \frac{s_m}{0{,}0636}} \Rightarrow s_{m1} = 0{,}155;\ s_{m2} = 0{,}404$$

Valoarea convenabilă a alunecării critice este de (2,5... 4) ori mai mare decât valoarea nominală, adică s_m = 0,155 .

Cuplul nominal este $M_n = P_n/(2\pi n_n)$ = 34 Nm. Cuplul de pornire se deduce tot din formula lui Kloss aplicată pentru regimul de pornire (s = 1) în care se introduce cuplul maxim dat de relaţia $M_m = k_m M_n$ = 2,2·34 = 74,8 Nm; M_p / 74,8 = 2 / (s_m + 1/s_m), din care rezultă M_p = 22,64 Nm < M_n. Deci, motorul calculat mai sus nu poate porni direct la cuplul nominal. Din această cauză se foloseşte un reostat de pornire care măreşte cuplul de pornire şi micşorează curentul de pornire.

PROBLEMA 2.6

Pe plăcuţa indicatoare a unui motor asincron trifazat, cu rotorul bobinat, sunt trecute următoarele *date nominale*: P_n = 0,75 kW; U_n = 220/380 V (Δ/Y): f_n = 50 Hz; n_n = 1385 rot/min; I_n = 3,6/2,08 (Δ / Y); cosφ$_n$ = 0,76; capacitatea de suprasarcină $k_m = M_{max}/M_n$ = 2,6. Ce alte elemente se mai pot afla cu datele de pe plăcuţă ? Se precizează că, dacă valoarea capacităţii de suprasarcină nu este trecută pe plăcuţă, aceasta se ia din datele de catalog ale maşinii.

Soluţie: Elementele caracteristice care se pot calcula din datele nominale sunt:

1. *Alunecarea nominală:* $s_n = (n_1 - n_n) / n_1$ = (1500 - 1385) / 1500 = 0,076;

2. *Randamentul nominal:*

$$\eta_n = \frac{P_n}{\sqrt{3} U_n I_{1n} \cos\varphi_n} = \frac{750}{\sqrt{3} \cdot 220 \cdot 3{,}6 \cdot 0{,}76} = 0{,}72;$$

3. *Cuplul nominal*: $M_n = P_n / \Omega_n = P_n / (2\pi n_n)$ = 750 / (2π·1385/60) = 5,17 Nm;

4. *Suma tuturor pierderilor din motor este:*

$$\Sigma P = P_{1n} - P_n = \sqrt{3}U_n I_{1n}\cos\varphi_n - P_n = \sqrt{3}\cdot 220\cdot 3{,}6\cdot 0{,}76 - 750 = 291 \text{ W};$$

5. *Alunecarea critică*: s_m, corespunzătoare cuplului maxim M_{m1} se deduce cu formula lui Kloss, aplicată în regimul nominal, care se scrie:

$$\frac{1}{k_m} = \frac{M_n}{M_{m1}} = \frac{2}{\frac{s_m}{s_n} + \frac{s_n}{s_m}} \Rightarrow s_m = s_n(k_m \pm \sqrt{k_m^2 - 1}), \quad \Rightarrow s_m = s_n(k_m + \sqrt{k_m^2 - 1})$$

care, după înlocuirea datelor numerice, conduce la valoarea $s_m = 0{,}383$;

6. *Cuplul maxim*: M_{m1}, se determină astfel : $M_{m1} = k_m M_n = 2{,}6\cdot 5{,}17 = 13{,}44$ Nm;

7. *Cuplul de pornire*: M_p, se determină din formula lui Kloss scrisă la pornire:

$$\frac{M_p}{M_{m1}} = \frac{2}{\frac{1}{s_m} + s_m} \Rightarrow M_p = \frac{2M_{m1}s_m}{s_m^2 + 1} = \frac{2\cdot 13{,}44\cdot 0{,}383}{0{,}383^2 + 1} = 8{,}98\ Nm > M_n;$$

PROBLEMA 2.7

Un motor asincron trifazat de putere nominală P_n = 7 kW, tensiune nominală U_n = 3x380 V (conexiune stea pe stator), frecvență nominală f_1= 50Hz, turație nominală n_n =2910 rot/min are rezistența înfășurării statorice R_1 = 0,6 Ω, reactanța $X_{\sigma 1}$ = 1,3 Ω, și pierderile mecanice P_m = 180 W. La încercarea de mers în gol, la tensiune nominală s-au măsurat P_{10} = 396 W și I_{10} = 4,07 A, iar la încercarea în scurtcircuit la tensiunea U_{1k} = 80 V s-au măsurat P_{1k} = 850 W și I_{1k} = 14 A. Să se determine: **a.** frecvența curenților rotorici și puterea electromagnetică; **b.** parametrii schemei echivalente; **c.** cuplul nominal M_n, cuplul maxim M_m, alunecarea critică s_m și cuplul de pornire M_p.

Soluție: **a.** Alunecarea nominală s_n, frecvența curenților rotorici f_2, puterea mecanică P_M și puterea electromagnetică P, se determină astfel:

$$s_n = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{3000 - 2910}{3000} = 0{,}03; \quad f_2 = sf_1 = 0{,}03\cdot 50 = 1{,}5Hz;$$

$$P_M = P_n + P_m = 7000 + 180 = 7180W; \; P = \frac{P_M}{1 - s_n} = \frac{7180}{1 - 0{,}03} = 7402W$$

b. Se determină pierderile în fier P_{Fe} și rezistența corespunzătoare acestora R_w:

$$P_{Fe} = P_{10} - 3R_1 I_{10}^2 - P_m = 396 - 3\cdot 0{,}6\cdot 4{,}07^2 - 180 = 186W; R_w = \frac{3(U_n/\sqrt{3})^2}{P_{Fe}} = 775\Omega$$

Factorul de putere $\cos\varphi_{10}$, reactanța de magnetizare X_μ, rezistența de scurtcircuit R_k, impedanța Z_k, reactanța de dispersie $X_{\sigma k}$ și factorul c, se determină astfel:

$$\cos\varphi_{10} = \frac{P_{10}}{\sqrt{3}U_n I_{10}} = 0{,}148; \; X_\mu = \frac{U_{1f}}{I_\mu} = \frac{U_n/\sqrt{3}}{I_{10}\cdot\sin\varphi_{10}} = 54\,\Omega;$$

$$R_k = R_1 + cR_2' = \frac{P_{1k}}{3 \cdot I_{1k}^2} = 1{,}446\,\Omega; \Rightarrow cR_2' = R_k - R_1 = 0{,}846\,\Omega; \quad Z_k = \frac{U_{1f}}{I_{1k}} = 3{,}3\,\Omega;$$

$$X_{\sigma k} = X_{\sigma 1} + cX_{\sigma 2}' = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 2{,}97\,\Omega; \; c \cong 1 + \frac{X_{\sigma 1}}{X_\mu} = 1 + \frac{1{,}3}{54} = 1{,}024;$$

c. Cuplul nominal M_n, cuplul maxim M_m, alunecarea critică s_m şi cuplul de pornire M_p, se calculează astfel:

$$M_n = \frac{P_n}{2\pi n_n} = 22{,}98Nm;$$

$$M_m = \frac{3 \cdot U_{1f}^2}{2c\Omega_1 [R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{\sigma k}^2}\,]} = \frac{3 \cdot (380/\sqrt{3})^2}{2 \cdot 1{,}024 \cdot 100\pi \cdot [0{,}6 + \sqrt{0{,}6^2 + 2{,}97^2}\,]} = 61{,}83Nm;$$

$$s_m = \frac{cR_2'}{\sqrt{R_1^2 + X_{\sigma k}^2}} = 0{,}279; \quad M_p = \frac{3 \cdot U_{1f}^2}{\Omega_1} \cdot \frac{R_2'}{R_k^2 + X_{\sigma k}^2} = 34{,}8Nm$$

PROBLEMA 2.8

Un motor asincron trifazat cu rotorul bobinat are următoarele date caracteristice: $R_1 = R_2' = 1\Omega$; $X_{\sigma 1} = X_{\sigma 2}' = 3\,\Omega$; $s_n = 4\%$; $k_m = M_m/M_n = 2{,}5$; $w_1 k_{w1}/w_2 k_{w2} = 1{,}8$. Maşina merge ca motor şi trebuie să frâneze contracurent aşa încât cuplul său să nu depăşească, în timpul frânării, dublul cuplului nominal, iar cuplul minim în timpul frânării, să nu fie mai mic decât cuplul nominal. Frânarea începe de la alunecarea s_n. Să se determine rezistenţa de frânare R_F, înseriată în rotor, pentru a realiza frânarea.

Soluţie: În momentul inversării celor două faze statorice, când se trece de la regimul de motor la cel de frânare contracurent, alunecarea corespunzătoare regimului de frână este $s_f = 2 - s = 1{,}96$. Aplicând formula lui Kloss, se poate deduce alunecarea critică în regimul de frânare s_{kf}, cu relaţia:

$$\frac{M}{M_m} = \frac{2}{\frac{s_f}{s_{kf}} + \frac{s_{kf}}{s_f}}, \text{ unde } M = 2M_n \text{ iar } M_m = 2{,}5M_n; \Rightarrow s_{kf} = 3.92$$

Din expresia alunecării critice s_{kf}, unde se pune $c = 1$, se deduce valoarea rezistenţei R_F raportată şi neraportată:

$$s_{kf} = \frac{R_2' + R_F'}{\sqrt{(R_1^2 + (X_{\sigma 1} + X_{\sigma 2}')^2}} = \frac{1 + R_F'}{\sqrt{1 + 36}} \Rightarrow R_F' = 22{,}8\,\Omega, \; R_F = \frac{R_F'}{1.8^2} = 7{,}04\,\Omega$$

Să determinăm cuplul minim în perioada frânării. Acesta se obţine pentru $s = 1$ şi se calculează folosind formula lui Kloss:

$$\frac{M_p}{M_m} = \frac{2}{\frac{1}{s_{kf}} + s_{kf}} \Rightarrow \frac{M_p}{M_m} = 0{,}479 \Rightarrow M_p = 0{,}479 \cdot 2{,}5M_n = 1{,}19M_n$$

Deci, cuplul de pornire minim este 1,19 M_n şi prin urmare se îndeplineşte condiţia problemei. Rezistenţa de frânare are o singură treaptă.

PROBLEMA 2.9

Un motor asincron are cuplul maxim M_m, alunecarea critică s_m, momentul de inerție J, alunecarea de mers în gol s_0 și viteza unghiulară de sincronism Ω_1. Să se determine timpul de pornire în gol al motorului T_{po}.

Soluție: Ecuația dinamică de mișcare a motorului este următoarea:

$$J\frac{d\Omega}{dt}=M-M_r=M;\ (M_r=0, \text{motorul fiind in gol})$$

Cuplul electromagnetic M se deduce din formula lui Kloss, iar $d\Omega/dt$ o aflăm din relația $\Omega = \Omega_1(1 - s)$, prin derivare:

$$M=\frac{2M_m}{\frac{s}{s_m}+\frac{s_m}{s}};\quad \frac{d\Omega}{dt}=-\Omega_1\frac{ds}{dt}$$

Înlocuim relațiile de mai sus, în ecuația de mișcare și integrăm ecuația cu variabile separabile obținută:

$$-J\Omega_1\frac{ds}{dt}=\frac{2M_m}{\frac{s}{s_m}+\frac{s_m}{s}};\quad \int_0^{T_{p0}}dt=\int_{s_i=1}^{s_0}\left(-\frac{J\Omega_1}{2M_m}\right)\left(\frac{s}{s_m}+\frac{s_m}{s}\right)ds$$

După efectuarea integralei se obține expresia timpului de pornire în gol

$$T_{po}=\frac{J\Omega_1}{2M_m}\left(\frac{1-s_0^2}{2s_m}-s_m\ln s_0\right)$$

PROBLEMA 2.10

Un motor asincron cu momentul de inerție J și cu viteza de sincronism Ω_1 pornește în gol. Să se determine cantitatea de căldură disipată în rotor în perioada pornirii, considerând alunecarea de mers în gol $s_0 = 0$.

Soluție: Puterea dezvoltată în rotor în perioada pornirii se calculează cu relația $P_{J2} = sP = sM\Omega_1$. Pentru pornirea în gol cuplul rezistent $M_r = 0$, deci din ecuația de mișcare se poate deduce cuplul electromagnetic M:

$$M=J\frac{d\Omega}{dt}=-J\Omega_1\frac{ds}{dt}$$

Se calculează energia degajată în rotor prin integrarea pierderilor Joule rotorice:

$$W_2=\int_{s=1}^{s=0}P_{J2}dt=\int_1^0 s\left(-J\Omega_1\frac{ds}{dt}\right)\Omega_1 dt=J\Omega_1^2\int_0^1 sds=\frac{J\Omega_1^2}{2}$$

Prin urmare, *energia pierdută în înfășurarea rotorică în perioada pornirii este egală cu energia cinetică a maselor rotorice în mișcare.*

PROBLEMA 2.11

Un motor asincron trifazat are datele: $R_1 = R'_2 = 0{,}2\ \Omega$, $X_{\sigma 1} = X'_{\sigma 2} = 0{,}65\ \Omega$, $X_\mu = 30\ \Omega$, $p = 3$ perechi de poli, $U_{1f} = 220$ V, $f_1 = 50$ Hz, $P_{Fe} = 0$. **a.** Să se determine cuplul electromagnetic maxim, alunecarea critică, alunecarea şi turaţia, la un cuplu rezistent (inclusiv cuplul de frecări) $M_s = 220$ Nm; **b.** Dacă f_1 scade la $f'_1 = 10$ Hz cu respectarea condiţiei U_1/f_1 = const., care este cuplul electromagnetic maxim în noul regim? **c.** Cât trebuie să fie tensiunea U_1 pentru ca la $f'_1 = 10$ Hz, cuplul electromagnetic maxim să fie acelaşi ca la punctul a. Cât sunt alunecarea şi turaţia motorului în acest caz, la cuplu rezistent de 220 Nm?

Soluţie: **a.** Folosim formula cuplului maxim al motorului:

$$M_{m1} = \frac{3U_{1f}^2}{2c\cdot\frac{2\pi f_1}{p}\cdot\left[R_1+\sqrt{R_1^2+(X_{\sigma 1}+cX'_{\sigma 2})^2}\right]},\quad c\approx 1+\frac{X_{\sigma 1}}{X_\mu}=1{,}02 \Rightarrow M_{m1}=445Nm$$

Alunecarea critică obţinută cu datele numerice indicate are valoarea $s_m = 0{,}153$. Alunecarea s corespunzătoare cuplului $M_s = 220$ Nm se află cu relaţia lui Kloss:

$$\frac{M_s}{M_{m1}}=\frac{2}{\frac{s}{s_m}+\frac{s_m}{s}} \Rightarrow s_1 = 0{,}0374 \text{ si } s_2 = 0{,}88;\ \text{se alege } s = 0{,}0374$$

iar turaţia se determină cu relaţia $n = 1000(1\text{-}s) = 963$ rot/min.

b. Calculăm tensiunea U'_1 corespunzătoare frecvenţei f'_1: $U'_1 = U_1 f'_1/f_1 = 44$V.
Cuplu electromagnetic maxim calculat în noua situaţie va avea expresia:

$$M'_{m1}=\frac{3R'_2(U')^2}{2c\Omega_1\frac{f'_1}{f_1}\left[R_1+\sqrt{R_1^2+\left(\frac{f'_1}{f_1}\right)^2(X_{\sigma 1}+cX'_{\sigma 2})^2}\right]}=51{,}3Nm$$

În consecinţă, motorul nu poate funcţiona în această situaţie deoarece $M_s > M'_m$.

c. Pentru ca, la frecvenţa $f'_1 = 10$ Hz, cuplul maxim să păstreze valoarea de la punctul **a**), trebuie ca tensiunea U_1 să se modifice la valoarea U''_1 calculată astfel:

$$\frac{M'_m}{M_m}=\left(\frac{U'_1}{U''_1}\right)^2 \Rightarrow U''_1 = U'_1\sqrt{\frac{M_m}{M'_m}} = 130\ V$$

La această tensiune şi la cuplu rezistent $M_s = 220$ Nm, alunecarea motorului s' va rezulta din ecuaţia:

$$220=\frac{3\cdot 0{,}2\cdot 130^2}{s'\cdot 104{,}7\cdot\frac{10}{50}\left[(0{,}2+1{,}02\cdot 0{,}2/s')^2+(10/50)^2\cdot(0{,}65+1{,}02\cdot 0{,}65)^2\right]} \Rightarrow s' = 0{,}219$$

Turaţia $n = 1000\cdot(10/50)\cdot(1\text{-}0{,}219) = 156$ rot/min. De remarcat că, la noua frecvenţă $f'_1 = 10$ Hz, alunecarea s' este mult mai mare decât în cazul funcţionării la

același cuplu rezistent la f_1= 50 Hz. Aceasta ne conduce la concluzia că la frecvențe reduse, caracteristica mecanică a motorului devine mai puțin dură, iar randamentul motorului scade, crescând pierderile în înfășurarea rotorică.

PROBLEMA 2.12

Un motor asincron trifazat cu rotorul bobinat are datele nominale P_n= 7,5 kW, n_n = 1445 r/min, R_1 = 0,6 Ω, R'_2 = 0,21Ω, $X_{\sigma k}$ = 1,8Ω, raportul de transformare k = 2,1 și capacitatea de suprasarcină λ = M_m/M_n = 2,095. La pornire, motorul trebuie să aibă M_p = 1,6 M_n. Să se calculeze rezistența totală R_{2s} în rotor, raportată și neraportată.

Soluție: Alunecările critice s_k și s_{kr} (pentru rezistența R_{2s} în rotor) se deduc astfel:

$$s_k = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{\sigma k}^2}} = \frac{0,21}{\sqrt{0,6^2 + 1,8^2}};\ s_{kr} = \frac{R'_2 + R'_{2s}}{\sqrt{R_1^2 + X_{\sigma k}^2}} \Rightarrow \frac{s_{kr}}{s_k} = \frac{R'_2 + R'_{2s}}{R'_2}$$

Cuplul nominal este $M_n = P_n/(2\pi n_n)$ = 49,6 Nm și cuplul maxim M_m = 103,8 Nm. Din formula lui Kloss aplicată pentru regimul de pornire, rezultă alunecarea critică s_{kr};

$$\frac{M_p}{M_m} = \frac{2}{s_{kr} + 1/s_{kr}} \Rightarrow (s_{kr})_1 = 0,232;\ (s_{kr})_2 = 1,076, \text{ se alege } s_{kr} = 1,076$$

Din relația de mai sus găsim valorile rezistențelor R'_{2s} raportată și R_{2s} neraportată:

$$R'_{2s} = R'_2 \cdot \frac{s_{kr}}{s_k} - R'_2 = 1,7\Omega;\ R_{2s} = \frac{R'_{2s}}{k^2} = 0,385\Omega$$

PROBLEMA 2.13

Un motor asincron are capacitatea de suprasarcină k_m = M_m/M_n = 2,5 și frecvența f_n = 50 Hz. Dacă cuplul la arbore rămâne constant și egal cu cuplul nominal, să se determine capacitatea de suprasarcină a motorului în cazul când: **a.** $f = f_n$ = const. și tensiunea la borne scade la $U = 0,8U_n$; **b.** $U = U_n$ = const. și frecvența scade la $f = 0,92f_n$.

Soluție: **a.** Capacitatea de suprasarcină a motorului asincron este proporțională cu raportul $(U/f)2$. Deci, în cazul variației tensiunii, capacitatea de suprasarcină este:

$$k_{mU} = k_m\left(\frac{U}{U_n}\right)^2 = 2,5 \cdot (0,8)^2 = 1,6$$

b. În cazul variației frecvenței, capacitatea de suprasarcină variază după legea:

$$k_{mf} = k_m\left(\frac{f_n}{f}\right)^2 = 2,5\left(\frac{1}{0,92}\right)^2 = 2,95$$

CAPITOLUL 3

MAŞINA SINCRONĂ

3.1. GENERALITĂŢI

Maşina sincronă este o maşină electrică de curent alternativ cu câmp magnetic învârtitor, la care turaţia rotorului este egală cu turaţia câmpului magnetic învârtitor, indiferent de valoarea sarcinii.

Maşina sincronă poate funcţiona în regim de *generator* sau în regim de *motor*, nefiindu-i caracteristic regimul de frână. De asemenea, maşina sincronă se foloseşte pe scară largă şi în regim de *compensator* sincron (motor sincron supraexcitat, funcţionând în gol), caz în care compensează energia reactivă a reţelei de alimentare.

Pentru maşina sincronă, *inductorul* (partea care creează câmpul magnetic) este rotorul, iar *indusul* (partea în care se induc t.e.m.) este statorul. Acest tip constructiv de maşină sincronă este cel mai folosit şi se numeşte maşină sincronă *de construcţie normală* sau directă. Mai rar, se construiesc şi maşini sincrone *de construcţie inversată*, la care inductorul este statorul, iar indusul este rotorul (ca la masina asincronă sau de curent continuu).

3.2. ELEMENTE CONSTRUCTIVE ALE MAŞINII SINCRONE

Ca orice maşină electrică rotativă, maşina sincronă este formată din două părţi constructive de bază: statorul şi rotorul.

Statorul este partea fixă a maşinii, fiind constituit, ca şi la maşina asincronă, din aceleaşi părţi: miezul feromagnetic statoric şi înfăşurarea statorică. În plus, statorul mai include si carcasa maşinii împreună cu elementele ei caracteristice (tălpi de fixare, scuturi laterale etc.).

Miezul feromagnetic statoric se execută din tole sau segmente de tole, ştanţate din tablă silicioasă, izolate cu lacuri sau cu oxizi ceramici. Tolele se împachetează în interiorul carcasei, iar miezul se consolidează cu tole marginale de grosime mai mare. În cazul maşinilor sincrone de putere mare, miezul feromagnetic statoric se realizează din mai multe pachete de tole de aproximativ 5 cm grosime, între pachete prevăzându-se canale radiale de răcire.

Înfăşurarea statorică se construieşte uzual în varianta trifazată şi este uniform repartizată în crestăturile statorice. Materialul conductor din care se execută înfăşurarea este cuprul de secţiune circulară sau dreptunghiulară. La generatoarele sincrone trifazate, înfăşurarea statorică se conectează în *stea*, pentru a se evita închiderea armonicilor curentului de ordinul 3 sau multiplu de 3, precum şi apariţia unor armonici de acelaşi ordin în curba tensiunii de fază.

Rotorul maşinii sincrone de construcţie normală se deosebeşte fundamental de rotorul maşinii asincrone şi este constituit, în principal, din miezul rotoric şi din înfăşurarea rotorică. După construcţia miezului rotorului, se deosebesc *maşini sincrone cu poli înecaţi* şi *maşini sincrone cu poli aparenţi*.

Maşinile cu poli înecaţi se construiesc uzual ca maşini bipolare şi au viteza rotorică periferică mare (Fig. 3.1.a). Acest tip de maşină rezistă bine la acţiunea forţelor centrifuge care solicită rotorul din punct de vedere mecanic şi se numeşte maşină de tip *turboalternator,* care se realizează de obicei cu axul orizontal, fiind antrenată de o turbină cu abur. Pentru a avea forţe centrifuge cât mai reduse, turboalternatoarele au lungimea rotorului mare şi diametrul mic. Miezul rotoric al maşinii cu poli înecaţi este construit din oţel masiv şi se realizează uzual prin turnare. În miezul rotoric, sunt frezate crestături radiale, repartizate uniform pe aproape 2/3 din periferia rotorului. Dacă se neglijează deschiderea crestăturilor rotorice, lărgimea întrefierului dintre stator şi rotor poate fi considerată constantă.

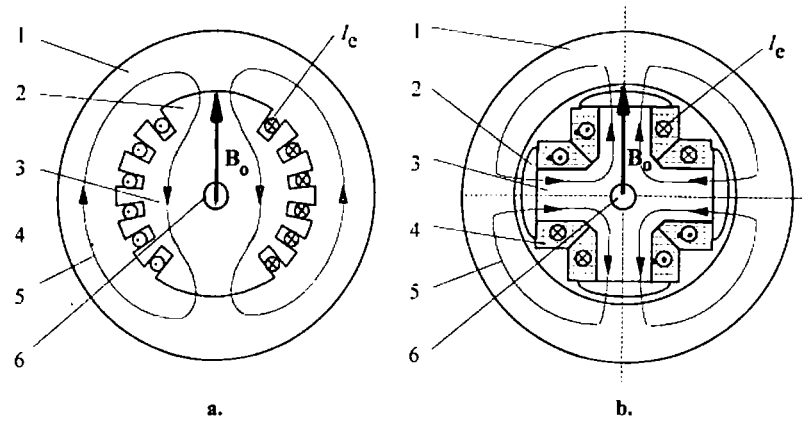


Fig. 3.1. Secţiune transversală printr-o maşină sincronă: **a** - cu poli înecaţi; **b** - cu poli aparenţi: 1 - armătură statorică; 2 - talpă polară rotorică; 3 - armătură feromagnetică rotorică; 4 - înfăşurare rotorică (de excitaţie); 5 - linie a câmpului magnetic de excitaţie; 6 - ax.

Maşinile cu poli aparenţi se construiesc ca maşini multipolare şi au viteza rotorică periferică mai mică (Fig. 3.1.b). Din acest punct de vedere, maşina se construieşte cu rotorul de diametru mare şi lungime mică, forţele centrifuge care solicită rotorul din punct de vedere mecanic fiind mai mici. Acest tip de maşină se numeşte maşină de tip *hidroalternator,* care se realizează de obicei cu axul vertical, fiind antrenată de o turbină cu apă. La maşina cu poli aparenţi, întrefierul dintre stator şi rotor nu mai este constant; în dreptul polilor inductori, întrefierul este mic, iar în spaţiul dintre poli întrefierul este mare. Maşina sincronă cu poli aparenţi este anizotropă din punct de vedere magnetic.

Înfăşurarea de excitaţie (rotorică) a maşinii sincrone cu poli înecaţi se realizează din bobine repartizate în crestăturile rotorului, iar a maşinii cu poli aparenţi se realizează din bobine concentrate aşezate pe polii inductori şi înseriate astfel încât să formeze poli magnetici alternaţi. Înfăşurarea de excitaţie este parcursă de curentul continuu de excitaţie I_e, care creează, la rândul lui, câmpul magnetic de excitaţie de inducţie $\mathbf{B}_0$ (Fig. 3.1), câmp fix faţă de rotor şi învârtitor faţă de stator (a se vedea paragraful 2.3.c.).

La maşinile sincrone de putere mijlocie şi mare, în piesele polare de pe partea dinspre întrefier, sunt prevăzute crestături în care se plasează un sistem de bare scurtcircuitate la capete, ce pot fi privite ca elemente ale unei colivii rotorice, asemănătoare unei colivii de maşină asincronă, colivie care are rol important la pornirea în asincron a motoarelor sincrone sau la amortizarea pendulaţiilor rotorului, fiind denumită, din această cauză, *colivie de pornire* şi *amortizare*.

Legătura dintre înfăşurarea rotorică şi exterior se realizează prin intermediul contactelor alunecătoare perie - colector. Capetele înfăşurării rotorice sunt legate la două inele colectoare, fixate la unul din extremităţile axului. Periile care calcă pe inele asigură legătura între sursa exterioară de curent continuu şi înfăşurarea de excitaţie.

3.3. DOMENII DE UTILIZARE, DATE NOMINALE, SIMBOLIZARE

Maşinile sincrone pot funcţiona în regim de generator când primesc energie mecanică la arbore şi o transformă, prin intermediul câmpului magnetic de excitaţie, în energie electrică, cedată reţelei pe la borne, sau pot funcţiona în regim de motor, când primesc energie electrică de la reţeaua de c.a. şi o transformă în energie mecanică, cedată la ax mecanismului antrenat.

3.3.1. DOMENIILE DE UTILIZARE ALE MAŞINII SINCRONE

a. Generatoarele sincrone, numite şi alternatoare, au cea mai mare răspândire, fiind utilizate practic, în exclusivitate pentru producerea energiei electrice de c.a. Acestea echipează în prezent centralele electrice racordate la sistemele energetice sau centralele electrice cu reţele proprii. Generatoarele sincrone antrenate de turbine hidraulice (hidrogeneratoare) se realizează, în funcţie de potenţialul hidroenergetic al apelor curgătoare, cu puteri de la câteva zeci de kVA la câteva sute de MVA şi tensiuni între 400 V şi 25 kV. Generatoarele sincrone antrenate de turbine cu abur (turbogeneratoare) se utilizează până la puterea de 1200 MVA şi până la tensiunea de 30 kV. Generatoarele sincrone antrenate de motoare Diesel formează *grupurile electrogene* care se construiesc pentru puteri de la câteva sute de waţi la puteri de ordinul megawaţilor. Ele se utilizează ca surse de energie în locurile în care nu sunt reţele electrice sau ca grupuri de intervenţie în cazul întreruperii alimentării cu energie electrică a unor obiective de importanţă mare (spitale, teatre, instituţii publice sau oficiale etc.).

b. Motoarele sincrone sunt competitive în raport cu motoarele asincrone numai la puteri de peste 100 kW şi turaţii sub 1000 rot/min, când funcţionează la factor de putere dorit sau când sunt utilizate pentru compensarea locală a factorului de putere. În prezent, s-au realizat motoare sincrone cu puteri de până la 20 MVA şi tensiuni de alimentare de până la 10 kV. Ele prezintă dezavantajul că necesită o sursă de c.c. pentru excitaţie, iar pornirea este mai dificilă. Totodată, nu sunt recomandate în scheme de acţionare cu variaţii bruşte de sarcină. De aceea, sunt folosite la antrenarea pompelor, a ventilatoarelor, a turbosuflantelor, a concasoarelor, a elicelor de propulsie ale navelor şi, în general, a mecanismelor la care cuplul creşte odată cu turaţia. Motoarele sincrone cu puteri mai mici sunt utilizate în instalaţiile de automatizare, la dispozitivele de cronometrare şi de înregistrare, în cinematografie.

c. Compensatoarele sincrone sunt maşini sincrone construite special pentru a produce numai putere reactivă, în scopul îmbunătăţirii factorului de putere al reţelelor, având acelaşi rol cu bateriile de condensatoare. Ele sunt motoare sincrone cu poli aparenţi, puternic supraexcitate, care funcţionează în gol. Spre deosebire de motoarele sincrone obişnuite, compensatoarele sincrone au axul mai subţire şi înfăşurarea de excitaţie mai voluminoasă. Compensatoarele sincrone prezintă avantaje faţă de bateriile de condensatoare prin faptul că permit un reglaj continuu al puterii reactive, precum şi al tensiunii reţelei locale, tensiune care variază cu sarcina şi cu caracterul ei. Compensatoarele sincrone se realizează pentru tensiuni de până la 25 kV şi puteri de până la 200 MVAr.

Pagină lipsă

Pagină lipsă

acelaşi timp, rotorul este antrenat de motorul primar cu o viteză unghiulară constantă Ω, într-un sens dat, motor care dezvoltă la arbore cuplul activ M_a. Fie că rotorul are poli aparenţi, fie că are poli înecaţi, înfăşurarea de excitaţie parcursă de curentul I_e produce un câmp magnetic învârtitor de natură mecanică, numit *câmp magnetic de excitaţie* (inductor), care are expresia (2.7):

$$b_o(\alpha_s,t)=B_{om}\cos(\omega t-p\alpha_s) \tag{3.1}$$

în care $\omega=p\Omega$, p fiind numărul de perechi de poli ai înfăşurării. Acest câmp magnetic produce, în înfăşurările statorice fixe, fluxuri magnetice variabile în timp. În faza de referinţă (de exemplu faza U), fluxul magnetic este sinusoidal, de pulsaţie ω, de expresie:

$$\Phi_o=\Phi_{om}\cos\omega t \tag{3.2}$$

Fluxul Φ_o induce în faza de referinţă o t.e.m. de aceeaşi pulsaţie ω, defazată cu $\pi/2$ în urma fluxului, având expresia:

$$e_o(t)=E_o\sqrt{2}\cos(\omega t-\frac{\pi}{2}) \tag{3.3}$$

Dacă fazele statorului sunt conectate pe o impedanţă de sarcină sau la o reţea de putere infinită, atunci prin înfăşurările U, V, W ale indusului vor circula curenţii:

$$\begin{aligned} i_U(t)&=I\sqrt{2}\cos(\omega t-\frac{\pi}{2}-\varepsilon);\\ i_V(t)&=I\sqrt{2}\cos(\omega t-\frac{\pi}{2}-\varepsilon-\frac{2\pi}{3});\\ i_W(t)&=I\sqrt{2}\cos(\omega t-\frac{\pi}{2}-\varepsilon-\frac{4\pi}{3}). \end{aligned} \tag{3.4}$$

Sistemul trifazat de curenţi (3.4) va da naştere unui câmp magnetic învârtitor de natură electrică (a se vedea paragraful 2.3.a), numit *câmp magnetic de reacţie a indusului*, care are aceeaşi viteză unghiulară Ω cu a câmpului magnetic învârtitor de excitaţie. Câmpul magnetic de reacţie are expresia:

$$b_a(\alpha_s,t)=B_{am}\cos(\omega t-p\alpha_s-\frac{\pi}{2}-\varepsilon) \tag{3.5}$$

Cele două câmpuri magnetice învârtitoare, de excitaţie şi de reacţie, se compun şi dau un câmp magnetic rezultant:

$$b(\alpha_s,t)=b_o(\alpha_s,t)+b_a(\alpha_s,t) \tag{3.6}$$

Vectorii câmpurilor magnetice, care apar în relaţia (3.6), se reprezintă într-un plan aşa cum se arată în Fig. 3.3.a. Aceste câmpuri magnetice învârtitoare au aceeaşi viteză unghiulară Ω. În regim de generator sincron, câmpul magnetic de excitaţie se află înaintea câmpului magnetic rezultant cu unghiul δ. Acest unghi este de o mare importanţă în teoria maşinii sincrone şi se numeşte *unghiul intern* al maşinii. Deoarece direcţia câmpului magnetic de excitaţie coincide cu axa polului rotoric, se poate considera că *unghiul intern al maşinii sincrone este unghiul dintre axa polului rotoric şi direcţia câmpului magnetic rezultant din maşină*. Unghiul intern se mai numeşte unghi de sarcină.

Axa polului rotoric se mai numeşte *axă longitudinală* a maşinii [notată cu (*d*) în Fig. 3.3]. În cvadratură electrică cu axa longitudinală, se găseşte axa interpolară sau *axa transversală* a maşinii [notată cu (*q*) în Fig. 3.3].

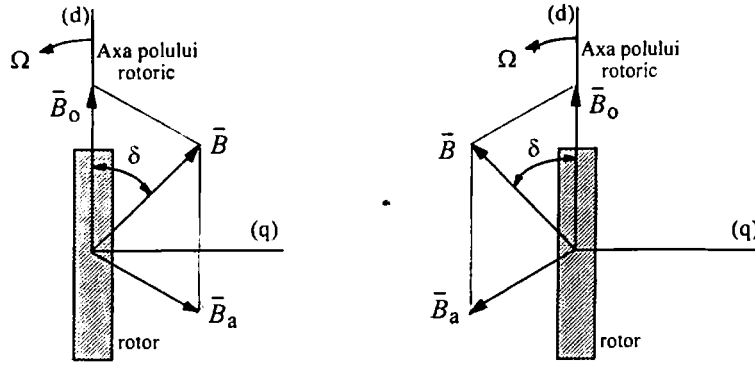


Fig. 3.3. Câmpurile magnetice învârtitoare din maşina sincronă:
a – pentru generatorul sincron; **b** – pentru motorul sincron.

Puterea mecanică P_1, primită de generator la arbore, este $P_1 = M_a\Omega$. Cea mai mare parte a acestei puteri (mai puţin pierderile care se produc în maşină) este transformată în putere electrică $P_2=3UI\cos\varphi$ prin intermediul fenomenului de conversie electromecanică. Încărcarea generatorului cu putere activă duce la mărirea unghiului intern δ. Ieşirea din sincronism a generatorului se produce atunci când unghiul intern ia valoarea critică (90° la maşina cu poli înecaţi) şi se manifestă prin ambalarea rotorului peste turaţia nominală.

Bilanţul de puteri active al generatorului sincron se poate face pornind de la puterea $P_1 = M_a\Omega$, absorbită de generator de la motorul primar. Din această putere, o parte P_m se pierde sub formă de pierderi mecanice de frecare şi ventilaţie şi o altă parte P_e se pierde pentru excitarea generatorului. Cea mai mare parte din puterea P_1 trece din rotor în stator prin întrefier (prin câmp electromagnetic). Aceasta se numeşte *putere electromagnetică P* a maşinii în regim de generator şi se defineşte de relaţia $P = -M\Omega$, în care $-M$ este cuplul electromagnetic al generatorului, semnul minus arată faptul că este un cuplu rezistent, caracteristic oricărui generator.

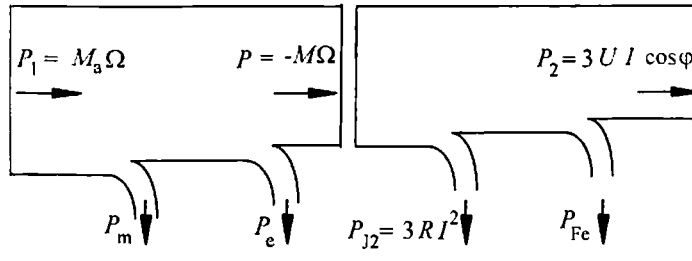


Fig. 3.4. Bilanţul de puteri active al generatorului sincron.

Putem scrie relaţia: $P_1 = M_a\Omega = P_m + P_e + P$, unde $P = -M\Omega > 0$. Din puterea P, ajunsă în stator, o parte P_{J2} se pierde sub formă de pierderi Joule în înfăşurarea statorică, o altă parte P_{Fe} se pierde în fierul statoric şi cea mai mare parte $P_2 = 3UI\cos\varphi$ se transmite sarcinii generatorului. În armătura feromagnetică a rotorului, nu se produc

pierderi în fier, deoarece fluxul magnetic rotoric este constant. Putem scrie relația de bilanț a puterilor active pentru generatorul sincron astfel:

$$P = P_{J2} + P_{Fe} + P_2 \Rightarrow P_1 = P_m + P_e + P_{J2} + P_{Fe} + P_2 \qquad (3.7)$$

Ecuația (3.7) se poate ilustra sugestiv în diagrama de bilanț energetic din Fig. 3.4.

3.4.2. MOTORUL SINCRON

Regimul de motor sincron se poate obține, de exemplu, pornind de la regimul de generator sincron conectat la o rețea de putere infinită, căruia i se decuplează motorul primar de antrenare. În această situație, rotorul mașinii rămâne în continuare sincron cu câmpul magnetic învârtitor rezultant, dar trece, odată cu decuplarea motorului primar, în urma acestui câmp, unghiul intern δ schimbându-şi semnul (Fig.3.3.b). Ieşirea motorului din sincronism, la încărcarea puternică în sarcină a acestuia, este echivalentă cu rămânerea în urmă a rotorului față de câmp cu un unghi intern mai mare decât cel critic, care duce în final la oprirea motorului.

Aşadar, în regim de generator sincron, rotorul maşinii este înaintea câmpului învârtitor cu unghiul intern δ şi ieşirea din sincronism duce la ambalarea rotorului la turații mari, iar în regim de motor sincron, câmpul magnetic învârtitor este înaintea rotorului cu unghiul intern δ, ieşirea din sincronism ducând la oprirea rotorului.

În ambele regimuri energetice, de generator sau motor, rotorul este sincron cu câmpul magnetic învârtitor rezultant, înainte aflându-se elementul care constituie cauza producerii conversiei electromecanice a energiei: rotorul, antrenat de motorul primar, la generatorul sincron, respectiv câmpul magnetic învârtitor rezultant, creat de rețeaua de alimentare, la motorul sincron. Maşina sincronă nu poate funcționa în regim de frână.

Bilanțul de puteri active al motorului sincron se deduce asemănător cu bilanțul de puteri al generatorului sincron şi este prezentat în Fig. 3.5.

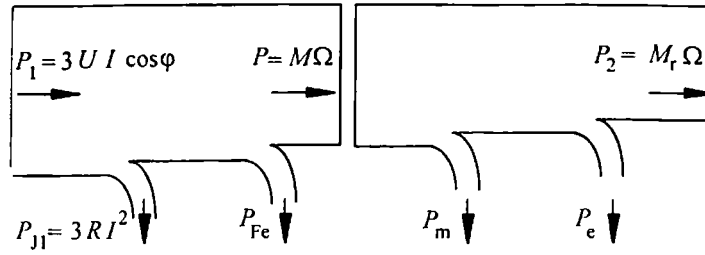


Fig. 3.5. Bilanțul de puteri active al motorului sincron.

Cu M_r s-a notat cuplul rezistent de la arborele motorului sincron, iar indicele 1 a fost folosit pentru a indica mărimile statorice (primare).

3.5. TEORIA GENERATORULUI SINCRON CU POLI ÎNECAȚI

3.5.1. MĂRIMI COMPLEXE

În acest paragraf se va prezenta teoria generatorului sincron în regimul staționar de funcționare. Generatorul sincron cu poli înecați are ecuațiile de funcționare mai simple decât ale generatorului cu poli aparenți. Din acest motiv, se studiază întâi teoria generatorului sincron cu poli înecați, urmând ca după aceea să se aducă completări

şi teoriei generatorului cu poli aparenţi. În cazul de faţă, se porneşte de la rezultatele obţinute în paragraful 3.4.1.

Fie Ω viteza unghiulară a rotorului şi I_e curentul de excitaţie constant al maşinii, care creează câmpul magnetic învârtitor din maşină.

Definim *curentul de excitaţie raportat* I'_e valoarea alternativă a unui sistem trifazat simetric de curenţi fictivi care dacă ar parcurge înfăşurarea trifazată statorică ar crea acelaşi câmp magnetic învârtitor ca şi înfăşurarea rotorică reală. Acest curent este proporţional cu curentul de excitaţie real I_e şi cu raportul numerelor de spire ale înfăşurărilor:

$$I'_e = k \cdot I_e \cdot \frac{w_e}{w_1} \tag{3.8}$$

în care k este o constantă constructivă a maşinii. Câmpul magnetic învârtitor de excitaţie $b_0(\alpha_s, t)$ produce în faza de referinţă (faza U), un flux magnetic fascicular Φ_0, dat de relaţia (3.2), care induce în faza de referinţă t.e.m. $e_0(t)$ dată de relaţia (3.3). Toate mărimile instantanee definite mai sus sunt sinusoidale şi de aceea se poate folosi reprezentarea acestora în complex simplificat.

Dacă L_1 este inductivitatea ciclică proprie a statorului, atunci valoarea efectivă a t.e.m. indusă la mersul în gol al maşinii (de câmpul magnetic învârtitor inductor) este:

$$\underline{E}_0 = -j\omega L_1 \underline{I}'_e \tag{3.9}$$

În cazul în care înfăşurarea statorică este conectată pe o sarcină (sau pe o reţea), atunci prin aceasta va circula sistemul trifazat de curenţi i_U, i_V, i_W, dat de relaţiile (3.4), sistem care creează un câmp magnetic învârtitor de reacţie b_a, a cărui expresie este dată de relaţia (3.5).

Câmpul magnetic învârtitor de reacţie produce, prin spirele fazei statorice de referinţă, fluxul magnetic fascicular:

$$\Phi_a = \Phi_{am} \cos(\omega t - \frac{\pi}{2} - \varepsilon) \tag{3.10}$$

Se remarcă faptul că fluxul magnetic Φ_a, în fază cu curentul i, este defazat în timp cu unghiul $\pi/2 + \varepsilon$ faţă de fluxul de excitaţie Φ_0 şi respectiv faţă de curentul I'_e de excitaţie raportat la stator. Reamintim faptul că *unghiul ε reprezintă defazajul dintre t.e.m. e_0 şi curentul i.* Fluxului fascicular Φ_a îi corespunde un sistem trifazat simetric de t.e.m. induse în fazele statorului, expresia t.e.m. în faza de referinţă fiind:

$$e_a(t) = E_a \sqrt{2} \cos(\omega t - \pi - \varepsilon) \tag{3.11}$$

În mod analog cu ecuaţia (3.9) se poate deduce relaţia fazorială dintre curentul statoric $\underline{I}$ şi t.e.m. de reacţie $\underline{E}_a$:

$$\underline{E}_a = -j\omega L_1 \underline{I} \tag{3.12}$$

Analog cu transformatorul şi maşina asincronă, se pot defini fluxul magnetic rezultant $\underline{\Phi}_\mu$, curentul de magnetizare $\underline{I}_\mu$ şi t.e.m rezultantă de fază $\underline{E}_\mu$, cu relaţiile:

$$\underline{\Phi}_\mu = \underline{\Phi}_0 + \underline{\Phi}_a, \quad \underline{I}_\mu = \underline{I}'_e + \underline{I}, \quad \underline{E}_\mu = \underline{E}_0 + \underline{E}_a \tag{3.13}$$

T.e.m. rezultantă $\underline{E}_\mu$ se mai numeşte *t.e.m. utilă*, deoarece la inducerea ei într-o fază statorică contribuie numai câmpurile utile de excitaţie şi de reacţie, care trec prin întrefier din stator în rotor. În afară de câmpul util de reacţie, înfăşurările de fază sunt parcurse şi de fluxurile proprii de dispersie (din crestături, de la dinte la dinte, de la capetele frontale sau diferenţiale). Corespunzător acestor câmpuri, va apărea în faza de referinţă o t.e.m. de dispersie e_σ, a cărei valoare complexă este următoarea:

$$\underline{E}_\sigma = -j\omega L_\sigma \underline{I} \tag{3.14}$$

unde L_σ este *inductivitatea de dispersie* a fazei statorice.

3.5.2. ECUAŢII DE FUNCŢIONARE, SCHEMA ECHIVALENTĂ

Fie R rezistenţa pe fază a indusului maşinii sincrone şi $X_\sigma = \omega L_\sigma$ reactanţa de dispersie. Dacă U este tensiunea de fază a generatorului şi dacă luăm în seamă rezultatele stabilite în paragraful precedent, atunci ecuaţiile de regim staţionar ale generatorului sincron cu poli înecaţi, au forma următoare:

$$\underline{U}+R\underline{I}+jX_\sigma \underline{I}=\underline{E}_\mu,\ \underline{E}_\mu=-j\omega L_1 \underline{I}_\mu,\ \underline{I}_\mu=\underline{I}'_e+\underline{I} \tag{3.15}$$

Necunoscutele care apar în sistemul de mai sus sunt: $\underline{I}_\mu$, $\underline{I}'_e$, $\underline{I}$ şi $\underline{U}$. Sistemul este complet dacă celor trei ecuaţii (3.15) li se mai adaugă ecuaţia sarcinii generatorului $\underline{U} = \underline{Z}\cdot\underline{I}$, in care $\underline{Z}$ este impedanţa sarcinii.

O altă formă a ecuaţiilor de tensiuni ale generatorului se obţine dacă se ţine seama de expresia t.e.m. rezultante $\underline{E}_\mu = \underline{E}_o + \underline{E}_\mu = \underline{E}_o - j\omega L_1 \underline{I}$, astfel încât avem:

$$\underline{U}+R\underline{I}+jX_\sigma \underline{I}=\underline{E}_o - j\omega L_1 \underline{I} \ \Rightarrow\ \underline{U}+R\underline{I}+j(X_\sigma+\omega L_1)\underline{I}=\underline{E}_o$$

Se notează reactanţa sincronă a maşinii cu poli înecaţi, mărimea X_s, definită astfel:

$$X_s=\omega(L_\sigma+L_1)=X_\sigma+X_{as} \tag{3.16}$$

în care $X_{as}=\omega L_1$ reprezintă reactanţa corespunzătoare fluxului magnetic de reacţie a indusului. În final ecuaţia de tensiuni a generatorului sincron cu poli înecaţi se scrie:

$$\underline{U}+R\underline{I}+jX_s \underline{I}=\underline{E}_o=-j\omega L_1 \underline{I}'_e \tag{3.17}$$

Corespunzător ecuaţiilor (3 15) şi (3.17) se poate desena şi o schemă echivalentă a generatorului sincron, pe fază, schemă care se prezintă în Fig. 3.6.

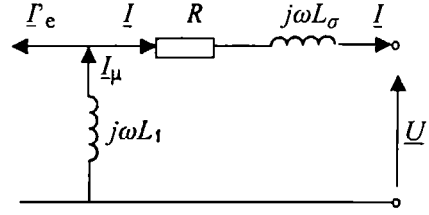


Fig. 3.6. Schema echivalentă a generatorului sincron cu poli înecaţi.

Interpretare geometrică. Neglijând fenomenul de histerezis, din relaţia (3.8) se deduce că, într-o diagramă combinată (de fazori şi vectori) fazorul curentului de excitaţie raportat este paralel cu vectorul câmpului magnetic de excitaţie B_0 ($\underline{I}'_e \parallel \overline{B}_o$). Pe de altă parte vectorul B_0 este orientat de-a lungul polului rotoric (axa longitudinală d), conform

Fig. 3.3. şi, prin urmare, şi fazorul $\underline{I}'_e$ este orientat de-a lungul aceleiaşi axe (d). Din relaţia (3.9) se deduce că *fazorul* $\underline{E}_0$ *este perpendicular pe axa (d), adică este orientat de-a lungul axei transversale* (q).

3.5.3. DIAGRAME DE FAZORI

Pentru construcţia diagramelor de fazori corespunzătoare ecuaţiilor (3.15) şi (3.17), se alege origine de fază fazorul tensiunii $\underline{U}$ de la bornele generatorului. Se presupune sarcina generatorului de natură inductivă, curentul $\underline{I}$ fiind defazat în urma tensiunii. În Fig. 3.7.a, se prezintă diagrama de fazori corespunzătoare celor trei ecuaţii (3.15). Conturul fazorilor $\underline{U}$, $R\underline{I}$, $jX_\sigma\underline{I}$ şi $\underline{E}_\mu$ este reprezentarea grafică a primei ecuaţii (3.15), faptul că fazorul $\underline{E}_\mu$ este defazat în urma fazorului $\underline{I}_\mu$ cu 90° este consecinţa celei de a doua ecuaţii (3.15), iar a treia ecuaţie (a curenţilor) din (3.15) este şi ea reprezentată în diagrama fazorială de paralelogramul curenţilor $\underline{I}$, $\underline{I}'_e$ şi $\underline{I}_\mu$.

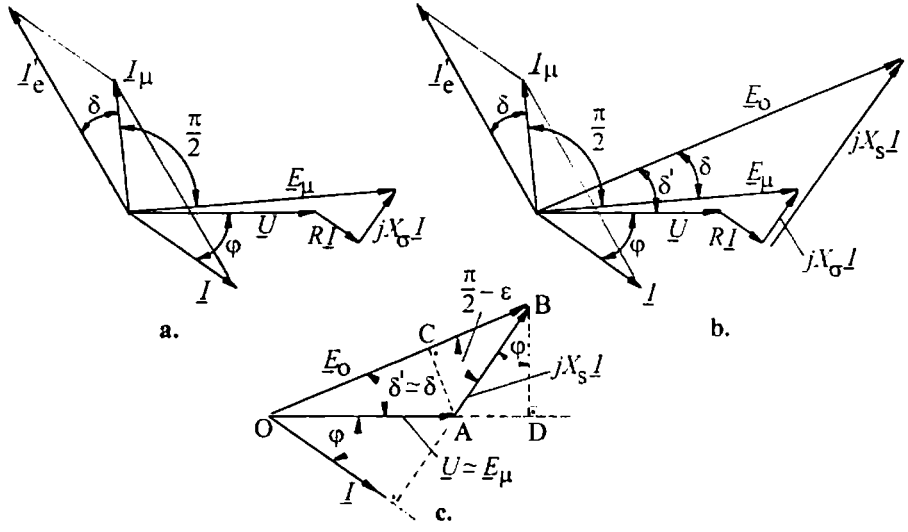


Fig. 3.7. Diagramele de fazori ale maşinii sincrone cu poli înecaţi: **a** - diagrama corespunzătoare ecuaţiilor (3.15); **b** - diagrama corespunzătoare ecuaţiei (3.17); **c** - diagrama simplificată ($R = 0$).

În paragraful 3.4.1, s-a definit unghiul intern δ al maşinii sincrone ca fiind unghiul dintre vectorul câmpului magnetic de excitaţie $\underline{B}_0$ şi vectorul câmpului magnetic rezultant $\underline{B}$. Neglijând pierderile în fierul armăturii feromagnetice a indusului, putem spune că acelaşi unghi intern δ se stabileşte între fazorul t.e.m. la mersul în gol $\underline{E}_0$ şi fazorul t.e.m. rezultante $\underline{E}_\mu$ (Fig. 3.7.b). Acelaşi unghi δ se regăseşte şi între fazorii curenţilor $\underline{I}_e$ şi $\underline{I}_\mu$, cum se vede din Fig. 3.7.a.

În Fig. 3.7.b, se prezintă diagrama de fazori corespunzătoare primei ecuaţii din (3.15) şi ecuaţiei fazoriale de tensiuni (3.17). Din această diagramă se deduce că fazorul $\underline{U}$ al tensiunii de la bornele generatorului este aproximativ egal cu fazorul t.e.m. rezultante: $\underline{U} \cong \underline{E}_\mu$. Acest lucru se întâmplă deoarece căderile de tensiune datorate rezistenţei şi dispersiilor înfăşurării indusului sunt mici, chiar dacă curentul I ia valori mari. La maşinile sincrone obişnuite, rezistenţa R a înfăşurării indusului se poate neglija şi ecuaţia (3.17) se mai poate scrie:

$$\underline{U}+jX_s\underline{I}\cong\underline{E}_o=-j\omega L_1\underline{I}_e', \qquad (3.17')$$

iar diagrama de fazori din Fig. 3.7.b se simplifică având forma din Fig. 3.7.c. Dacă $\underline{U}\cong\underline{E}_\mu$ putem spune că unghiul intern δ al maşinii dintre fazorii $\underline{E}_o$ şi $\underline{E}_\mu$ este aproximativ egal cu unghiul δ' dintre fazorii $\underline{E}_o$, şi $\underline{U}$.

***Concluzie**: Indiferent că maşina sincronă are poli înecaţi sau poli aparenţi, unghiul intern δ reprezintă, cu bună aproximaţie, defazajul dintre $\underline{E}_O$ şi $\underline{U}$..*

3.5.4. CUPLUL ELECTROMAGNETIC

Cuplul electromagnetic al maşinii sincrone cu poli înecaţi, care corespunde unei faze statorice, se determină folosind teorema forţelor generalizate, astfel:

$$M=\left(\frac{\partial W}{\partial\alpha}\right)_{i=const.}, W=\Phi_o i \qquad (3.18)$$

în care W este energia magnetică de interacţiune a rotorului şi a înfăşurării de fază statorice, corespunzătoare curentului i. Să determinăm, mai întâi, energia de interacţiune a fazei de referinţă statorice U cu rotorul. Presupunem că rotorul, cu înfăşurarea sa de excitaţie, parcursă de c.c. I_e, se roteşte cu viteza unghiulară constantă Ω. Conform relaţiei (3.2), fluxul magnetic produs de câmpul învârtitor de excitaţie prin spirele fazei U va fi:

$$\Phi_{0U}=\Phi_{om}\cos\omega t=\Phi_{om}\cos p\Omega t=\Phi_{om}\cos p\alpha \qquad (3.19)$$

în care $\alpha = \Omega t$ reprezintă unghiul geometric de rotaţie al rotorului în raport cu faza de referinţă statorică U. În faza U, fluxul Φ_{0U} va induce o t.e.m. e_0 de mers în gol:

$$e_o=-\frac{d\Phi_{0U}}{dt}=E_o\sqrt{2}\cos(\omega t-\frac{\pi}{2}),\text{ cu } E_o\sqrt{2}=\Phi_{om}\cdot\omega=\Phi_{om}\cdot p\Omega, \qquad (3.20)$$

iar curentul care parcurge faza U, produs de e_0, va fi $i_U(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \pi/2 - \varepsilon)$, ε fiind defazajul dintre e_0 şi i care depinde de natura sarcinii generatorului. Cu relaţia (3.18) se determină cuplul instantaneu, care se exercită asupra fazei U statorice, rezultând:

$$\begin{aligned}M_U&=\left(\frac{\partial W_U}{\partial\alpha}\right)_{i_U=ct.}=i_U\cdot\frac{\partial\Phi_{0U}}{d\alpha}=-p\Phi_{om}I\sqrt{2}\sin\omega t\cos(\omega t-\frac{\pi}{2}-\varepsilon)=\\&=-\frac{p\Phi_{om}I\sqrt{2}}{2}(\sin\beta+\cos\varepsilon)=-\frac{E_oI}{\Omega}(\sin\beta+\cos\varepsilon)\end{aligned} \qquad (3.21)$$

în care s-a ţinut seama că $p\Phi_{om} = E_o\sqrt{2}/\Omega$ şi s-a notat $\beta = 2\omega t - \pi/2 - \varepsilon$. Analog, se determină cuplurile care se exercită asupra fazelor V şi W:

$$M_V=-\frac{E_oI}{\Omega}[\sin(\beta-\frac{4\pi}{3})+\cos\varepsilon];\quad M_W=-\frac{E_oI}{\Omega}[\sin(\beta-\frac{8\pi}{3})+\cos\varepsilon]$$

Cuplul maşinii se determină prin însumarea celor trei cupluri de fază:

$$M=M_U+M_V+M_W=-\frac{3E_oI}{\Omega}\cos\varepsilon \qquad (3.22)$$

semnul minus referindu-se la faptul că, în regim de generator, cuplul electromagnetic este antagonist cuplului activ de la arbore. Din diagrama de fazori simplificată 3.7.c, în care ε

este unghiul dintre fazorii $\underline{E}_o$ şi $\underline{I}$, se poate deduce $\cos\varepsilon = \cos(\varphi + \delta)$, exprimând segmentul AC din triunghiurile dreptunghice OAC şi ABC se deduce:

$$AC = U\sin\delta = X_s I\sin(\frac{\pi}{2} - \varepsilon) \Rightarrow \cos\varepsilon = \frac{U\sin\delta}{X_s I} \tag{3.23}$$

Cuplul sincron M al maşinii sincrone cu poli înecaţi se calculează folosind relaţiile (3.22) şi (3.23), având expresia:

$$M = -\frac{3E_o I}{\Omega}\cdot\frac{U\sin\delta}{X_s I} = -\frac{3E_o U}{\Omega X_s}\cdot\sin\delta \tag{3.24}$$

În Fig. 3.8, se reprezintă caracteristica unghiulară $-M = f(\delta)$ a maşinii sincrone.

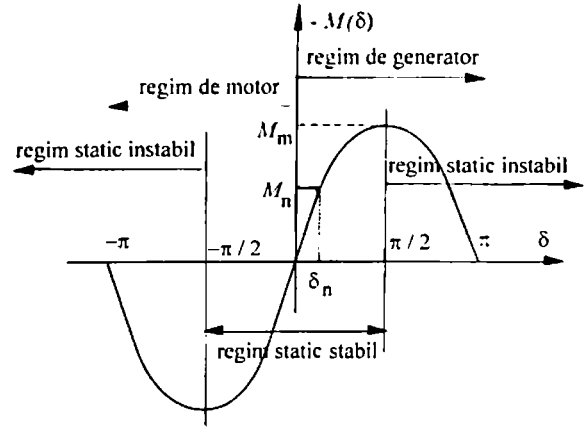


Fig. 3.8. Caracteristica cuplului electromagnetic la maşina sincronă cu poli înecaţi.

Caracteristica cuplului este o sinusoidă în raport cu unghiul intern δ al maşinii. Pe caracteristica din Fig. 3.8. s-au marcat cuplul nominal M_n, unghiul intern nominal δ_n şi cuplul maxim M_m.

Se defineşte *capacitatea de suprasarcină* a maşinii sincrone raportul k_m, dintre cuplul maxim şi cuplul nominal, definită de relaţia:

$$k_m = \frac{M_m}{M_n} = \frac{\dfrac{3E_o U}{X_s\Omega}\cdot 1}{\dfrac{3E_o U}{X_s\Omega}\cdot\sin\delta_n} = \frac{1}{\sin\delta_n} \in (2...3) \tag{3.25}$$

Unghiul intern nominal are valori uzuale în intervalul $\delta_n \in (20° ...30°)$ electrice.

3.5.5. PUTEREA ELECTROMAGNETICĂ

Conform celor arătate în paragraful 3.4.1, puterea electromagnetică P, care în regimul de generator al maşinii sincrone trece prin intermediul câmpului electromagnetic din rotor în stator, a fost definită de relaţia: $P = -M\Omega$, aşa încât, pe baza relaţiei (3.24), se poate scrie:

$$P = -M\Omega = \frac{3E_o U}{X_s}\cdot\sin\delta \tag{3.26}$$

În condițiile U = const. și E_0 = const. (curent de excitație constant), puterea electromagnetică a generatorului prezintă un maxim de valoare: $P_{max} = 3E_0U/X_s$, care se obține pentru $\delta = \pi/2$. Această putere are o mare importanță în funcționarea mașinii, deoarece ea reprezintă limita de putere activă care poate fi transferată din rotor în stator prin intermediul câmpului electromagnetic. Chiar dacă există putere mecanică disponibilă la arborele generatorului (de la motorul primar), puterea P_{max}, nu poate fi depășită decât cu riscul ieșirii generatorului din sincronism (al ambalării mecanice a rotorului), în cazul în care acesta este cuplat la o rețea de putere infinită. În acest caz, mărirea puterii maxime se poate face prin mărirea t.e.m. la mersul în gol E_0, deci prin mărirea curentului de excitație I_e, prin așa-numitul fenomen de *forțare a excitației*

3.5.6. PUTEREA REACTIVĂ

Puterea reactivă schimbată de generatorul sincron cu rețeaua este dată de relația cunoscută: $Q=3UI\sin\varphi$, în care U și I sunt mărimile de fază ale tensiunii și curentului generatorului sincron trifazat.

Se consideră diagrama fazorială simplificată a generatorului sincron cu poli înecați, reprezentată în Fig.3.7.c, în care proiectăm fazorul $\underline{E}_0$ pe direcția fazorului $\underline{U}$, găsindu-se expresia: $OD=E_0\cos\delta=U+X_sI\sin\varphi$. Din relația de mai sus se deduce produsul $I\sin\varphi$, astfel încât puterea reactivă Q, devine:

$$Q=\frac{3U(E_0\cos\delta-U)}{X_s}=\frac{3E_0U}{X_s}\cos\delta-\frac{3U^2}{X_s} \qquad (3.27)$$

Dacă se consideră mașina sincronă cu caracteristică de magnetizare liniară, se poate considera că t.e.m. indusă la mersul în gol este proporțională cu curentul de excitație

$$E_0=kI_e\,, \qquad (3.28)$$

astfel încât puterea reactivă a mașinii sincrone trifazate cu poli înecați devine:

$$Q=\alpha I_e\cos\delta-\beta;\ \alpha=\frac{3kU}{X_s},\ \beta=\frac{3U^2}{X_s} \qquad (3.27')$$

în care α și β reprezintă două constante, dacă tensiunea rețelei la care este cuplat generatorul se consideră constantă.

Considerând relația (3.27') a puterii reactive, se pot deduce câteva *concluzii importante* privind funcționarea generatorului sincron:

- puterea reactivă a generatorului sincron se poate regla prin variația curentului de excitație al generatorului și poate fi pozitivă, negativă sau nulă;

- există o anumită valoare a curentului de excitație I_e^* pentru care puterea reactivă a generatorului este nulă ($\cos\varphi = 1$), această valoare numindu-se *curent optim de excitație* care are expresia:

$$I_e^*=\frac{\beta}{\alpha\cos\delta}=\frac{U}{k\cos\delta}\,; \qquad (3.29)$$

• curentul optim de excitație este invers proporțional cu cosinusul unghiului intern δ, deci, cu cât unghiul intern crește (încărcarea generatorului crește), cosδ scade deci I_e^* crește. Așadar, valoarea optimă a curentului de excitație are o ușoară creștere odată cu creșterea puterii active debitate de generator în rețea;

• mărirea curentului de excitație peste valoarea optimă este denumită *supraexcitarea generatorului* și corespunde situației $Q > 0$, adică generatorul debitează putere reactivă în rețeaua la care este cuplat, îmbunătățind factorul de putere al rețelei. Aceasta reprezintă un important avantaj al mașinii sincrone în raport cu mașina asincronă.

3.5.7. STABILITATEA STATICĂ A GENERATORULUI SINCRON

Stabilitatea statică a generatorului sincron caracterizează comportarca acestuia la variații mici și lente ale mărimilor în jurul valorilor de regim staționar și se poate studia, pornind de la expresia (3.26) a puterii electromagnetice $P = f(\delta)$.

Spunem că o mașină este static stabilă dacă aceasta face față oricărei mici perturbații a unghiului intern $\Delta\delta$ și își continuă funcționarea normală (eventual după câteva oscilații amortizate), după ce perturbația a dispărut. Deoarece variația Δδ are valoare mică, rezultă $\Delta\delta^2 \cong 0$, $\Delta\delta^3 \cong 0$, ... și deci, la dezvoltarea în serie Taylor a puterii electromagnetice $P(\delta)$, în jurul punctului δ, se pot neglija termenii care conțin derivatele de ordinul doi sau mai mari:

$$P(\delta+\Delta\delta)=P(\delta)+\frac{dP}{d\delta}\Delta\delta=P(\delta)+P_s\Delta\delta \text{ în care } P_s=\frac{dP}{d\delta}=\frac{3E_oU}{X_s}\cos\delta, \qquad (3.30)$$

P_s se numește *putere sincronizantă specifică*. Conform relației (3.30), spunem că mașina sincronă este static stabilă dacă puterea sincronizantă specifică este pozitivă. Într-adevăr, din relația (3.30), se deduce că o creștere a unghiului intern δ conduce la o creștere a puterii electromagnetice P și, ca urmare, mașina poate face față acestei creșteri numai dacă $P_s > 0$. În caz contrar, la o creștere a unghiului δ, puterea P scade și δ crește și mai mult până când mașina iese din sincronism.

Mașina are o rezervă de stabilitate cu atât mai mare cu cât puterea sincronizantă specifică este mai mare. Prin urmare, condiția de stabilitate statică a mașinii sincrone cu poli înecați este $P_s > 0$, adică $\cos\delta > 0$, deci $\delta \in (-\pi/2 \ldots \pi/2)$.

3.6. TEORIA GENERATORULUI SINCRON CU POLI APARENȚI

Mașina sincronă cu poli aparenți are întrefierul neuniform la periferia interioară a statorului, dar îndeplinește condiția $\delta(\alpha)=\delta(\alpha+\pi/p)$, în care α este unghiul geometric măsurat într-un sistem de referință FS, fix față de stator. Această nesimetrie conduce la anumite particularități ale mașinii cu poli aparenți în raport cu mașina cu poli înecați. Cea mai importantă este aceea că mașina cu poli aparenți nu mai este caracterizată de o singură reactanță sincronă X_s, ci de două: una *longitudinală* X_d și alta *transversală* X_q.

3.6.1. DESCOMPUNEREA MĂRIMILOR DUPĂ DOUĂ AXE

Conform Fig. 3.3, în mașina sincronă se definesc două axe: axa longitudinală *d* (axa polului rotoric), respectiv axa transversală *q*, perpendiculară pe axa longitudinală. Inducția magnetică de reacție a indusului B_a (creată de curentul I și în fază cu acesta) se

descompune, după cele două axe, în două componente: una longitudinală B_{ad} şi cealaltă transversală B_{aq}.

În ipoteza neglijării pierderilor în miezul feromagnetic statoric al generatorului sincron, într-o diagramă combinată (fazorială şi vectorială), fazorul $\underline{I}$ al curentului este orientat după aceeaşi direcţie cu vectorul câmpului magnetic de reacţie $\overline{B}_a$ (Fig. 3.9) şi, în mod asemănător, fazorul curentului de excitaţie raportat $\underline{I}'_e$ este orientat în aceeaşi direcţie cu vectorul câmpului magnetic de excitaţie $\overline{B}_o$. Aşa cum s-a arătat în paragraful 3.5.2, fazorul t.e.m. la mersul în gol este orientat în lungul axei transversale q. Prin urmare, defazajul ε dintre fazorii $\underline{E}_o$ şi $\underline{I}$ este egal cu unghiul dintre axa q şi fazorul $\underline{I}$.

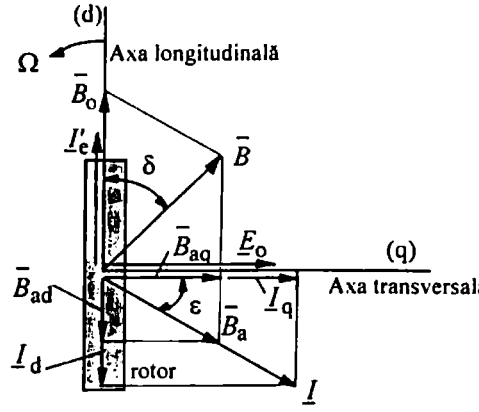


Fig. 3.9. Diagrama combinată a mărimilor fazoriale (barate inferior) şi vectoriale (barate superior) la generatorul sincron cu poli aparenţi.

Curentul prin faza statorică de referinţă U are două componente: una longitudinală I_d şi cealaltă transversală I_q, date de relaţiile:

$$I_d = I\sin\varepsilon, I_q = I\cos\varepsilon \qquad (3.31)$$

Rezultă aşa-numita *teorie după cele două axe* a maşinii sincrone cu poli aparenţi. În această teorie formele de undă ale câmpurilor magnetice de reacţie longitudinală şi transversală rămân invariabile, iar amplitudinile acestora B_{ad} şi B_{aq} sunt proporţionale cu componentele I_d, respectiv I_q ale curenţilor: $B_{ad}=k_B k_{ad} I_d$, $B_{aq}=k_B k_{aq} I_q$, în care k_B este un factor de proporţionalitate depinzând, în principal, de numărul de spire al înfăşurării statorice şi de mărimea întrefierului, iar k_{ad} şi k_{aq} sunt factorii de formă ai câmpurilor magnetice de reacţie longitudinală, respectiv transversală. Valorile acestor factori se dau în lucrările tehnice de specialitate.

3.6.2. ECUAŢIILE MAŞINII ŞI DIAGRAMELE DE FAZORI

Ecuaţiile maşinii sincrone cu poli aparenţi se vor deduce prin analogie cu ecuaţiile maşinii sincrone cu poli înecaţi. Corespunzător t.e.m. de reacţie $\underline{E}_a$, definită de relaţia (3.12), în cazul maşinii cu poli aparenţi, se pot defini două tensiuni de reacţie notate $\underline{E}_{ad}$ şi $\underline{E}_{aq}$ şi numite t.e.m. de reacţie a indusului longitudinală şi transversală, având expresiile:

$$\underline{E}_{ad} = -j\omega L_{ad}\underline{I}_d,\ \underline{E}_{aq} = -j\omega L_{aq}\underline{I}_q,\ \text{unde } L_{ad}=k_{ad}L_1,\ L_{aq}=k_{aq}L_1 \qquad (3.32)$$

în care L_{ad} şi L_{aq} sunt inductivităţile ciclice proprii longitudinală şi transversală ale maşinii, care depind de factorii de formă k_{ad} şi k_{aq}.

Prin analogie cu relaţiile (3.13), pentru maşina cu poli aparenţi putem scrie:

$$\underline{\Phi}_\mu = \underline{\Phi}_o + \underline{\Phi}_{ad} + \underline{\Phi}_{aq},\quad \underline{I}_\mu = \underline{I}'_e + \underline{I}_d + \underline{I}_q,\quad \underline{E}_\mu = \underline{E}_o + \underline{E}_{ad} + \underline{E}_{aq}, \qquad (3.33)$$

astfel încât ecuaţia de tensiuni a generatorului sincron cu poli aparenţi se poate scrie:

$$\underline{E}_\mu = \underline{E}_o + \underline{E}_{ad} + \underline{E}_{aq} = \underline{E}_o - j\omega L_{ad}\underline{I}_d - j\omega L_{aq}\underline{I}_q = \underline{U} + R\underline{I} + j\omega L_\sigma \underline{I}$$

După ce se consideră că $\underline{I} = \underline{I}_d + \underline{I}_q$, ecuaţia de mai sus se mai scrie:

$$\underline{E}_o = \underline{U} + R\underline{I} + j\omega(L_\sigma + L_{ad})\underline{I}_d + j\omega(L_\sigma + L_{aq})\underline{I}_q$$

Se introduc două mărimi specifice maşinii sincrone cu poli aparenţi: *reactanţa sincronă longitudinală* X_d şi *reactanţa sincronă transversală* X_q:

$$\omega(L_\sigma + L_{ad}) = \omega L_d = X_d,\quad \omega(L_\sigma + L_{aq}) = \omega L_q = X_q \qquad (3.34)$$

Ecuaţia de tensiuni a maşinii sincrone cu poli aparenţi capătă forma:

$$\underline{E}_o = \underline{U} + R\underline{I} + jX_d\underline{I}_d + jX_q\underline{I}_q = -j\omega L_{ad}\underline{I}'_e \qquad (3.35)$$

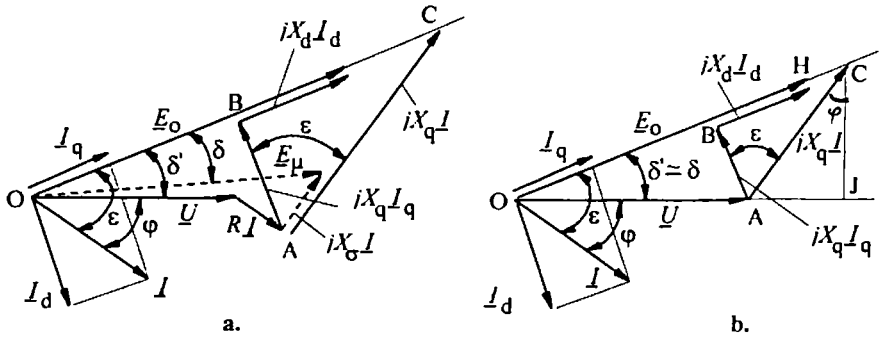


Fig. 3.10. Diagramele de fazori ale generatorului sincron cu poli aparenţi:
a - cu considerarea rezistenţei *R* a indusului; **b** - cu neglijarea rezistenţei *R*.

În Fig. 3.10.a, s-a reprezentat diagrama de fazori a generatorului sincron cu poli aparenţi, diagramă corespunzătoare ecuaţiei (3.35). Cu linie punctată s-a desenat diagrama corespunzătoare ecuaţiei: $\underline{E}_\mu = \underline{U} + R\underline{I} + jX_\sigma\underline{I}$, care are aceeaşi formă cu ecuaţia de tensiuni a generatorului sincron cu poli înecaţi.

Construcţia diagramei de fazori se face astfel: se pun cap la cap fazorii $\underline{U}$, şi $R\underline{I}$, cunoscând tensiunea U, curentul de sarcină I şi unghiul φ. Direcţia fazorului $\underline{E}_o$ (axa q) se determină adăugând la conturul fazorial $\underline{U}$, $R\underline{I}$, fazorul $jX_q\underline{I}$, astfel încât axa q este determinată de începutul fazorului $\underline{U}$ (punctul O în diagrama de fazori) şi de sfârşitul fazorului $jX_q\underline{I}$ (punctul C în diagrama de fazori). Într-adevăr, din triunghiul dreptunghic ABC, în care unghiul BAC = ε, rezultă relaţiile: $X_q I_q = X_q I\cos\varepsilon \Rightarrow I_q = I\cos\varepsilon$, ultima relaţie fiind în concordanţă cu (3.31).

Dacă neglijăm rezistenţa indusului, ecuaţia de tensiuni a generatorului se scrie:

$$\underline{E}_o = \underline{U} + jX_d \underline{I}_d + jX_q \underline{I}_q, \qquad (3.36)$$

iar diagrama de fazori se reprezintă ca în Fig. 3.10.b. Şi la generatorul cu poli aparenţi, ca şi la generatorul cu poli înecaţi, se face aproximaţia $\delta' = \delta$ şi unghiul intern al maşinii poate fi aproximat cu unghiul dintre fazorii $\underline{E}_0$ şi $\underline{U}$.

Dacă, în ecuaţiile maşinii sincrone cu poli aparenţi, se consideră $X_d = X_q = X_s$ se deduc ecuaţiile maşinii sincrone cu poli înecaţi. Adesea se fac notaţiile: $\omega L_{ad} = X_{ad}$, $\omega L_{aq} = X_{aq}$. Cu aceste notaţii, relaţiile de definiţie (3.34) ale reactanţelor sincrone longitudinală şi, respectiv, transversală se mai pot scrie şi astfel:

$$X_d = X_\sigma + X_{ad}\,;\; X_q = X_\sigma + X_{aq} \qquad (3.37)$$

3.6.3. CUPLUL ELECTROMAGNETIC

Expresia (3.22) a cuplului electromagnetic este valabilă şi pentru maşina cu poli aparenţi. Se va deduce cuplul electromagnetic în ipoteza $R = 0$. În această ipoteză, din diagrama de fazori reprezentată în Fig. 3.7.c se deduce relaţia între tensiuni $E_o \cos\varepsilon = U\cos\varphi = U\cos(\varepsilon - \delta)$, relaţie care este valabilă şi pentru maşina cu poli aparenţi şi care, înlocuită în expresia cuplului, conduce la:

$$M = -\frac{3E_o I}{\Omega}\cos\varepsilon = -\frac{3UI\cos(\varepsilon-\delta)}{\Omega} = -\frac{3U}{\Omega}(I_q\cos\delta + I_d\sin\delta)$$

Din diagrama de fazori reprezentată în Fig. 3.10.b se proiectează fazorii de tensiune pe direcţia axei d şi pe direcţia axei q, obţinându-se:

$$E_o = U\cos\delta + X_d I_d\,;\;\; U\sin\delta = X_q I_q \qquad (3.38)$$

Se scot curenţii I_d şi I_q din expresiile de mai sus şi se introduc în expresia cuplului electromagnetic obţinându-se:

$$M = -\left[\underbrace{\frac{3E_oU}{X_d\Omega}\sin\delta}_{M'} + \underbrace{\frac{3U^2}{2\Omega}\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\sin 2\delta}_{M''}\right] = -(M'+M'') \qquad (3.39)$$

Cuplul electromagnetic al maşinii sincrone cu poli aparenţi are două componente: una M', care depinde de valoarea curentului de excitaţie (prin intermediul t.e.m. $E_o = kI_e$) şi cea de a doua M'', care este nenulă şi în lipsa excitaţiei (când $E_o = 0$) şi care se numeşte *cuplu reactiv* sau de *cuplu de anizotropie*. Se constată că valoarea cuplului reactiv este cu atât mai mare cu cât raportul X_d/X_q este mai mare. În mod uzual, acest raport este cuprins în gama (1,5 ... 2).

Reprezentarea grafică a caracteristicii - $M = f(\delta)$, pentru maşina cu poli aparenţi, se face în Fig. 3.11. Se constată că valoarea cuplului electromagnetic maxim se obţine pentru o valoare δ_m mai mică decât 90°.

Puterea electromagnetică $P = -M\Omega$ se determină ţinând seama de relaţia (3.39):

$$P = -M\Omega = \left[\frac{3E_oU}{X_d}\sin\delta + \frac{3U^2}{2}\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\sin 2\delta\right] = (P'+P'') \qquad (3.40)$$

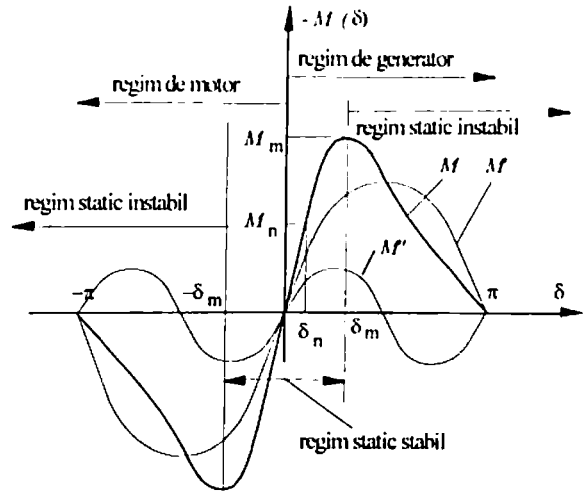


Fig. 3.11. Caracteristica unghiulară $-M = f(\delta)$ a generatorului sincron cu poli aparenți.

Stabilitatea statică a generatorului cu poli aparenți se studiază asemănător cu aceea a generatorului cu poli înecați. Generatorul funcționează stabil pentru $\delta \in (0 \ ... \ \delta_m)$. Concluziile referitoare la puterea reactivă, care s-au dedus pentru generatorul cu poli înecați rămân, în principiu, valabile și pentru generatorul cu poli aparenți.

3.7. FUNCȚIONAREA GENERATORULUI SINCRON PE REȚEA PROPRIE

În această situație, când generatorul alimentează o rețea receptoare de impedanță dată, tensiunea la bornele generatorului, frecvența acesteia și curentul debitat depind numai de parametrii generatorului, de curentul de excitație și de puterea mecanică transmisă de motorul primar propriu, care antrenează generatorul. Motorul primar împreună cu generatorul formează un grup energetic independent (grup electrogen), folosit în locuri izolate în care nu se dispune de o rețea electrică și utilizat mai rar.

În cele ce urmează, pentru a simplifica lucrurile, vom presupune că generatorul sincron are poli înecați, iar viteza de antrenare rămâne constantă. Vom studia caracteristicile de funcționare ale generatorului.

3.7.1. CARACTERISTICA DE FUNCȚIONARE ÎN GOL

Reprezintă dependența dintre tensiunea la bornele generatorului, la mersul în gol, și curentul de excitație: $E_o = f(I_e)$, pentru Ω = const. și $I = 0$. Se știe că t.e.m. E_0 este proporțională cu curentul de excitație. Caracteristica de mers în gol are forma desenată în Fig. 3.12. Când circuitul magnetic al mașinii începe să se satureze, creșterea curentului de excitație nu mai conduce la o creștere proporțională a t.e.m E_0. Există un anumit curent de excitație I_{es} , definit în Fig. 3.12, de la care începe saturația circuitului magnetic al mașinii sincrone.

Dacă mașina a funcționat anterior, atunci pentru $I_e = 0$, fluxul magnetic nu mai este nul, ci are o valoare redusă, numită *flux magnetic remanent*. În consecință, la $I_e = 0$, putem spune că $E_0 = E_{rem}$. Uzual, t.e.m. remanentă reprezintă numai câteva procente din tensiunea nominală a mașinii.

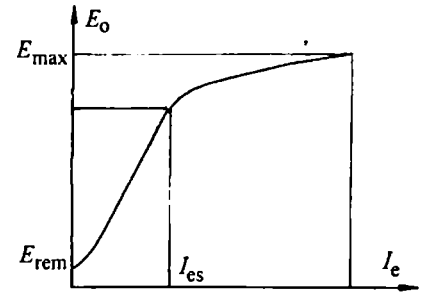


Fig. 3.12. Caracteristica de mers în gol $E_0 = f(I_e)$ a maşinii sincrone.

3.7.2. CARACTERISTICILE EXTERNE

Aceste caracteristici arată cum variază tensiunea la bornele generatorului în funcţie de curentul debitat, pentru un anumit curent de excitaţie. Definiţia caracteristicilor externe este următoarea: $U = f(I)$, pentru I_e = const. şi cosφ = const. În Fig. 3.13 se prezintă familia de caracteristici externe a generatorului sincron funcţionând pe reţea proprie pentru câteva valori particulare ale defazajului φ. Punctul N de pe abscisa sistemului de coordonate caracterizează regimul nominal al generatorului şi zona din stânga ordonatei dusă prin N corespunde caracteristicilor din regimul normal de funcţionare.

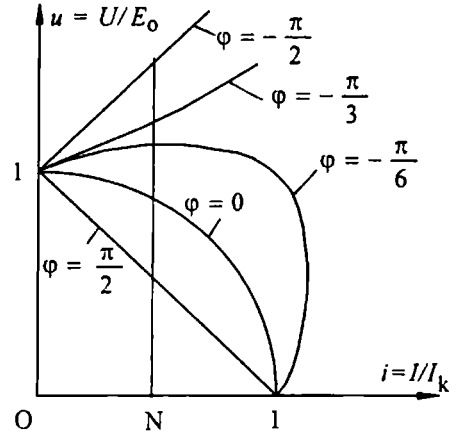


Fig. 3.13. Familia de caracteristici externe a generatorului sincron.

Se constată că forma caracteristicilor externe ale generatorului sincron se aseamănă cu aceea a transformatorului electric, diferind de aceasta prin căderi de tensiune mult mai mari de la gol la sarcină.

3.7.3. CARACTERISTICA DE SCURTCIRCUIT

Este definită de relatia $I_k = f(I_e)$, pentru $U = 0$ şi n = const. Caracteristica de scurtcircuit prezintă o anumită importanţă în aprecierea calităţilor generatorului. Ecuaţia de tensiuni a generatorului la scurtcircuit se obţine din (3.17) în care se consideră $U = 0$:

$$R\underline{I}_k + jX_s\underline{I}_k = -j\lambda\underline{I}'_e, \text{ daca } R=0 \Rightarrow jX_s\underline{I}_k = -j\lambda I'_e \Rightarrow I_k = \frac{\lambda I'_e}{X_s}$$

Caracteristica de scurtcircuit este deci, o dreaptă ce trece prin origine.

3.8. FUNCȚIONAREA GENERATORULUI SINCRON ÎN PARALEL CU O REȚEA DE PUTERE INFINITĂ

Pentru simplificare, se va considera un generator sincron cu poli înecați, fenomenele desfășurându-se asemănător și pentru generatorul cu poli aparenți. Se numește rețea de putere infinită, rețeaua pentru care tensiunea și frecvența rămân constante, indiferent de mărimile puterilor active sau reactive schimbate cu aceasta.

3.8.1. CUPLAREA LA REȚEA A GENERATORULUI SINCRON

Cuplarea în paralel cu rețeaua a unui generator sincron se poate face prin *metoda sincronizării fine* sau prin *metoda autosincronizării.* Prima se aplică generatoarelor sincrone sau compensatoarelor sincrone în situații normale, iar cea de a doua se aplică motoarelor sau compensatoarelor sincrone pornite în asincron, ori generatoarelor sincrone în condiții de avarie a rețelei (tensiunea și frecvența rețelei sunt lent variabile).

a. Metoda sincronizării fine

În cadrul metodei sincronizării fine, generatorul se cuplează la rețea astfel încât curentul, în momentul cuplării, să fie nul. Din ecuația de tensiuni a generatorului rezultă curentul de cuplare:

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}_o - \underline{U}}{R + jX_s\underline{I}}$$

în care $\underline{U}$ este tensiunea rețelei și $\underline{E}_0$ este t.e.m a generatorului necuplat (în gol). Din această ecuație se deduce faptul că șocul de curent la cuplare este nul, dacă avem îndeplinită condiția complexă:

$$\underline{E}_o = \underline{U} \tag{3.41}$$

Condiția fazorială (3.41) este echivalentă cu 4 condiții scalare și anume:

- aceeași succesiune a fazelor rețelei cu fazele generatorului;
- egalitatea frecvențelor tensiunii generatorului și tensiunii rețelei ($f = f_g$);
- egalitatea valorilor efective ale tensiunilor generatorului și rețelei ($E_0 = U$);
- defazaj nul între $\underline{E}_0$ și $\underline{U}$ în momentul cuplării (opoziția tensiunilor).

Primele două condiții de mai sus asigură identitatea planelor complexe de reprezentare ale fazorilor $\underline{E}_0$ și $\underline{U}$, iar următoarele două condiții asigură egalitatea modulelor și argumentelor numerelor complexe $\underline{E}_0$ și $\underline{U}$.

Abaterile maxime admisibile la îndeplinirea condițiilor de mai sus sunt următoarele: prima condiție, de succesiune a fazelor, nu admite erori, a doua condiție permite ca frecvențele să difere cu maximum 0,2 %, condiția a treia poate fi îndeplinită cu erori de maximum 20 %, iar ultima condiție permite un defazaj maxim de 15° electrice între $\underline{E}_0$ și $\underline{U}$ în momentul cuplării.

Metoda sincronizării fine urmărește îndeplinirea celor 4 condiții *în ordinea în care au fost enunțate.* Pentru verificarea condițiilor de cuplare, se folosește schema de montaj

din Fig. 3.14.a. În schemă, se folosesc trei voltmetre şi un sincronoscop cu lămpi S. Voltmetrele V_1 şi V_2 se aleg de tensiuni egale cu tensiunea reţelei, iar voltmetrul V_3 şi lămpile sincronoscopului se aleg de tensiuni egale cu dublul tensiunii reţelei.

Cele 4 condiţii de cuplare se verifică experimental astfel:

- succesiunea fazelor se verifică cu sincronoscopul S, la care cele 3 lămpi se aprind şi se sting succesiv, dând senzaţia unui foc învârtitor. Dacă succesiunea fazelor nu este aceeaşi, cele 3 lămpi se aprind şi se stind simultan. În acest caz, se inversează două faze între ele la generator sau la reţea;
- egalitatea frecvenţelor se verifică tot cu sincronoscopul, deoarece focul învârtitor se roteşte cu o viteză unghiulară proporţională cu diferenţa de frecvenţă $f - f_g$. Se reglează turaţia motorului primar (prin variaţia cuplului activ M_a, de antrenare al generatorului) până când focul învârtitor stă pe loc, caz în care $f = f_g$;
- egalitatea valorilor efective ale tensiunilor E_0 şi U se verifică cu ajutorul voltmetrelor V_1 şi V_2. Dacă cele două valori nu sunt egale, se reglează curentul de excitaţie I_e al generatorului până când condiţia este satisfăcută;
- defazajul nul din momentul cuplării se verifică cu voltmetrul V_3, care trebuie să indice valoarea zero în momentul cuplării întrerupătorului K, de punere în paralel a generatorului cu reţeaua.

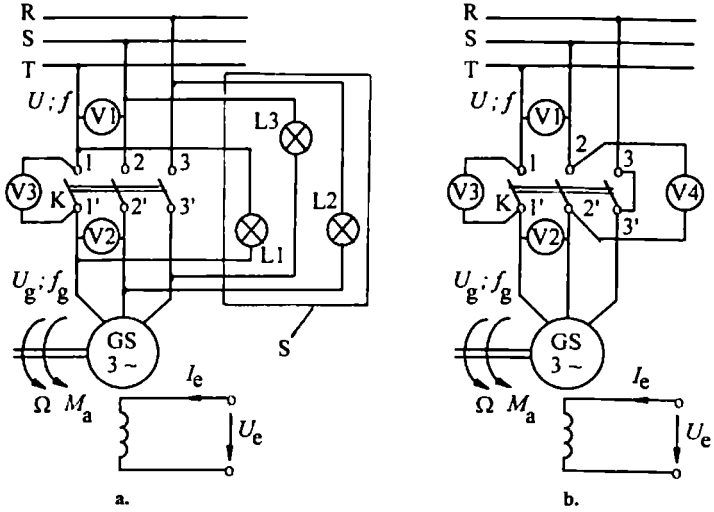


Fig. 3.14. Schema de verificare experimentală a condiţiilor de cuplare în paralel cu reţeaua a generatorului sincron: **a** - utilizând sincronoscopul cu lămpi; **b** - utilizând 4 voltmetre.

Observaţie: Condiţiile de cuplare în paralel cu reţeaua ale generatorului sincron, descrise mai sus, pot fi verificate experimental şi printr-un procedeu special utilizând 4 voltmetre, montate ca în Fig. 3.14.b. În plus, trebuie să se efectueze o legătură electrică suplimentară între bornele omoloage 3 şi 3' ale reţelei şi generatorului, iar voltmetrele V_3 şi V_4, de tensiuni nominale egale cu dublul tensiunii reţelei, trebuie să fie, analogice şi identice (inerţia echipajelor mobile să fie aceeaşi). Cele 4 condiţii de cuplare în paralel sunt îndeplinite când voltmetrele V_1 şi V_2 arată tensiuni egale, iar voltmetrele V_3 şi V_4 oscilează lent, în acelaşi mod, indicând simultan valori maxime şi valori minime. Când voltmetrele V_3 şi V_4 indică simultan valoarea zero, întrerupătorul K se închide şi

generatorul sincron se consideră cuplat la rețea. Dacă voltmetrele V_3 și V_4 nu oscilează în același mod (unul indică valoarea minimă și celălalt valoarea maximă), atunci succesiunea fazelor generatorului nu este aceeași cu succesiunea fazelor rețelei și, în consecință, se schimbă două faze între ele, fie spre rețea, fie spre generator.

b. Metoda autosincronizării

Este aplicată îndeosebi la motoarele sincrone care pornesc în asincron. Metoda autosincronizării este mai rapidă decât metoda sincronizării fine, putându-se aplica și în cazuri de avarie, când tensiunea și frecvența rețelei variază de la un moment la altul. Datorită șocului de curent de autosincronizare, metoda se poate aplica dacă acest șoc nu depășește de 3,5 ori curentul nominal. Metoda va fi descrisă la paragraful pornirea în asincron a motorului sincron.

3.8.2. FUNCȚIONAREA GENERATORULUI SINCRON ÎN PARALEL CU O REȚEA DE PUTERE INFINITĂ, LA EXCITAȚIE VARIABILĂ ȘI PUTERE ACTIVĂ CONSTANTĂ - CARACTERISTICILE ÎN V

Caracteristicile în V ale generatorului sincron se definesc de relațiile următoare:

$$I = f(I_e)\Big|_{\substack{P=const.\\ \Omega=const.}} \quad \text{si} \quad \cos\varphi = f(I_e)\Big|_{\substack{P=const.\\ \Omega=const.}}$$

Se consideră un generator sincron cu poli înecați căruia i se neglijează rezistența statorică. Considerăm diagrama de fazori a generatorului desenată în Fig. 3.15.

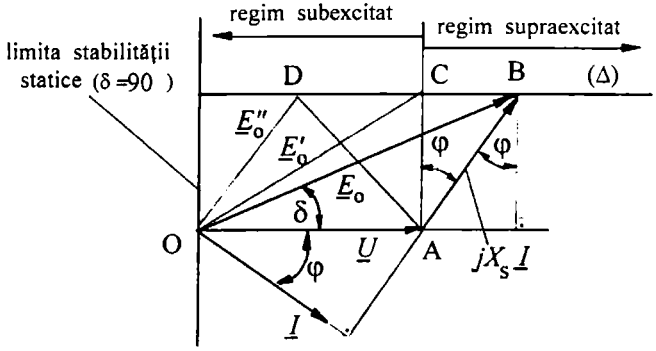


Fig. 3.15. Diagrama de fazori a generatorului, pentru explicarea caracteristicilor în V.

Deoarece puterea activă a generatorului este constantă ($\sqrt{3}UI\cos\varphi = \text{const.}$) și cum U = const., rezultă $I\cos\varphi$ = const., care se mai scrie $X_S I\cos\varphi$ = AC = const. Pentru că rețeaua are putere infinită, fazorul $\underline{U}$ este fix și, prin urmare, locul geometric al vârfului fazorului E_0 (când P = const. și I_e = variabil) este *dreapta de putere egală*, notată cu (Δ) în Fig. 3.15, paralelă cu fazorul $\underline{U}$ și dusă la distanța AC de acesta.

Segmentul AB = $X_S I$ este proporțional cu curentul I. La variația curentului de excitație I_e al mașinii, vârful fazorului E_0 se deplasează pe dreapta (Δ), astfel încât defazajul φ dintre tensiunea U și curentul I este variabil. Se constată că, la variația curentului de excitație, mărimea segmentului AB este variabilă, deci curentul I este variabil. Așadar, la putere activă constantă, curentul debitat de generator în rețea este

variabil, având un minim pentru curentul de excitație optim I_e^*. Curentul optim de excitație corespunde situației în care vârful fazorului E_0 (notat cu E'_0) ajunge în punctul C din diagrama de fazori din Fig. 3.15.

Dacă reprezentăm grafic dependența dintre curentul I și curentul I_e, obținem caracteristica $I = f(I_e)$ numită curbă în V a curentului statoric. În Fig. 3.16 se desenează familiile de caracteristici în V ale curenților statorici și ale factorului de putere, corespunzătoare la trei puteri active P_1, P_2, P_3 ($P_1 < P_2 < P_3$). Pe măsură ce puterea activă crește, curba în V se deplasează ca în Fig. 3.16. Minimele caracteristicilor în V se deplasează spre dreapta, așa cum se deduce din relația (3.29).

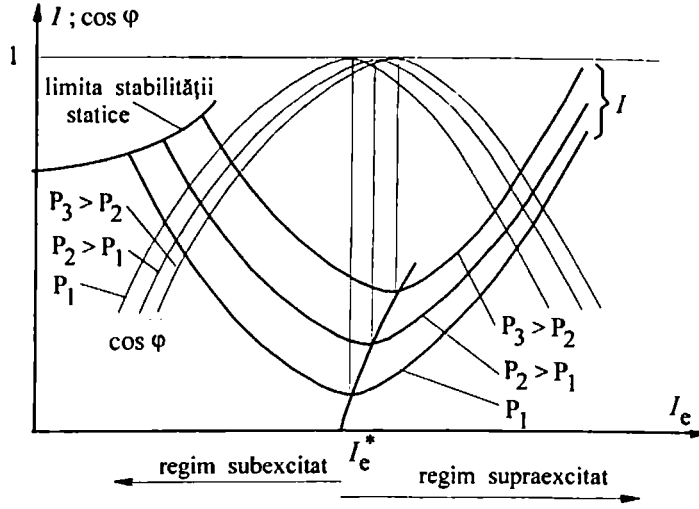


Fig. 3.16. Caracteristicile în V ale generatorului sincron.

Caracteristicile în V ale factorului de putere $\cos\varphi = f(I_e)$ sunt asemănătoare cu cele ale curentului, doar că reprezintă un V răsturnat. Este evident că minimele caracteristicilor în V ale curenților se află pe aceleași ordonate cu maximele caracteristicilor în V ale factorilor de putere. Aceste extreme corespund defazajelor nule dintre tensiunile și curenții generatorului.

Indiferent că mașina sincronă funcționează ca generator sau ca motor, regimul pentru care $I_e < I_e^*$ se numește *regim subexcitat,* mașina absorbind putere reactivă din rețea, iar regimul pentru care $I_e > I_e^*$ se numește *regim supraexcitat,* mașina debitând putere reactivă în rețea.

Puterea activă a generatorului sincron se reglează cu ajutorul debitului turbinei de antrenare de la arbore, iar puterea reactivă se reglează cu ajutorul curentului rotoric de excitație.

3.9. SCURTCIRCUIT TRIFAZAT BRUSC LA GENERATORUL SINCRON

Acest tip de scurtcircuit se întâlnește când cele trei faze U, V, W ale generatorului sunt scurtcircuitate simultan. Consecințele negative ale scurtcircuitului trifazat sunt: scăderea tensiunii la bornele generatorului până la valoarea zero; curenți mari de

scurtcircuit, în primul moment, care conduc la forțe electrodinamice mari în capetele de bobină ale generatorului, ce le pot deteriora ; cuplul electromagnetic tranzitoriu foarte mare, care solicită foarte mult arborele mașinii și o poate scoate din funcțiune.

3.9.1. CALCULUL CURENȚILOR DE SCURTCIRCUIT

Calculul curenților de scurtcircuit se face considerând următoarele ipoteze simplificatoare: mașina se consideră liniară, curenții inițiali (de regim permanent) sunt nuli, viteza de rotație a rotorului se presupune constantă și, de asemenea, tensiunea care alimentează înfășurarea de excitație se consideră și ea constantă. Generatorul nu are fir neutru, adică $i_U + i_V + i_W = 0$.

Pentru determinarea curenților de scurtcircuit ai generatorului se folosesc ecuațiile Park [31], ecuații care descriu comportarea acestuia în regim tranzitoriu. Calculul curenților de scurtcircuit ai generatorului sincron, în ipotezele anunțate, se face aplicând metoda operațională (transformarea Laplace directă și inversă) ecuațiilor Park.

Calculele curenților sunt relativ lungi și se găsesc tratate complet în manualele de mașini electrice [5], [25].

De exemplu, pentru curentul $i_U(t)$ din faza de referință, se găsește expresia generală de regim tranzitoriu:

$$i_U(t) = E_o\sqrt{2}\left\{\left[\frac{1}{X_d}+\left(\frac{1}{X'_d}-\frac{1}{X_d}\right)e^{-\frac{t}{T'_d}}+\left(\frac{1}{X''_d}-\frac{1}{X'_d}\right)e^{-\frac{t}{T''_d}}\right]\cdot\cos(\omega t+\gamma)-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{X''_d}+\frac{1}{X''_q}\right)e^{-\frac{t}{T_a}}\cdot\cos\gamma-\frac{1}{2}\left(\frac{1}{X''_d}-\frac{1}{X''_q}\right)e^{-\frac{t}{T_a}}\cdot\cos(2\omega t+\gamma)\right\}. \qquad (3.42)$$

Examinând expresia (3.42) a curentului $i_U(t)$, constatăm că aceasta conține trei componente și anume:

- *componenta simetrică*, care, la rândul ei, este și ea compusă din trei componente:

- componenta staționară $\frac{E_o\sqrt{2}}{X_d}\cos(\omega t+\gamma)$;

- componenta tranzitorie $E_o\sqrt{2}\left(\frac{1}{X'_d}-\frac{1}{X_d}\right)e^{-\frac{t}{T'_d}}\cdot\cos(\omega t+\gamma)$;

- componenta supratranzitorie $E_o\sqrt{2}\left(\frac{1}{X''_d}-\frac{1}{X'_d}\right)e^{-\frac{t}{T''_d}}\cdot\cos(\omega t+\gamma)$.

- *componenta asimetrică* $-\frac{E_o\sqrt{2}}{2}\left(\frac{1}{X''_d}+\frac{1}{X''_q}\right)e^{-\frac{t}{T_a}}\cdot\cos\gamma$;

• *componenta de frecvență dublă* $-\frac{E_0\sqrt{2}}{2}\left(\frac{1}{X_d''}-\frac{1}{X_q''}\right)e^{-\frac{t}{T_a}}\cdot\cos(2\omega t+\gamma)$.

Curenții de regim tranzitoriu de pe celelalte faze statorice V și W se deduc cu ușurință. Pentru faza V, se înlocuiește în relația (3.42) unghiul γ cu γ - 120°, iar pentru faza W în loc de unghiul γ se pune γ - 240°. Unghiul γ reprezintă unghiul dintre axa rotorică (axa d) și axa fazei de refență (axa fazei U), în momentul producerii scurtcircuitului.

Constantele de timp T_d' și T_d'' se numesc tranzitorii și supratranzitorii, T_a este constanta de timp aperiodică, reactanțele X_d, X_d', X_d'' sunt reactanțele longitudinală de regim permanent, respectiv de regim tranzitoriu și supratranzitoriu, iar X_q, X_q'' sunt reactanțele transversală de regim permanent respectiv de regim supratranzitoriu.

Aceste mărimi se exprimă, de cele mai multe ori, în unități relative și sunt indicate în cataloagele mașinilor sincrone. Reactanțele sincrone se raportează la impedanța nominală de fază a mașinii Z_{nf}, definită de relația $Z_{nf} = U_{nf} / I_{nf}$. De exemplu, reactanțele sincrone longitudinale, exprimate în unități relative, au expresile :

$$x_d = \frac{X_d}{Z_{nf}}\ [u.r]\,,\quad x_d' = \frac{X_d''}{Z_{nf}}\ [u.r]\,,\quad x_d'' = \frac{X_d''}{Z_{nf}}\ [u.r] \qquad (3.43)$$

În Fig. 3.17, se prezintă schemele echivalente ale reactanțelor sincrone relative ale mașinii din axa longitudinală a mașinii, iar în Fig. 3.18 se prezintă schemele reactanțelor sincrone din axa transversală.

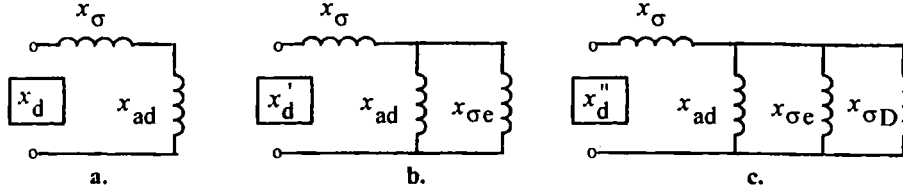


Fig. 3.17. Schemele echivalente ale reactanțelor din axa longitudinală:
a - pentru x_d; **b** - pentru x'_d; **c** - pentru x''_d.

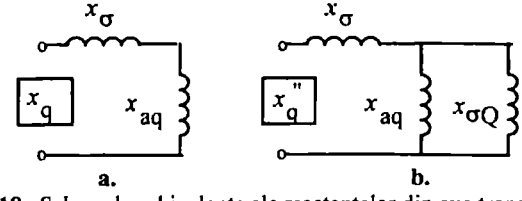


Fig. 3.18. Schemele echivalente ale reactanțelor din axa transversală:
a - pentru x_q; **b** - pentru x''_q.

În tabelul 3.1, se prezintă valorile uzuale raportate ale parametrilor mașinilor sincrone, funcționând în regim de generator (turbogenerator sau hidrogenerator) sau de motor.

Tabelul 3.1 - Valorile uzuale ale parametrilor maşinilor sincrone

Parametrul	Turbogeneratoare bipolare	Hidrogeneratoare cu înfăşurări de amortizare	Motoare sincrone
x_d [u.r]	0,95 ... 1,45	0,60 ... 1,45	1,50 ... 2,20
x_q [u.r]	0,92 ... 1,47	0,40 ... 1,00	0,95 ... 1,40
x'_d [u.r]	0,12 ... 0,21	0,20 ... 0,50	0,30 ... 0,60
x''_d [u.r]	0,07 ... 0,14	0,13 ... 0,35	0,18 ... 0,38
x''_q [u.r]	0,08 ... 0,15	0,13 ... 0,35	0,17 ... 0,37
r [u.r]	0,003 ... 0,008	0,003 ... 0,008	0,004 ... 0,01
T_d [sec]	2,80 ... 6,20	1,50 ... 9,50	6,00 ... 11,50
T'_d [sec]	0,35 ... 0,90	0,50 ... 3,30	1,20 ... 2,80
T''_d [sec]	0,02 ... 0,05	0,01 ... 0,035	0,02 ... 0,05

Şocul maxim de curent de scurtcircuit din faza U se deduce din expresia (3.42), luând în seamă cel mai defavorabil caz şi anume acela pentru care se neglijează amortizările pe exponenţiale (toate exponenţialele se consideră egale cu unitatea) şi se consideră : $\cos(\omega t + \gamma) = 1$, $\cos\gamma = -1$, $X''_d = X''_q$. În aceste condiţii, curentul maxim posibil de scurtcircuit are expresia:

$$(i_k)_{\max.} = \frac{2E_o\sqrt{2}}{X''_d} \tag{3.44}$$

Acest şoc de curent se obţine după timpul $t^* = (2\pi - \gamma)/\omega$ de la producerea scurtcircuitului şi, cum $\gamma = \pi$, rezultă $t^* = \pi/\omega$, adică după o semiperioadă.

Curentul de scurtcircuit, de regim permanent I_{km} (valoare de vârf), se obţine tot din expresia (3.42), făcând timpul să tindă către infinit (exponenţialele sunt nule), deci:

$$I_{km} = \frac{E_o\sqrt{2}}{X_d} \tag{3.45}$$

Raportul k dintre curentul maxim posibil de scurtcircuit în regim tranzitoriu şi curentul maxim de scurtcircuit din regim permanent are valori posibile într-o gamă largă. Expresia acestui raport este următoarea:

$$k = \frac{(i_k)_{\max}}{I_{km}} = \frac{2X_d}{X''_d} \tag{3.46}$$

3.9.2. INTERPRETAREA FIZICĂ A FENOMENELOR LA SCURTCIRCUIT

Maşina sincronă are trei înfăşurări monofazate statorice U, V, W şi două înfăşurări rotorice: una de excitaţie (indice "e") parcursă de curentul i_e şi cealaltă de pornire şi amortizare. Înfăşurarea de excitaţie "e" este plasată în axa longitudinală (d) a maşinii, identică cu axa polui nord rotoric. Înfăşurarea de amortizare, implantată în crestăturile tălpilor polare este asemănătoare unei colivii rotorice de maşină asincronă cu rotorul în

scurtcircuit şi se echivalează cu două înfăşurări echivalente în scurtcircuit: prima, notată cu "D", situată în axa longitudinală (d), şi a doua, notată cu "Q", situată în axa transversală (q). Aşadar, maşina sincronă are fizic 5 înfăşurări (3 pe stator şi 2 pe rotor) şi teoretic 6 înfăşurări (3 pe stator - U, V, W - şi 3 pe rotor - e, D, Q -).

În funcţionarea normală, fără pendulaţii ale rotorului, maşina sincronă are curenţi nuli în cele două înfăşurări de amortizare ($i_D = i_Q = 0$), iar curentul de excitaţie este constant, neavând componente variabile. În regimul tranzitoriu de scurtcircuit brusc, apar curenţi variabili amortizaţi în circuitele D, Q şi e. De exemplu, curentul de scurtcircuit de pe faza U este maxim după o semiperioadă de la producerea scurtcircuitului, iar maşina se comportă ca o reactanţă supratranzitorie X_d'', care are valori foarte mici. După un timp scurt (câteva constante de timp T_d''), curenţii i_D şi i_Q din circuitele de amortizare se sting primii. Regimul în care există curenţi variabili în circuitele D şi Q se numeşte *regim supratranzitoriu.*

După câteva constante de timp T_d'' mai rămân componente variabile numai în circuitul de excitaţie al maşinii, caz în care regimul se numeşte *tranzitoriu,* maşina se comportă acum ca o reactanţă tranzitorie X_d', mai mare decât X_d'', dar mai mică decât X_d. După câteva constante de timp T_d', se sting şi componentele alternative ale curentului de excitaţie, adică dispare şi regimul tranzitoriu şi regimul devine de scurtcircuit permanent, când amplitudinea curentului este dată de relaţia (3.45).

3.9.3. ŞOCUL MAXIM DE CUPLU LA SCURTCIRCUIT

În regimul de scurtcircuit permanent, curenţii statorici sunt practic reactivi, deoarece rezistenţa înfăşurării este foarte mică în raport cu reactanţa sincronă. În această situaţie, cuplul electromagnetic al generatorului este foarte mic. În regim tranzitoriu de scurtcircuit însă, cuplul electromagnetic poate înregistra şocuri importante. Aceste şocuri se obţin după un sfert de perioadă de la producerea scurtcircuitului şi se calculează cu valorile curenţilor şi fluxurilor din acel moment.

Cuplul electromagnetic maxim nu depinde de mărimea unghiului γ şi are în cel mai defavorabil caz valori de până la $(6 \ldots 10)M_n$. Se cunosc cazuri când arborii maşinilor au fost distruşi la producerea unui scurtcircuit.

3.10. STABILITATEA DINAMICĂ A MAŞINII SINCRONE

Spre deosebire de stabilitatea statică, stabilitatea dinamică a maşinii sincrone depinde atât de regimul iniţial, cât şi de natura şi mărimea perturbaţiei. Să considerăm, pentru simplificare, o maşină sincronă cu poli înecaţi funcţionând în regim de generator, cu caracteristica unghiulară ca în Fig. 3.19, la care cuplul activ M_a de la arbore face un salt brusc de la valoarea iniţială M_{a1}, corespunzătoare unghiului intern δ_1, la valoarea finală M_{a2}, corespunzătoare unghiului intern δ_2. Curentul de excitaţie este constant.

Datorită inerţiei mecanice a rotorului, în urma saltului de cuplu, punctul de funcţionare de pe caracteristica unghiulară nu se opreşte în B, ci ajunge până în punctul C (Fig. 3.19), astfel încât unghiul intern creşte până la valoarea δ_3.

Din partea inferioară a figurii 3.19, se observă că în momentele t_1 şi t_3, adică atunci când unghiul intern ia valorile δ_1, respectiv δ_3, putem scrie relaţiile:

$$\left.\frac{d\delta}{dt}\right|_{t=t_1} = \left.\frac{d\delta}{dt}\right|_{t=t_3} = 0 \qquad (3.47)$$

În final, unghiul intern se stabilizează, după câteva oscilaţii amortizate, la valoarea δ_2. Stabilizarea unghiului intern se produce, prin reacţie, de către curenţii induşi în înfăşurarea de amortizare a maşinii.

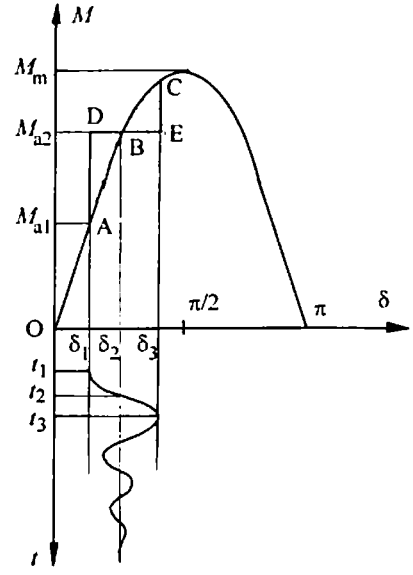


Fig. 3.19. Referitoare la stabilitatea dinamică a generatorului sincron.

Pentru a găsi un criteriu cantitativ de apreciere a stabilităţii dinamice a maşinii sincrone, se scrie ecuaţia dinamică de mişcare a subansamblului rotor:

$$J\frac{d\Omega}{dt} = M_a - M \qquad (3.48)$$

în care Ω este viteza unghiulară a rotorului, J reprezintă momentul de inerţie al rotorului, M_a este cuplul activ de la arborele generatorului, M este cuplul electromagnetic, iar cuplul de frecări mecanice al rotorului s-a neglijat. Conform Fig. 3.19, unghiul electric θ dintre axele FS (fixă faţă de stator) şi FR (fixă faţă de rotor) are expresia: $\theta = \omega t + \delta$, în care ω este pulsaţia mărimilor statorice, iar δ este unghiul intern al maşinii (analog unei faze iniţiale). Se derivează de două ori relaţia şi se găseşte:

$$\frac{d\theta}{dt} = p\Omega = \omega + \frac{d\delta}{dt};\ \omega = \text{const.} \Rightarrow p\frac{d\Omega}{dt} = \frac{d^2\delta}{dt^2}$$

Ecuaţia de mişcare a rotorului se scrie acum sub următoarea forma:

$$\frac{J}{p}\cdot\frac{d^2\delta}{dt^2} = M_a - M \qquad (3.49)$$

Se amplifică relaţia (3.49) cu $d\delta/dt$, astfel încât putem scrie:

$$\frac{J}{p}\cdot\frac{d^2\delta}{dt^2}\cdot\frac{d\delta}{dt}=(M_a-M)\frac{d\delta}{dt}\;\Rightarrow\;\frac{J}{2p}\cdot\frac{d}{dt}\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2=(M_a-M)\frac{d\delta}{dt}$$

Integrăm ecuaţia de mai sus între limitele t_1 şi t_3 şi găsim:

$$\frac{J}{2p}\cdot\int_{t_1}^{t_3}\frac{d}{dt}\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2dt=\int_{t_1}^{t_3}(M_a-M)\frac{d\delta}{dt}dt$$

care, după simplificare cu dt şi integrare, cu limitele de integrare corespunzătoare, devine:

$$\frac{J}{2p}\cdot\int_{t_1}^{t_3}d\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2=\int_{\delta_1}^{\delta_3}(M_a-M)d\delta\;\Rightarrow\;\frac{J}{2p}\left[\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2_{t=t_3}-\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2_{t=t_1}\right]=\int_{\delta_1}^{\delta_3}(M_a-M)d\delta$$

Ţinând seama de relaţia (3.47), expresia de mai sus se scrie sub forma:

$$\int_{\delta_1}^{\delta_3}(M_a-M)d\delta=0$$

care, conform proprietăţii de aditivitate a integralei, capătă forma:

$$\int_{\delta_1}^{\delta_2}(M_a-M)d\delta=\int_{\delta_2}^{\delta_3}(M-M_a)d\delta \qquad (3.50)$$

Relaţia (3.50) reprezintă exprimarea matematică a condiţiei de stabilitate dinamică a maşinii sincrone, denumită şi *criteriul ariilor*. Această condiţie exprimă faptul că aria triunghiului curbiliniu ABD din Fig. 3.19 este egală cu aria triunghiului curbiliniu BCE.

Aşadar, maşina funcţionează stabil din punct de vedere dinamic dacă la un salt de cuplu pe curba $M=f(\delta)$, există posibilitatea construirii de arii egale ca în Fig. 3.19.

Caz limită de stabilitate

În Fig. 3.20, se prezintă un caz limită de salt al cuplului până la care maşina îşi păstrează stabilitatea dinamică. Dacă maşina funcţionează în punctul (M_{a1}, δ_1), aceasta permite un salt maxim de cuplu până în punctul (M_{a2}, δ_2), astfel încât aria S_1 să fie egală cu aria S_2.

Dacă se face însă, începând din punctul (M_{a1}, δ_1), un salt de cuplu egal cu M_{a3} - M_{a1}, astfel încât $M_{a3} > M_{a2}$, maşina iese din sincronism. De asemenea, dacă iniţial maşina funcţiona în gol şi se face saltul de cuplu tot până la M_{a2}, maşina iese din sincronism, deoarece aria triunghiului curbiliniu $OM_{a2}B$ este mai mare decât aria S_2.

Aşadar, stabilitatea dinamică a maşinii sincrone depinde atât de valoarea iniţială a cuplului, cât şi de mărimea saltului de cuplu.

Forţarea excitaţiei

O mărire a rezervei de stabilitate dinamică se face prin aşa-numitul fenomen de *forţare a excitaţiei* în momentul apariţici saltului de cuplu, când caracteristica unghiulară

devine ca aceea desenată în Fig. 3.20 şi când aria S_2 se măreşte considerabil, maşina având o rezervă de stabilitate mult mai mare.

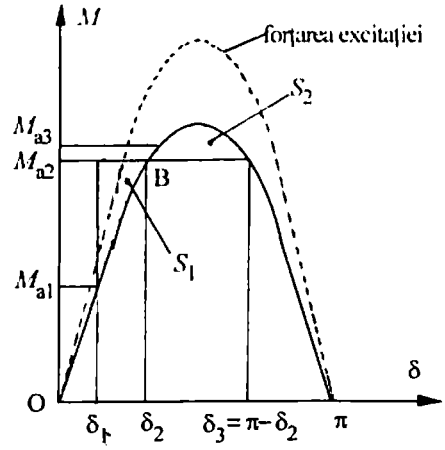


Fig. 3.20. Caz limită de stabilitate dinamică.

Cazul deconectării şi reanclanşării rapide a generatorului

Să considerăm un generator sincron care funcţionează, cu un cuplu activ M_a la unghiul intern δ_1, când intervine o deconectare a liniei de transmisie, cuplul electromagnetic al generatorului scăzând brusc la zero (Fig. 3.21). Dacă motorul primar nu are regulator de viteză, atunci rotorul generatorului se accelerează şi unghiul intern creşte. Se poate determina, cu criteriul ariilor egale (S1 = S2), care este unghiul intern δ_2, care poate fi atins de rotor astfel încât, reanclanşând linia la acest unghi, generatorul să nu iasă din sincronism (să nu se desprindă şi să se accelereze).

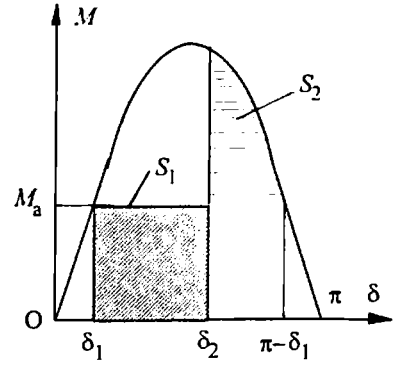


Fig. 3.21. Criteriul ariilor egale aplicat în cazul deconectării şi reanclanşării rapide a unui generator.

Cunoscând unghiurile interne δ_1 şi δ_2, se poate determina timpul corespunzător ca rotorul să-şi varieze unghiul intern între cele două limite, dat fiind faptul că, după declanşarea liniei şi până la reanclanşarea ei, cuplul rezistent este practic nul, iar cuplul de accelerare este chiar M_a.

3.11. MAŞINI SINCRONE SPECIALE

3.11.1 MOTORUL SINCRON REACTIV

Motorul sincron reactiv (cu reluctanţă variabilă) are poli aparenţi pe rotor, neavând înfăşurare de excitaţie. Funcţionarea lui se bazează pe cuplul de anizotropie de formă M' care se mai numeşte cuplu reactiv. Motorul reactiv se construieşte atât în variantă monofazată (în care caz are fază auxiliară şi condensator de defazare pentru pornire), cât şi în variantă trifazată, prezentând avantajul unei construcţii simple şi al lipsei sursei de c.c. necesare excitaţiei. Maşina reactivă nu se utilizează în regim de generator.

Factorul de putere al motorului sincron reactiv este totdeauna inductiv, neavând t.e.m. E_o, (datorită lipsei excitaţiei), deci nefiindu-i specific regimul supraexcitat. Valoarea maximă a factorului de putere inductiv este dată de relaţia:

$$(\cos\varphi)_{max} = \frac{X_d / X_q - 1}{X_d / X_q + 1}$$

şi este cu atât mai mare cu cât raportul X_d/X_q este mai mare. La maşinile sincrone obişnuite: $X_d/X_q \cong 1{,}5$, iar la motoarele sincrone reactive raportul reactanţelor sincrone atinge valori mult mai mari, $X_d/X_q \in (8 \ldots 10)$.

Motorul reactiv se utilizează în acţionările de mică putere (la aparatele de înregistrare şi redare a sunetului şi imaginilor), având turaţia fixă (la o frecvenţă dată a sursei de alimentare) şi nu prezintă paraziţi electromagnetici specifici inelelor colectoare şi periilor, caracteristici maşinilor electrice sincrone cu excitaţie electromagnetică.

3.11.2. GENERATORUL SINCRON FĂRĂ CONTACTE ALUNECĂTOARE

Generatoarele *cu comutaţie statică* nu au contacte alunecătoare şi sunt mai fiabile decât cele cu excitaţie electromagnetică. De asemenea, performanţele în regim dinamic sunt mai bune (timp de răspuns mai mic).

Generatorul este format din două maşini sincrone incorporate în aceeaşi construcţie: una principală, de construcţie normală (rotorul este inductor şi statorul este indus), notată cu 1 (înfăşurarea trifazată statorică) şi 2 (înfăşurarea monofazată rotorică) în Fig. 3.22, şi cealaltă secundară, de dimensiuni mai reduse, de construcţie inversată (rotorul este indusul, iar statorul este inductorul), notată cu 10 (înfăşurarea monofazată statorică) şi cu 8 (înfăşurarea trifazată statorică). Energia necesară înfăşurării de excitaţie a maşinii principale este introdusă în rotor nu prin intermediul inelelor colectoare şi al periilor, ci prin intermediul câmpului electromagnetic, folosind maşina secundară 8 -10.

Generatorul sincron cu comutaţie statică conţine, pe lângă înfăşurările 1, 2, 8, 10, tiristoarele rotitoare 5, 6, 7, două dispozitive electronice de comandă 4 şi 11, un traductor de câmp magnetic 3 şi o punte redresoare 12, alimentată de la înfăşurarea 9, cuplată inductiv cu o înfăşurare indusă de fază a maşinii inversate (secundare).

Funcţionarea generatorului este următoarea: pentru a putea fi amorsată tensiunea maşinii, trebuie să existe, în circuitul magnetic al acesteia, un flux magnetic remanent, deci trebuie ca maşina să fie magnetizată anterior livrării (de exemplu, prin alimentarea înfăşurării 2 în c.c. cu rotorul în repaus). Prin rotirea generatorului de către motorul său primar de antrenare, fluxul magnetic remanent rotoric, induce în înfăşurarea 1, t.e.m. care sunt redresate de 11 şi produc în înfăşurarea 10, un curent continuu care, la rândul său,

produce un câmp magnetic redus, dar fix față de stator. Acest câmp magnetic induce, în înfășurarea 8, t.e.m. alternative, redresate de tiristoarele 5, 6, 7, care produc, în înfășurarea 2, un curent continuu care mărește fluxul magnetic remanent rotoric. Acest flux rotoric mărit induce din nou, în înfășurarea 1, t.e.m. și procesul se continuă în avalanșă până când, la bornele R, S, T ale generatorului, tensiunea ia valoarea nominală, generatorul considerându-se autoexcitat.

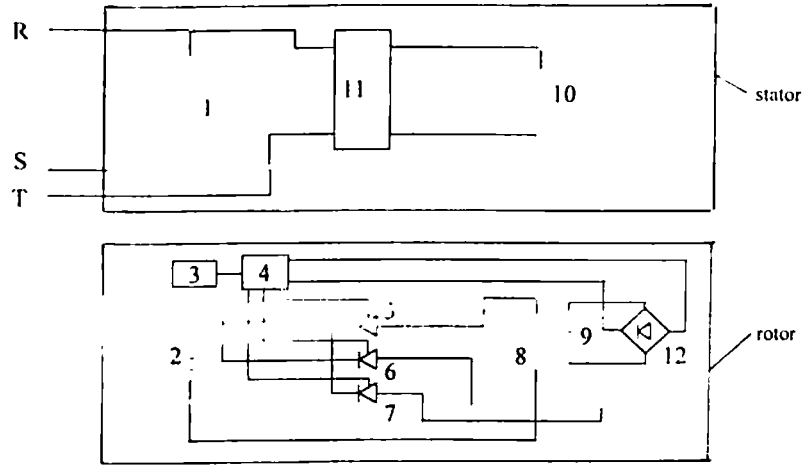


Fig. 3.22. Schema de principiu a unui generator sincron cu comutație statică.

Reglarea tensiunii la bornele R, S, T (sau menținerea ei constantă) se face cu ajutorul regulatorului de tensiune 11, care reglează și limitează valoarea curentului din înfășurarea 10 și cu ajutorul dispozitivului 4, care reglează curentul de excitație din înfășurarea 2, prin comenzile primite de la puntea 12, respectiv, limitează acest curent, prin comenzile primite de la traductorul de câmp 3.

3.12. ACȚIONĂRI CU MOTOARE SINCRONE

3.12.1. MOTORUL SINCRON. UTILIZĂRI, AVANTAJE, DEZAVANTAJE

Mașina sincronă se folosește, ca generator sincron, în centralele de producere a energiei electrice, respectiv ca motor sincron, în acționările electrice. În comparație cu motorul asincron, motorul sincron prezintă anumite avantaje și dezavantaje.

Domeniile de utilizare ale motoarelor sincrone sunt dintre cele mai variate. Actualmente, se folosesc la acționarea pompelor centrifugale sau cu piston, a compresoarelor, ventilatoarelor, suflantelor, exhaustoarelor de diferite tipuri, a morilor cu bile, a unor concasoare etc. Asociate cu cuple reglabile hidraulice sau electromagnetice ori cu convertizoare de frecvență, motoarele sincrone se utilizează și în mecanismele care necesită reglarea vitezei. În acest fel, s-a ajuns la unități de putere de ordinul zecilor de megawați, după cum motoare sincrone de ordinul waților sau fracțiunilor de watt se utilizează în automatică, electronică și mecanică fină.

Calitățile principale ale motorului sincron față de cel asincron sunt următoarele:

- viteza de rotație este constantă (dacă frecvența rețelei rămâne constantă);
- cuplul electromagnetic depinde liniar de tensiunea de alimentare, fiind mai puțin sensibil la variațiile acesteia;

- factorul de putere este mult mai bun, putând fi unitar sau chiar capacitiv, în vederea îmbunătățirii factorului de putere al rețelei;
- randamentul este mai bun în raport cu motorul asincron de aceeași putere;
- reglarea simplă, prin variația curentului de excitație, a unor caracteristici.

Motorul sincron prezintă și anumite *dezavantaje* față de cel asincron:

- nu are cuplu de pornire și deci, pornirea este mai dificilă și mai costisitoare;
- tendință de pendulare sau de ieșire din sincronism în cazul șocurilor de cuplu sau al scăderilor accentuate ale tensiunii de alimentare;
- are nevoie de o sursă de c.c. pentru alimentarea excitației, iar inelele și periile necesită o întreținere atentă și reprezintă puncte de eventuale defecțiuni;
- este mai voluminos și mai greu, la aceleași date nominale;
- procesul de fabricație este mai complicat, îndeosebi în comparație cu mașinile asincrone cu rotorul în colivie și, în mod firesc, prețul este mai mare.

3.12.2. COMPENSATORUL SINCRON

Compensatorul sincron este o mașină sincronă funcționând în gol, în regim de motor supraexcitat, absorbind din rețeaua de alimentare puterea activă necesară numai pentru acoperirea pierderilor active. De aici rezultă că, spre deosebire de motoarele sincrone, compensatoarele sincrone au arborii mai subțiri și înfășurările de excitație mai voluminoase, spre a putea avea solenații de excitație mărite.

Fiind supraexcitate, compensatoarele sincrone debitează putere reactivă în rețea, îmbunătățind factorul de putere al rețelei. Ele se pornesc prin aceleași metode ca și motoarele sincrone. Uzual, puterea nominală a compensatoarelor sincrone este de 60, 100, 160 și 200 MVar, iar tensiunea nominală aparține intervalului (6 ... 25)kV.

Compensatoarele sincrone se montează cât mai aproape de consumatorii de energie reactivă, pentru a contribui la diminuarea variațiilor de tensiune, provocate de variațiile rapide ale puterii active cerute de consumator.

În raport cu bateriile de condensatoare, compensatoarele sincrone prezintă avantaje, prin faptul că permit un reglaj continuu al puterii reactive, precum și o automatizare a reglajului tensiunii. În unele situații, în centralele hidroelectrice, generatoarele sincrone sunt pornite și funcționează în regim de compensator, introducând în rețea o importantă cantitate de energie reactivă.

3.12.3. PORNIREA MOTORULUI SINCRON

Motorul sincron dezvoltă un cuplu sincron mediu numai la funcționarea în sincronism. La altă viteză, precum și la pornire, cuplul sincron este alternativ având valoarea medie nulă. Așadar, motorul sincron nu are cuplu de pornire.

Pornirea motoarelor sincrone se poate face prin trei metode: pornirea în asincron, pornirea prin alimentarea de la o sursă de frecvență variabilă, pornirea cu motor auxiliar de lansare. Mai folosite sunt primele două metode.

Pornirea în asincron a motorului sincron (autosincronizarea)

Pentru a porni în asincron, motorul sincron trebuie să fie echipat cu o înfășurare în colivie pentru pornire, așezată în piesele polare ale polilor rotorici de excitație; aceasta îndeplinește ulterior, la funcționarea în regimul normal al motorului, rolul de înfășurare de amortizare. De aceea, aceasta se mai numește *înfășurare de pornire și amortizare*.

Motorul sincron porneşte, în acest caz, la fel ca un motor asincron cu rotorul în colivie. Motoarele sincrone de putere mică au polii de excitaţie realizaţi din oţel masiv, care îndeplinesc rolul înfăşurării în colivie.

Pornirea motorului se face prin conectarea directă la reţea, sau cu autotransformator, ori prin metoda stea - triunghi, în funcţie de curenţii admisibili absorbiţi la pornire. În perioada pornirii în asincron, înfăşurarea de excitaţie a motorului este deconectată de la sursa de c.c. şi conectată pe o rezistenţă de descărcare R_d, de aproximativ 5 ... 10 ori mai mare decât valoarea rezistenţei înfăşurării de excitaţie R_e. În perioada de pornire, înfăşurarea de excitaţie nu se scurtcircuitează, deoarece poate apărea fenomenul Gorges şi nici nu se lasă deschisă, pentru că ar putea fi străpunsă.

Mergând ca motor asincron în gol sau în sarcină redusă, cu o alunecare mică, se comută brusc înfăşurarea de excitaţie de pe rezistenţa R_d pe reţeaua de c.c., în care caz, prin această înfăşurare circulă curentul de excitaţie I_e şi apare imediat cuplul sincron M, care are expresia aproximativă:

$$M = \frac{3E_0U}{X_s\Omega}\cdot\sin(\delta + s\cdot\omega t)$$

Deoarece alunecarea s este mică, cuplul sincron variază lent în timp şi aduce rotorul în sincronism, iar datorită inerţiei rotorul trece puţin înaintea câmpului învârtitor şi, după câteva pendulaţii amortizate ale rotorului în jurul câmpului, acesta intră în sincronism (se "lipeşte" de câmp) şi motorul se consideră pornit. Din acest motiv, toate motoarele sincrone care pornesc în asincron sunt prevăzute cu înfăşurări de amortizare puternice, confecţionate de obicei din cupru, cu parametrii care să conducă la cupluri asincrone mari.

În Fig. 3.23. este prezentată schema automată de pornire în asincron a motorului sincron. Schema de forţă cuprinde un întrerupător general K, siguranţele fuzibile e1, dublate de releele maximale de curent e2, blocul de relee termice de suprasarcină e3. Înfăşurarea de excitaţie, având rezistenţa Re, este alimentată prin intermediul transformatorului de adaptare Tr şi al punţii trifazate redresoare P.

Schema de comandă cuprinde liniile 4, 5, ... , 8, în care C1 şi C2 sunt bobinele contactoarelor de alimentare, respectiv de trecere în regim sincron, d1 este un releu de timp cu temporizare la închidere (ce are timpul de acţionare mai mare sau egal cu timpul t_p de pornire în asincron), precum şi butoanele de pornire b1 şi de oprire b2.

Funcţionarea schemei începe cu apăsarea pe butonul de pornire b1, după care bobina contactorului C1 este alimentată şi acesta îşi închide contactele de forţă C1 din linia 1 (motorul porneşte în asincron) şi îşi automenţine butonul b1. În acelaşi timp, se alimentează şi bobina releului de timp d1, care îşi închide condactul temporizat d1 din linia 7, după timpul reglat t_p. După acest timp, se alimentează bobina contactorului C2, care îşi deschide contactul NÎ (normal închis) C2 din linia 2 şi îşi închide contactul ND (normal deschis) C2 din linia 3, astfel încât înfăşurarea de excitaţie va fi comutată de pe rezistenţa de descărcare R_d pe sursa de curent continuu P. Apare cuplul sincron care introduce maşina în sincronism şi motorul se consideră pornit.

Oprirea motorului se face prin apăsarea pe butonul b2. În cazul unui scurtcircuit releele maximale de curent e2 acţionează şi îşi deschid contactul NÎ, e2 din linia 4 şi

Pagină lipsă

Pagină lipsă

PROBLEMA 3.2.

Un turboalternator trifazat cu indusul în stea are S_n = 25 MVA; U_n = 6,3 kV (conexiune stea pe stator); X_s = 1,5 Ω. Să se calculeze căderea de tensiune relativă de la mersul în gol, la sarcină nominală a generatorului în sarcină pur rezistiv ($\varphi = 0$), pur inductivă ($\varphi = \pi/2$) şi pur capacitivă ($\varphi = -\pi/2$) în ipoteza $R = 0$ şi I_e = const.

Soluţie: Curentul nominal pe fază al generatorului se calculează cu relaţia:

$$I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3} \cdot U_n} = \frac{25 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6300} = 2290A$$

Tensiunea nominală pe fază este $U_{nf} = U_n/\sqrt{3} = 6300/\sqrt{3}$ =3650 V. Din diagrama fazorială simplificată (Fig. 3.7.c) se deduce modulul fazorului E_o:

$$E_o = \sqrt{(U_{nf}\cos\varphi)^2 + (U_{nf}\sin\varphi + X_s I_{nf})^2}$$

iar căderea relativă de tensiune de la gol la sarcină nominală are expresia:

$$\Delta U[\%] = \frac{(E_o - U_{nf}) \cdot 100}{U_{nf}} = [\sqrt{\cos^2\varphi + (\sin\varphi + X_s I_{nf}/U_{nf})^2} - 1] \cdot 100$$

care conduce la următoarele rezultate: pentru $\varphi = 0$, rezultă ΔU = 37,4 %; pentru $\varphi=\pi/2$, se găseşte ΔU = 94,5 % ; iar pentru $\varphi = -\pi/2$, se găseşte ΔU = - 94,5 %.

PROBLEMA 3.3.

Un turboalternator trifazat cuplat la o reţea de putere mare funcţionează în sarcină nominală, la factorul de putere $\cos\varphi$ = 0,9. Turboalternatorul are reactanţa sincronă, în unităţi relative, $x_s = X_s/Z_n$ = 1,4 u.r., în care $Z_n = U_{nf}/I_{nf}$ este impedanţa nominală de fază. În timpul funcţionării se produce o reducere a tensiunii la valoarea $U' = 0{,}8U$. Să se determine valoarea unghiului intern δ' şi valoarea curentului debitat I', în valori raportate, ştiind că în noul regim curentul de excitaţie şi puterea electromagnetică rămân constante. Se consideră $R = 0$.

Soluţie: Din problema 3.2. s-a dedus expresia tensiunii E_o care, ţinând seama de expresia reactanţei sincrone în unităţi relative, se mai scrie:

$$E_o = U_{nf}\sqrt{\cos^2\varphi + (\sin\varphi + x_s)^2} = U_{nf}\sqrt{(0{,}9)^2 + (0{,}44 + 1{,}4)^2} = 2{,}02 \cdot U_{nf},$$

în care $x_s = X_s/Z_n = X_s I_{nf}/U_{nf}$ este reactanţa sincronă raportată.

Unghiul intern δ, anterior reducerii tensiunii, se determină utilizând diagrama fazorială din Fig. 3.7.c, exprimând segmentul BD în două moduri:

$$E_o \sin\delta = X_s I_{nf}\cos\varphi \Rightarrow \sin\delta = \frac{X_s I_{nf}\cos\varphi}{2{,}02 \cdot U_{nf}} = \frac{x_s \cos\varphi}{2{,}02} = 0{,}622$$

Având în vedere faptul că în noul regim puterea activă debitată rămâne aceeaşi şi că la curent de excitaţie constant, E_o rămâne aceeaşi, putem scrie relaţia:

$$\frac{3E_o U_{nf}\sin\delta}{X_s} = \frac{3E_o \cdot 0{,}8U_{nf} \cdot \sin\delta'}{X_s} \Rightarrow \sin\delta' = \frac{\sin\delta}{0{,}8} = 0{,}78 \Rightarrow \delta' = 51^\circ.$$

Pentru noul regim de funcţionare, din teorema cosinusului aplicată în triunghiul OAB, din Fig. 3.7.c, se deduce relaţia:

$$(X_s I')^2 = E_o^2 + U'^2 - 2E_o U' \cos\delta' = (2{,}02U_{nf})^2 + (0{,}8U_{nf})^2 -$$

$$- 2 \cdot 2{,}02 \cdot 0{,}8 \cdot U_{nf}^2 \cdot \cos\delta' = 2{,}7U_{nf}^2$$

Exprimăm reactanţa x_S, în unităţi relative şi găsim expresia:

$$(x_s \cdot \frac{U_{nf}}{I_{nf}} \cdot I')^2 = 2{,}7 \cdot U_{nf}^2 \Rightarrow I' = 1{,}17 \cdot I_{nf}$$

Curentul I', raportat la curentul nominal, are valoarea $i' = I'/I_{nf} = 1{,}17$ u.r. Aşadar, la I_e = cons. şi P = const., scăderea tensiunii reţelei cu 20 % duce la creşterea curentului absorbit de turbogenerator de la reţea, cu numai 17 %.

PROBLEMA 3.4.

Un generator sincron cu poli înecaţi are datele: S_n = 14 kVA, U_n = 400 V (conexiune stea pe stator), n = 1500 rot/min, X_S = 15 Ω (reactanţa sincronă), X_σ = 1 Ω (reactanţa de dispersie). Rezistenţa R a indusului se neglijează. Să se determine: **a.** Unghiul δ' dintre fazorii E_0 şi U, unghi care se consideră de multe ori ca fiind unghiul intern al maşinii (a se vedea Fig. 3.7.c); **b.** Unghiul δ dintre fazorii E_0 şi E_μ (t.e.m. rezultantă a maşinii), care este de fapt unghiul intern al maşinii (a se vedea Fig. 3.7.b); **c.** Ce eroare se face dacă se calculează cuplul electromagnetic M al maşinii considerând $\delta \cong \delta'$? **d.** T.e.m. rezultantă E_μ a maşinii şi eroarea care se face considerând $U \cong E_\mu$.

Soluţie: **a.** Curentul de fază I (egal cu cel de linie) şi tensiunea de fază U se determină cu relaţiile:

$$I = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{14000}{\sqrt{3} \cdot 400} = 20{,}2A;\ U = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}} = 231V$$

Se foloseşte diagrama de fazori din Fig. 3.7.b, care se redesenează în Fig. 3.24, considerând R = 0. Din triunghiul dreptunghic OCB se deduce:

$$tg\delta' = \frac{BC}{OC} = \frac{X_s I \cos\varphi}{U + X_s I \sin\varphi} = \frac{15 \cdot 20{,}2 \cdot 0{,}8}{231 + 15 \cdot 20{,}2 \cdot 0{,}6} = 0{,}587 \Rightarrow \delta' = 30{,}4°$$

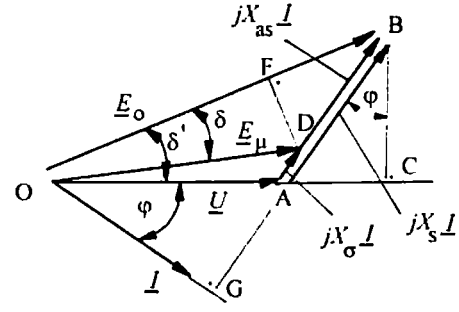


Fig. 3.24. Diagrama de fazori a maşinii sincrone cu poli înecaţi în ipoteza R = 0.

b. Se determină t.e.m. E_0 la mersul în gol, din triunghiul dreptunghic OGB:

$$E_o = \sqrt{(U\cos\varphi)^2 + (U\sin\varphi + X_s I)^2} =$$
$$= \sqrt{(231\cdot 0{,}8)^2 + (231\cdot 0{,}6 + 15\cdot 20{,}2)^2} = 478{,}7V$$

Unghiul intern δ dintre fazorii E_o şi E_μ se determină utilizând Fig. 3.24. În triunghiul dreptunghic OGB, unghiul OBG = [π/2 - (δ' +φ)]. Unghiul φ corespunzător factorului de putere 0,8 are valoarea φ = arccos0,8 = 36,87°. În triunghiul dreptunghic OBG, observăm că unghiul OBG are valoarea 90° - (30,4° + 36,87°) = 22,73°. Aşadar putem scrie:

$$tg\delta = \frac{X_{as} I\cdot \sin 22{,}73°}{E_o - X_{as} I\cdot \cos 22{,}73°} = \frac{14\cdot 20{,}2\cdot \sin 22{,}73°}{478{,}7 - 14\cdot 20{,}2\cdot \cos 22{,}73°} = 0{,}502 \Rightarrow \delta = 26{,}67°$$

în care $X_{as} = X_s - X_\sigma = 15 - 1 = 14\ \Omega$ reprezintă reactanţa sincronă corespunzătoare câmpului magnetic de reacţiune a indusului.

c. Cuplul electromagnetic se determină cu relaţia cunoscută, în funcţie de cele două valori ale unghiului intern:

$$M(\delta') \cong -\frac{3E_o U}{\Omega X_s}\cdot \sin\delta' = -\frac{3\cdot 478{,}7\cdot 231\cdot \sin 30{,}4°}{2\pi\cdot 25\cdot 15} = -71{,}26Nm$$

$$M(\delta) = -\frac{3E_o U}{\Omega X_s}\cdot \sin\delta = -\frac{3\cdot 478{,}7\cdot 231\cdot \sin 26{,}67°}{2\pi\cdot 25\cdot 15} = -63{,}20Nm$$

$$\varepsilon_M[\%] = \left|\frac{M(\delta) - M(\delta')}{M(\delta)}\right|\cdot 100 = \frac{71{,}26 - 63{,}2}{71{,}26}\cdot 100 = 11{,}3\%$$

Tensiunea rezultantă E_μ se calculează din triunghiul OAD folosind teorema sinusului:

$$\frac{E_\mu}{\sin \mathrm{OAD}} = \frac{\mathrm{AD}}{\sin(\delta' - \delta)} \Rightarrow E_\mu = \frac{X_\sigma I\cdot \sin(90 + \varphi)}{\sin(30{,}4 - 26{,}67)} = 248{,}4V$$

Eroarea relativă care se face considerând relaţia $E_\mu \cong U$ este dată de relaţia:

$$\varepsilon_U[\%] = \frac{E_\mu - U}{E_\mu}\cdot 100 = \frac{248{,}4 - 231}{248{,}4}\cdot 100 = 7\%$$

PROBLEMA 3.5.

Un hidrogenerator sincron are datele: S_n = 100 MVA, U_n = 10,5 kV (conexiune stea), cosφ_n = 0,8 inductiv, X_d = 1,6 Ω, X_q = 1Ω. Să se determine t.e.m. E_o indusă la mersul în gol, puterea electromagnetică P în funcţie de unghiul intern δ şi unghiul intern δ_m, după care maşina îşi pierde stabilitatea statică. Se consideră $R = 0$ şi $\delta = \delta'$.

Soluţie: Se notează cu U şi I tensiunea şi curentul de fază ale generatorului. Acestea au valorile:

$$U = \frac{U_n}{\sqrt{3}} = \frac{10{,}5}{\sqrt{3}} = 6{,}06kV,\ I = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{100\cdot 10^6}{\sqrt{3}\cdot 10{,}5\cdot 10^3} = 5500A$$

Se foloseşte diagrama de fazori din Fig. 3.10.b. În triunghiul OCJ, avem:

$$tg\delta = \frac{CJ}{OJ} = \frac{X_q I\cos\varphi}{U + X_q I\sin\varphi} = \frac{1\cdot 5500\cdot 0{,}8}{6060 + 1\cdot 5500\cdot 0{,}6} = 0{,}47 \Rightarrow \delta = 25{,}16°$$

T.e.m. E_o se determină astfel:

$$E_o = U\cos\delta + X_d I_d = U\cos\delta + X_d I\sin(\delta+\varphi) = 13{,}25kV$$

Puterea electromagnetică se determină cu relaţia:

$$P = -M\Omega = \left[\frac{3E_o U}{X_d}\sin\delta + \frac{3U^2}{2X_d X_q}\left(X_d - X_q\right)\sin 2\delta\right],$$

care, după înlocuirea valorilor cunoscute, conduce la expresia:

$$P = 150\cdot\sin\delta + 20{,}7\cdot\sin 2\delta \ \ [MW]$$

Unghiul δ_m se determină rezolvând ecuaţia trigonometrică $\partial P/\partial\delta = 0$, din care rezultă $\delta_m = 79°$ electrice.

PROBLEMA 3.6.

Un hidrogenerator sincron trifazat are datele: U_n = 12 kV (conexiune stea), X_d = 2,2 Ω, R = 0. Să se calculeze puterea reactivă absorbită de maşină de la reţeaua de putere infinită, în situaţia în care sunt nule atât curentul de excitaţie al maşinii, cât şi debitul turbinei.

Soluţie: **a.** Deoarece curentul de excitaţie este nul, t.e.m. E_o este şi ea nulă; debitul turbinei fiind nul rezultă că şi puterea electromagnetică P este nulă şi, în consecinţă, unghiul intern δ = 0. În această situaţie, maşina funcţionează în gol ca motor sincron reactiv. În situaţia E_o = 0, din diagrama de fazori din Fig. 3.10.b. se deduce că $X_q I_q = 0$ şi, prin urmare, $U = X_d I_d$ (U = tensiunea de fază). Curentul maşinii este pur longitudinal având valoarea:

$$I_d = I = \frac{U_n}{\sqrt{3}X_d} = \frac{12000}{\sqrt{3}\cdot 2{,}2} = 3150A$$

Ţinând seama că maşina este echivalentă cu reactanţa longitudinală X_d, factorul de putere este nul şi puterea reactivă absorbită de maşină de la reţea are valoarea:

$$Q = 3UI\sin\varphi = 3\cdot\frac{12000}{\sqrt{3}}\cdot 3150\cdot 1 = 65{,}5\cdot 10^6 Var = 65{,}5MVar$$

PROBLEMA 3.7.

Un turbogenerator sincron este caracterizat de S_n = 50 kVA şi U_n = 380 V (conexiune triunghi pe stator), iar tensiunea de mers în gol are valoarea E_o = 500 V. Reactanţa sincronă este X_s = 7,5 Ω, iar rezistenţa indusului este R = 1 Ω. Să se calculeze caracteristica externă a generatorului funcţionând în sarcinile rezistivă (φ = 0), pur inductivă ($\varphi = \pi/2$), pur capacitivă ($\varphi = -\pi/2$), rezistiv inductivă ($\cos\varphi$ = 0,8), în situaţia în care curentul de excitaţie al generatorului rămâne constant.

Soluţie: Curentul nominal pe fază al generatorului are valoarea:

$$I_{nf} = \frac{S_n}{3U_n} = \frac{50 \cdot 10^3}{3 \cdot 380} = 44A$$

iar impedanţa de bază este $Z_n = U_n/I_n = 380/44 = 8{,}64\ \Omega$. În Fig. 3.25, se prezintă diagramele de fazori ale generatorului funcţionând în sarcină rezistivă (Fig. 3.25.a), pur inductivă (Fig. 3.25.b) şi pur capacitivă (Fig. 3.25.c).

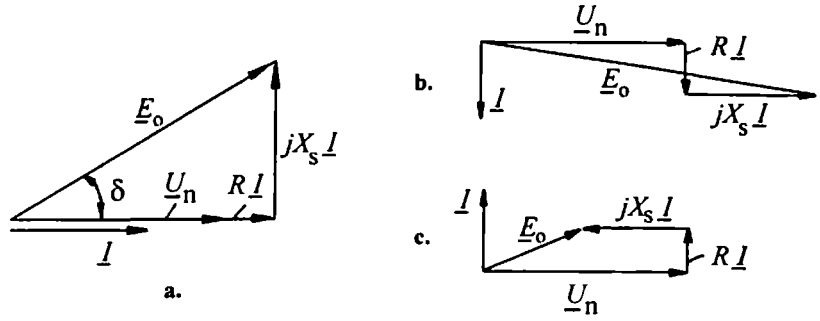


Fig. 3.25. Diagramele de fazori ale generatorului sincron cu poli înecaţi:
a - în sarcină rezistivă; **b** - în sarcină pur inductivă; **c**.- în sarcină pur capacitivă;

În sarcină rezistivă, din diagrama prezentată în Fig. 3.25.a, se deduce:

$$E_o^2 = (U + RI)^2 + (X_s I)^2 \Rightarrow U = \sqrt{E_o^2 - (X_s I)^2} - RI$$

Relaţia de mai sus se scrie în unităţi relative, aşa cum se arată în cele ce urmează:

$$\frac{U}{U_n} = \frac{1}{U_n}\left[\sqrt{E_o^2 - (X_s I)^2} - RI\right] \Rightarrow u^* = \sqrt{e_o^{*2} - \beta^2 x_s^2} - r\beta$$

$$\text{unde: } u^* = \frac{U}{U_n};\ e_o^* = \frac{E_o}{U_n};\ x_s = \frac{X_s}{Z_n};\ r = \frac{R}{Z_n};\ \beta = \frac{I}{I_n}$$

Rezistenţa raportată are valoarea $r = 1/8{,}64 = 0{,}116$ u.r., reactanţa $x_s = 7{,}5/8{,}64 = 0{,}87$ u.r., t.e.m. raportată $e_o = 500/380 = 1{,}32$. Expresia analitică a caracteristicii externe, în mărimi raportate, pentru sarcină rezistivă, este următoarea:

$$u^* = \sqrt{1{,}32^2 - 0{,}87^2 \beta^2} - 0{,}116\beta$$

Dând valori corespunzătoare factorului de încărcare β, se obţine, prin puncte, caracteristica externă ca în tabelul următor:

β	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20
u^*	1,32	1,285	1,227	1,143	1,029	0,877	0,67

Caracteristicile externe pentru sarcinile pur inductive şi pur capacitive se determină asemănător cu cazul sarcinii rezistive. Se folosesc diagramele de fazori din Fig. 3.25, obţinându-se:

În sarcină pur inductivă: $(U + X_s I)^2 + (RI)^2 = E_o^2 \Rightarrow U = \sqrt{E_o^2 - (RI)^2} - X_s I$

În sarcină pur capacitivă: $(U - X_s I)^2 + (RI)^2 = E_o^2 \Rightarrow U = \sqrt{E_o^2 - (RI)^2} + X_s I$

Expresiile analitice ale caracteristicilor externe, în mărimi raportate, sunt:

$$u^* = \sqrt{e_o^{*2} - \beta^2 r^2} - \beta x_s ; \; u^* = \sqrt{e_o^{*2} - \beta^2 r^2} + \beta x_s$$

În cazul sarcinii rezistiv - inductive se foloseşte diagrama de fazori din Fig. 3.7.b, din care se deduce:

$$(U + RI\cos\varphi + X_s I\sin\varphi)^2 + (RI\sin\varphi - X_s I\cos\varphi)^2 = E_o^2$$

În unităţi relative, caracteristica în sarcină rezistiv - inductivă se mai scrie:

$$u^* = \sqrt{e_0^{*2} - (x_s\beta\cos\varphi - r\beta\sin\varphi)^2} - r\beta\cos\varphi - x_s\beta\sin\varphi$$

Se calculează caracteristicile externe, în valori numerice, iar rezultatele sunt trecute în tabelul următor:

Felul sarcinii	β	0	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20
Sarcina pur inductivă	u*	1,32	1,146	0,971	0,796	0,620	0,445	0,269
Sarcină pur capacitivă	u*	1,32	1,494	1,667	1,840	2,013	2,185	2,357
Sarcina rez.-inductivă	u*	1,32	1,190	1,05	0,896	0,729	0,547	0,347

PROBLEMA 3.8.

Un generator sincron trifazat cu excitaţie separată are următoarele date caracteristice: S_n = 400 kVA; U_n = 400 V (conexiune stea); f_n = 50 Hz; cosφ = 0,8; pierderile din indus P_{J2} = 8 kW; pierderile mecanice şi în fier $P_m + P_{Fe}$ = 7kW; pierderile suplimentare datorate armonicilor superioare P_s = 5 kW. Să se determine: **a.** Curentul nominal (de linie) al generatorului; **b.** Puterea activă debitată de generator în regimul nominal şi randamentul nominal; **c.** Puterea reactivă schimbată cu reţeaua la sarcina nominală: **d.** Curentul în cazul excitaţiei optime ($I_e = I_e^*$) şi randamentul generatorului în acest caz, considerând că singurele pierderi care se diminuează sunt P_{J2}, restul de pierderi rămânând constante.

Soluţie: **a.** Curentul nominal este valoarea de linie a acestuia (egală cu valoarea de fază, în cazul conexiunii stea) şi este dat de relaţia:

$$I_n = \frac{S_n}{\sqrt{3}U_n} = \frac{400\cdot 10^3}{\sqrt{3}\cdot 400} = 577A$$

b. Puterea nominală debitată de generator este $P_n = S_n\cos\varphi$ = 400 ·0,8 = 320 kW, iar randamentul nominal se deduce cu relaţia:

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + \Sigma P} = \frac{P_n}{P_n + P_{J2} + P_m + P_{Fe} + P_s} = \frac{320}{320 + 8 + 7 + 5} = 0{,}94$$

c. Puterea reactivă debitată de generator este $Q_n = S_n \sin\varphi = 400 \cdot 0{,}6 = 240$ kVar

d. În cazul $I_e = I_e^*$, curentul debitat de generator I_{min}, se determină din conservarea puterii active nominale P_n:

$$P_n = \sqrt{3} U_n I_n \cos\varphi = \sqrt{3} U_n I_{min} \cos\varphi_{opt} \Rightarrow I_{min} = \frac{I_n \cos\varphi}{\cos\varphi_{opt}} = \frac{577 \cdot 0{,}8}{1} = 461{,}5A$$

Pierderile Joule în indus, la curentul minim, se determină astfel:

$$P'_{J2} = P_{J2}(I_{min} / I)^2 = P_{J2} \cdot \cos^2\varphi = 8 \cdot 0{,}68 = 5{,}12kW$$

iar randamentul în noul regim devine:

$$\eta_n = \frac{P_n}{P_n + \Sigma P'} = \frac{P_n}{P_n + P'_{J2} + P_m + P_{Fe} + P_s} = \frac{320}{320 + 5{,}12 + 7 + 5} = 0{,}949$$

PROBLEMA 3.9.

O maşină sincronă trifazată, cuplată la o reţea de putere infinită, funcţionează la putere activă constantă. Crescând curentul de excitaţie, creşte curentul schimbat de maşină cu reţeaua. Se întreabă: **a** - maşina primeşte sau dă putere reactivă în reţea?; **b** - maşina se comportă ca o sarcină rezistiv - inductivă sau rezistiv - capacitivă?; **c** - cum este ca valoare, factorul de putere faţă de situaţia iniţială?.

Soluţie: **a** - Din Fig. 3.16. se constată că, dacă curentul de excitaţie creşte, iar curentul debitat în reţea creşte, înseamnă că ne situăm pe curba în V situată în regim supraexcitat. Prin urmare, maşina dă putere reactivă în reţea. **b** - Deoarece maşina injectează putere reactivă în reţea, se comportă ca o sarcină rezistiv - capacitivă. **c** - În raport cu situaţia iniţială, factorul de putere al maşinii este mai mic.

PROBLEMA 3.10.

Un turboalternator trifazat cu conexiune stea pe stator are datele: $S_n = 50$ MVA, $U_n = 10{,}5$ kV, $\cos\varphi = 0{,}9$ ind., $x_s = 1{,}4$ u.r, $I_e = $ const. şi este cuplat la o reţea de putere infinită. **a.** Să se determine limita până la care poate scădea lent tensiunea reţelei fără ca maşina să iasă din sincronism ($P = $ const.) şi să se calculeze curentul debitat de maşină în acest caz. **b.** Presupunând că maşina funcţionează în regim nominal şi are capacitatea de suprasarcină $k_m = M_m/M_n = 2$, să se determine saltul maxim de cuplu de la ax pe care-l poate suporta brusc maşina (peste cuplul nominal), astfel încât să nu iasă din sincronism fără forţarea excitaţiei.

Soluţie: **a.** Neglijând pierderile în fier şi în înfăşurarea statorului, putem scrie că puterea electromagnetică a maşinii este egală cu puterea activă debitată la borne:

$$P = S_n \cos\varphi = 50 \cdot 10^6 \cdot 0{,}9 = 45 \cdot 10^6 W$$

Curentul nominal al maşinii este:

$$I_n = I_{nf} = \frac{S_n}{\sqrt{3} U_n} = \frac{50 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 10500} = 2750A$$

iar tensiunea nominală pe fază are valoarea: $U_{nf} = U_n / \sqrt{3} = 6{,}06\,kV$. Impedanța nominală pe fază este $Z_n = U_{nf} / I_{nf} = 2{,}2\Omega$, iar reactanța sincronă în [Ω] va avea valoarea $X_s = x_s \cdot Z_n = 1{,}4 \cdot 2{,}2 = 3{,}08\ \Omega$.

Din diagrama de fazori prezentată în Fig. 3.7.c putem scrie, pentru punctul nominal, relația:

$$E_o = \sqrt{(U_{nf}\cos\varphi)^2 + (U_{nf}\sin\varphi + X_s I_{nf})^2} = 12.400 \quad V$$

Din egalitatea puterilor electromagnetică și absorbită în regimul nominal, obținem:

$$S_n \cos\varphi = \frac{3E_o U_{nf}}{X_s}\sin\delta_n \Rightarrow \delta_n = 38°$$

Mașina iese din sincronism pentru δ = 90°, care, la P = const. și I_e = const., se produce numai prin scăderea tensiunii la U_{min};

$$P = \frac{3U_{nf}E_o}{X_s}\cdot\sin\delta_n = \frac{3U_{\min}E_o}{X_s}\cdot\sin 90° \Rightarrow U_{\min} = U_{fn}\sin\delta_n = 3730\ V$$

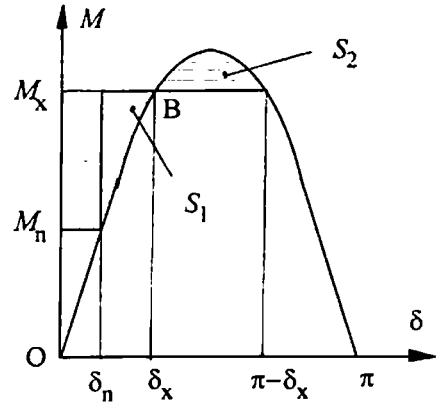


Fig. 3.26. Încărcarea bruscă a mașinii peste sarcina nominală.

Deci, tensiunea minimă de linie este $(U_{\min})_l = U_{\min}\sqrt{3} = 3730 \cdot \sqrt{3} = 6450V$, iar curentul debitat de mașină în acest caz va fi:

$$I = \frac{S_n}{\sqrt{3}(U_{\min})_l} = \frac{50 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 6450} = 4460A$$

b. Presupunem că mașina funcționează la S_n, U_n, $\cos\varphi_n$. Cuplul (M_x - M_n), care reprezintă saltul de cuplu cerut, se determină din condiția ca ariile S_1 și S_2 din Fig. 3.26 să fie egale, adică:

$$\int_{\delta_n}^{\delta_x}(M_x - M)d\delta = \int_{\delta_x}^{\pi-\delta_x}(M - M_x)d\delta$$

în care $M = M_m \sin\delta = k_m M_n \sin\delta$ este cuplul electromagnetic variabil al maşinii. După integrarea relaţiei de mai sus, găsim:

$$M_x(\delta_x - \delta_n) + k_m M_n(\cos\delta_x - \cos\delta_n) = k_m M_n(\cos\delta_x + \cos\delta_x) - M_x(\pi - 2\delta_x)$$

În continuare, punem $M_x = M_m \sin\delta_x = k_m M_n \sin\delta_x$ şi ecuaţia anterioară devine:

$$(\sin\delta_x)(\delta_x + \delta_n - \pi) + \cos\delta_x + \cos\delta_n = 0$$

care, rezolvată prin încercări, conduce la soluţia $\delta_x = \arcsin 0{,}78$. Cuplul M_x are expresia $M_x = M_m \sin\delta_x = 0{,}78 \cdot 2 \cdot M_n = 1{,}56 M_n$.

Prin urmare, saltul maxim de cuplu permis este $\Delta M = M_x - M_n = 0{,}56 M_n$. Deci, de la regimul nominal maşina se poate încărca lent la $2M_n$ şi brusc numai până la $1{,}56\ M_n$.

PROBLEMA 3.11.

Un motor sincron cu poli înecaţi şi caracteristică de magnetizare liniară, care funcţionează în sarcină, are un factor de suprasarcină $k_m = P_{max}/P = 1{,}5$ şi un curent de excitaţie $I_e = 1{,}4 I_{eon}$. Neglijând rezistenţa statorului, să se determine factorul de putere la care funcţionează motorul.

Soluţie: Diagrama de fazori, pentru cazul motorului supraexcitat, este prezentată în Fig. 3.27. Din această diagramă se deduce relaţia:

$$OC = U_n \cos(\pi - \varphi) = E_o \cos(\pi - \varphi + \delta) \Rightarrow -U_n \cos\varphi = -E_o \cos(\varphi - \delta)$$

Maşina fiind considerată liniară, t.e.m. E_o este proporţională cu curentul de excitaţie şi putem scrie:

$$E_o = kI_e = k \cdot 1{,}4 I_{eon}, \text{ dar } U_n = kI_{eon} \Rightarrow E_o = 1{,}4 U_n$$

astfel încât relaţia anterioară devine:

$$\cos\varphi = 1{,}4(\cos\varphi\cos\delta + \sin\varphi\sin\delta) \Rightarrow tg\varphi = \frac{1 - 1{,}4\cos\delta}{1{,}4\sin\delta}$$

Din relaţia $P = P_{max}\sin\delta$, se deduce $\sin\delta = P/P_{max} = 0{,}666$ şi deci, $\cos\delta = 0{,}745$.

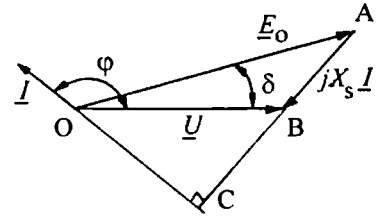


Fig. 3.27. Diagrama de fazori a motorului sincron supraexcitat, cu poli înecaţi.

Se determină $tg\varphi = -0{,}0465$, care conduce la valoarea defazajului $\varphi = 177{,}15°$. Factorul de putere (capacitiv) al motorului are valoarea $|\cos\varphi| = 0{,}998$.

PROBLEMA 3.12.

Un motor sincron trifazat cu poli aparenţi are puterea nominală $P_n = 10$ MW, tensiunea nominală $U_n = 6000$ V (conexiune stea pe stator), factorul de putere nominal

$|\cos\varphi| = 1$, randamentul nominal $\eta_n = 0{,}98$, iar reactanţele sincrone $X_d = 4\Omega$ şi $X_q = 3\Omega$. Să se calculeze capacitatea de suprasarcină a motorului ($k_m = P_{max}/P_n$).

Soluţie: Curentul nominal absorbit de motor de la reţea are valoarea:

$$I_n = \frac{P_n}{\sqrt{3}U_n\eta_n|\cos\varphi_n|} = \frac{10\cdot10^6}{\sqrt{3}\cdot6000\cdot0{,}98\cdot1} = 980A$$

Tensiunea nominală pe fază este $U_{nf} = 6000/\sqrt{3} = 3470$ V. Puterea electromagnetică maximă este dată de expresia:

$$P_m = \frac{3E_oU_{nf}}{X_d}\sin\delta_m + \frac{3U_{nf}^2}{2}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\sin 2\delta_m$$

Diagrama de fazori a motorului este prezentată în Fig. 3.28, în care $\varphi = \pi$. Din această diagramă de fazori, rezultă sistemul:

$$U_{nf}\sin\delta = X_qI_q;\ E_o = U_{nf}\cos\delta + X_dI_d;\ \text{cu}\ I_d = I_n\sin\varepsilon = I_n\sin\delta;\ I_q = I_n\cos\delta$$

Rezultă $\text{tg}\delta = X_qI_n/U_{nf} = 0{,}85$ şi $\delta = 40{,}3^o$. Rezultă t.e.m. $E_o = 5150$ V. Derivând relaţia puterii P_m, în raport cu unghiul δ_m şi rezolvând ecuaţia obţinută, se obţine ecuaţia:

$\cos^2\delta_m + 2{,}24\cos\delta_m - 0{,}5 = 0$, cu soluţia valabilă: $\cos\delta_m = 0{,}232 \Rightarrow \delta_m = 71°$.

Cu această valoare a unghiului intern, puterea electromagnetică maximă se calculează $P_m = 13{,}54$ MW. Rezultă $k_m = P_m/P_n = 1{,}354$.

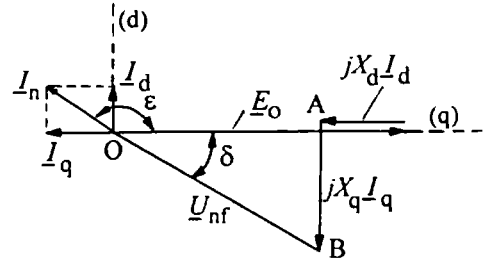


Fig. 3.28. Diagrama de fazori a motorului sincron supraexcitat, cu poli aparenţi.

PROBLEMA 3.13.

Un motor sincron cu poli înecaţi, având puterea nominală $P_n = 200$ kW şi factorul de suprasarcină $k_m = P_m/P_n = 2$, funcţionează în gol. Să se determine puterea maximă cu care poate fi încărcat brusc motorul, fără ca acesta să iasă din sincronism, în ipoteza că se neglijează influenţa circuitului de amortizare.

Soluţie: În Fig. 3.29, se reprezintă variaţia puterii electromagnetice în funcţie de unghiul intern şi încărcarea bruscă a motorului din gol în sarcina P_x. Puterea maximă a motorului este $P_m = k_mP_n = 2\cdot200 = 400$ kW.

Condiţia ca, la încărcarea bruscă cu puterea P_x, căreia îi corespunde unghiul intern δ_x, maşina să nu iasă din sincronism, este ca cele două arii haşurate în Fig. 3.29 să fie egale, adică să avem:

$$\int_0^{\delta_x}(P_x - P_m \sin\delta)d\delta = \int_{\delta_x}^{\pi-\delta_x}(P_m \sin\delta - P_x)d\delta$$

După efectuarea integralelor, rezultă:

$$P_x(\pi - \delta_x) = P_m(1 + \cos\delta_x), \text{ unde } P_x = P_m \sin\delta_x$$

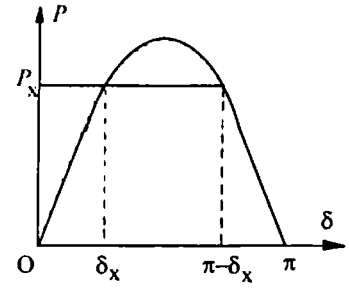


Fig. 3.29. Referitoare la încărcarea bruscă a motorului sincron.

Rezolvând prin încercări ecuaţia de mai sus, se obţine soluţia $\delta_x = 46^o$. Puterea maximă cu care poate fi încărcat brusc motorul sincron, fără să iasă din sincronism, este: $P_x = P_{max} \cdot \sin\delta_x = 400 \cdot \sin 46^o = 288$ kW.

PROBLEMA 3.14.

Într-o fabrică, receptoarele de putere electrică absorb de la reţea o putere activă medie $P_m = 900$ kW, factorul mediu de putere fiind $\cos\varphi_m = 0{,}65$. Se instalează un motor sincron având o putere $P = 45$ kW, care să contribuie totodată la îmbunătăţirea factorului de putere al fabricii prin majorarea acestuia la valoarea $\cos\varphi = 0{,}75$. Să se determine puterea aparentă nominală a motorului sincron pentru a realiza creşterea factorului de putere la valoarea propusă.

Soluţie:Puterea reactivă pe care o absorb receptoarele instalate din reţea este:

$$Q_m = \sqrt{3}U_m I_m \sin\varphi_m = \frac{P_m}{\cos\varphi_m}\sin\varphi_m = P_m tg\varphi_m = 900 \cdot \frac{\sqrt{1-0{,}65^2}}{0{,}65} = 1050 kVar$$

După introducerea motorului sincron, puterea reactivă luată din reţea trebuie să se reducă la valoarea:

$$Q_1 = P_1 tg\varphi = (P_m + P) \cdot \frac{\sqrt{1-\cos^2\varphi}}{\cos\varphi} = (900+45) \cdot \frac{\sqrt{1-0{,}75^2}}{0{,}75} = 834 kVar$$

Deci, în funcţionare, motorul sincron trebuie să debiteze în reţea o putere reactivă $Q = Q_m - Q_1 = 1050 - 834 = 216 kVar$, fiind deci supraexcitat. Rezultă că în condiţiile date, motorul sincron trebuie să aibă o putere aparentă $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 220{,}6\ kVar$.

PROBLEMA 3.15.

Un motor sincron trifazat cu poli aparenţi are raportul $X_d/X_q = 3$ şi $E_o/U = 1{,}5$ (E_o = t.e.m. la mersul în gol, U = tensiunea la borne în sarcină nominală). Să se

determine raportul dintre cuplul datorat excitației M' și cel de anizotropie de formă M'' (pe care-l are motorul în lipsa excitației) pentru unghiul intern $\delta = 30°$. Să se determine și unghiul critic δ_m, corespunzător cuplului maxim.

Soluție: Ținem seama de relația cuplului electromagnetic al mașinii sincrone cu poli aparenți, în care sunt explicitate expresiile cuplurilor M' și M'' și găsim:

$$k = \frac{M'}{M''} = \frac{\frac{3E_oU}{X_d\Omega}\sin\delta}{\frac{3U^2}{2\Omega}\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\sin 2\delta} = \frac{E_o}{U}\cdot\frac{1}{\cos\delta\left(\frac{X_d}{X_q}-1\right)} = 0{,}866$$

Înlocuind cu datele problemei, rezultă $k = 0{,}866$, ceea ce înseamnă că cuplul reactiv este destul de mare. Pentru determinarea unghiului critic, se rezolvă ecuația $\partial M/\partial\delta = 0$, care conduce la soluția:

$$\frac{3E_oU}{X_d\Omega}\cos\delta_m + \frac{3U^2}{\Omega}\left(\frac{1}{X_q}-\frac{1}{X_d}\right)\cos 2\delta_m, \Rightarrow \cos\delta_m = \frac{-\lambda+\sqrt{\lambda^2+8}}{4}, \text{ cu } \lambda = \frac{E_0}{U}\cdot\frac{1}{\frac{X_d}{X_q}-1}$$

Înlocuind cu datele problemei, rezultă $\lambda = 0{,}75$; $\cos\delta_m = 0{,}544$ și $\delta_m = 57°$.

CAPITOLUL 4

MAŞINA DE CURENT CONTINUU

Maşina de curent continuu are mărimile exterioare (tensiunea şi curentul) continue, iar cele interioare (rotorice) alternative, principiul ei de funcţionare bazându-se, ca şi la celelalte maşini electrice, pe legea inducţiei electromagnetice.

Piesa cu rol de redresor mecanic, la generatorul de c.c., şi de invertor mecanic, la motorul de c.c., este colectorul maşinii, care se plasează între înfăşurarea rotorică şi exterior, periile fiind elementul de legătură.

4.1. ELEMENTE CONSTRUCTIVE ALE MAŞINII DE C. C.

Ca orice maşină rotativă, maşina de curent continuu este formată din două părţi: o parte fixă numită *stator* şi o parte mobilă numită *rotor*. Din punct de vedere electromagnetic, cel mai adesea, statorul este *inductorul*, iar rotorul este *indusul*.

Statorul maşinii este format dintr-o *carcasă* din oţel masiv (cu rol şi de jug statoric, pentru închiderea fluxului magnetic constant în timp) şi este echipat cu $2p$ *poli principali* (sau de excitaţie) şi $2p$ *poli auxiliari* (sau de comutaţie). Pe carcasă, se fixează *tălpile carcasei*, cu dimensiuni normalizate pentru fixare, *cutia de borne, plăcuţa indicatoare* şi altele. Pe părţile laterale ale statorului, se fixează *scuturile laterale*, cu ajutorul cărora se centrează, pe axul maşinii, subansamblul rotor.

Pe partea interioară a statorului (carcasei), se fixează polii principali alcătuiţi din tole, poli pe care se găsesc *înfăşurările de excitaţie*, confecţionate din bobine concentrate cu conductoare din cupru, rotunde sau profilate. Înfăşurările de excitaţie, parcurse de curentul continuu de excitaţie I_e (constant în timp) se înseriază astfel încât polii magnetici să alterneze ca polaritate, la periferia statorului. Între polii principali, se aşează polii auxiliari, care au rolul de a anihila câmpul magnetic de reacţie a indusului din zona interpolară, adică, în final, de a reduce scânteile la colector. *Înfăşurările polilor auxiliari* sunt parcurse de curentul principal al maşinii.

Rotorul este format din *arbore*, *armătura feromagnetică rotorică*, alcătuită din tole crestate la exterior, *înfăşurarea rotorică* situată în crestăturile rotorice şi închisă prin intermediul unei piese speciale numite *colector*. Colectorul este format din lamele conductoare din cupru (la care se leagă capetele bobinelor rotorice), lamele dispuse în coroană cilindrică şi separate de lamele izolante din mică. Pe colector, se găsesc *periile* maşinii, în număr par, egal cu numărul de poli ai maşinii, perii confecţionate din grafit, prin intermediul cărora se alimentează înfăşurarea rotorică.

4.2. UTILIZARE, SEMNE CONVENŢIONALE, DATE NOMINALE

4.2.1. DOMENII DE UTILIZARE

Motoarele de curent continuu se folosesc în diverse sisteme de acţionare electrică de turaţie variabilă în limite largi şi cupluri mari de pornire, cum ar fi: laminoarele, maşinile - unelte, troleibuzele, tramvaicle, locomotivele electrice şi diesel - electrice,

precum şi ca servomotoare de c.c. utilizate în cele mai diverse domenii de activitate, inclusiv în acţionarea jucăriilor alimentate de la baterii.

Generatoarele de curent continuu se utilizează în serviciile interne ale centralelor electrice, ca generatoare de sudare, la grupurile Ward - Leonard, ca surse de energie electrică pe locomotivele electrice sau pe unele nave. În ultimul timp, generatoarele de c.c. se înlocuiesc cu sistemele de redresare, alimentate de la reţeaua de c.a.

4.2.2. SEMNE CONVENŢIONALE

În schemele electrice, maşina de curent continuu este reprezentată ca în Fig. 4.1. Marcarea bornelor înfăşurărilor maşinii de c.c. se face conform STAS - 3539, aşa cum se arată în Fig. 4.1.

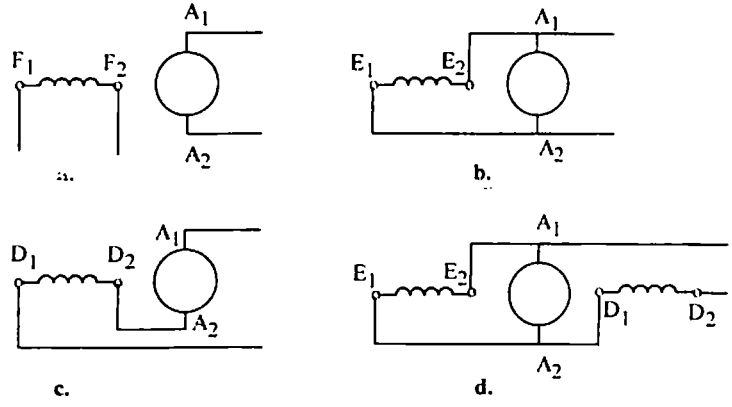


Fig. 4.1. Semne convenţionale pentru maşina de c.c.: **a** - cu excitaţie independentă; **b** - cu excitaţie derivaţie; **c** - cu excitaţie serie; **d.** - cu excitaţie mixtă.

De regulă, toate maşinile cu puteri peste 1 kW sunt prevăzute cu poli auxiliari.

4.2.3. DATE NOMINALE

Datele nominale ale maşinii de c.c. sunt trecute pe plăcuţa indicatoare a acesteia. Principalele date nominale ale maşinii de curent continuu sunt următoarele:

- *Puterea nominală* P_n, măsurată în W sau în kW, este puterea utilă a maşinii (puterea $U_n I_n$, la bornele rotorice, pentru generatoare şi respectiv, puterea $M_n \Omega_n$ la ax, pentru motoare), care este puterea maximă pe care o debitează maşina în regimul de lungă durată, în serviciul de funcţionare considerat, astfel încât temperatura să nu depăşească în nici un punct al maşinii, valoarea corespunzătoare clasei sale de izolaţie.
- *Tensiunea nominală* U_n, măsurată în V, este tensiunea aleasă de proiectant şi corespunde tensiunii la bornele înfăşurării induse (la perii).
- *Curentul nominal* I_n, măsurat în A, este valoarea curentului schimbat de maşină pe la bornele indusului, când debitează puterea nominală, iar tensiunea la borne are valoarea nominală.
- *Turaţia nominală* n_n, măsurată în rot/min, este turaţia pe care o are maşina când este alimentată la tensiunea nominală şi debitează puterea nominală la arbore, în

regim de motor, sau este turația cu care este antrenat axul, în regim de generator, pentru punctul nominal de funcționare.

- *Tensiunea nominală de excitație* U_{en}, se definește numai pentru mașinile cu excitație independentă sau derivație. Aceasta poate fi egală cu tensiunea nominală a mașinii (adesea, în asemenea situații, nu se mai indică pe plăcuța indicatoare) sau poate fi mai mică, în care caz se înscrie pe plăcuța indicatoare.

4.3. PRINCIPIUL DE FUNCȚIONARE AL GENERATORULUI DE C. C. ȘI AL MOTORULUI DE C.C.

Se va prezenta principiul de funcționare al generatorului de c.c. pe cel mai simplu tip de generator, a cărui schiță este prezentată în Fig. 4.2. Generatorul are 2 poli ($p = 1$), iar înfășurarea rotorului este formată dintr-o singură spiră, antrenată din exterior cu o viteză unghiulară constantă Ω.

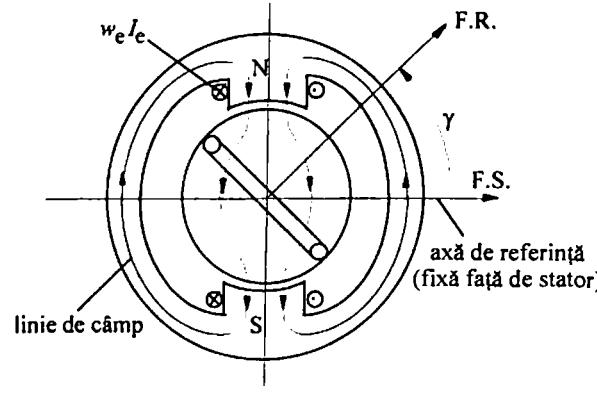


Fig. 4.2. Schița unei mașini bipolare de c.c.

Câmpul magnetic de excitație (inductor) B_o este creat de cele două înfășurări de excitație, așezate pe cei doi poli ai mașinii, având fiecare solenația $w_e I_e$. În cazul mașinii cu magneți permanenți, câmpul magnetic de excitație este creat de doi magneți permanenți. Câmpul magnetic de excitație este constant sub talpa polară, pozitiv sub polul nord și negativ sub polul sud. În axa interpolară, numită și *axă neutră geometrică*, câmpul magnetic de excitație este nul.

Conform celor spuse mai sus, repartiția spațială a câmpului magnetic de excitație arată ca în Fig. 4.3, din care se deduce că aceasta este alternativă simetrică, verificând relația $B_o(\gamma) = -B_o(\gamma + \pi)$. Unghiul γ este unghiul electric dintre axa de referință FS și axa spirei rotorice (axa FR), fiind dat de relația:

$$\gamma = p\Omega t + \gamma_o \tag{4.1}$$

în care p este numărul de perechi de poli ai mașinii, iar γ_0 reprezintă defazajul inițial al spirei rotorice.

Tensiunea electromotoare indusă în spira rotorică este egală cu suma celor două tensiuni induse în laturile active ale spirei, situate în crestăturile rotorice, având expresia:

$$e = \bar{l}_i \cdot (\bar{v} \times \bar{B}_o) \Rightarrow e(t) = 2B_o(\gamma) l_i v = 2B_o(p\Omega t + \gamma_o) l_i v \tag{4.2}$$

în care v este viteza periferică (tangențială) a spirei și l_i este lungimea părții active a spirei, așezată în crestătură (lungimea ideală). Prin urmare, variația câmpului magnetic în spațiu $B_0(\gamma)$ reprezintă, la altă scară, variația în timp a tensiunii induse în spiră $e(t)$, variație care este reprezentată în Fig. 4.4.

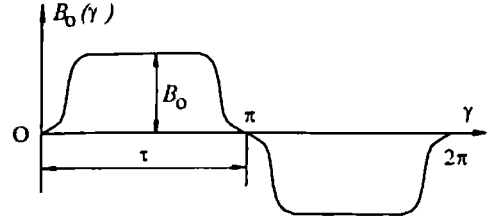


Fig. 4.3. Câmpul magnetic de excitație la mașina de curent continuu.

Tensiunea electromotoare $e(t)$ indusă în spiră poate fi culeasă la două inele colectoare pe care calcă două perii (contact alunecător, asemănător mașinii sincrone cu inele sau mașinii asincrone cu rotorul bobinat) și această tensiune este alternativă.

Generatorul reprezentat în Fig. 4.2 este un generator de curent alternativ (dacă este prevăzut cu două inele și două perii). Pentru a face generatorul din Fig. 4.2 de curent continuu, se prevede spira cu un element special numit colector, format din două semiinele solidare cu spira, cum se arată în Fig. 4.5.

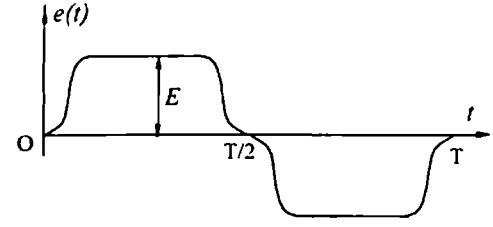


Fig. 4.4. Tensiunea electromotoare indusă în spira rotorică.

Extremitățile spirei sunt conectate la cele două semiinele (colector cu două lamele). Pe cele două semiinele freacă două perii P_1 și P_2, fixe față de stator, *așezate în axa neutră a mașinii*, deoarece cele două perii scurtcircuitează spira în momentul când laturile spirei se găsesc în zona de câmp magnetic nul (în axa neutră a mașinii).

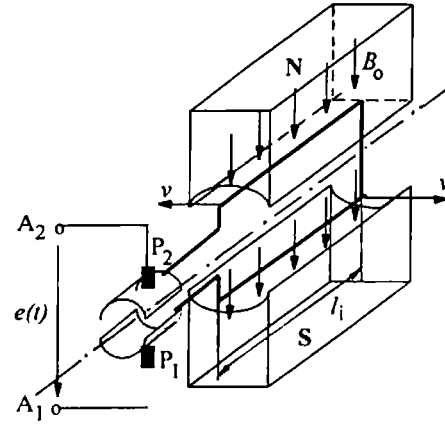


Fig. 4.5. Schema celui mai simplu generator de c.c.

Tensiunea electromotoare *e(t)* culeasă la periile maşinii este redresată mecanic de colectorul format de cele două semiinele din Fig. 4.5, deoarece, în momentul în care o latură de spiră trece de sub polul nord sub polul sud, t.e.m indusă în spiră schimbă de semn, dar, în acelaşi timp, se schimbă şi semiinelele sub perii şi, prin urmare, se schimbă şi sensul de parcurs de-a lungul spirei, astfel încât, la bornele maşinii, t.e.m. apare tot pozitivă.

Tensiunea la bornele A_1 şi A_2 este redresată mecanic cu ajutorul colectorului şi variaţia în timp a acestei tensiuni se prezintă în Fig. 4.6.

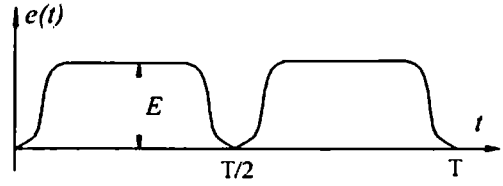


Fig. 4.6. Tensiunea electromotoare la bornele A_1 şi A_2 ale maşinii din Fig. 4.5.

În realitate, maşina de c.c. nu are o singură spiră în rotor, ci mai multe, aşezate uniform în crestăturile rotorice, iar colectorul nu are numai două lamele, ci mai multe. Tensiunea la bornele maşinii are atâtea pulsaţii câte lamele de colector are maşina (Fig. 4.7). Asupra înfăşurărilor de curent continuu vom mai reveni pentru a le clasifica şi a explica modul de legare a capetelor spirelor rotorice la lamelele colectorului.

Prin urmare, *o maşină de curent continuu se compune dintr-o maşină sincronă* (de construcţie inversată) *şi un redresor mecanic, numit colector*, format din lamele conductoare şi lamele izolante.

Fig. 4.7. T.e.m. la bornele unui generator de c.c. cu un colector având 12 lamele.

Deoarece înfăşurarea rotorică are inductivitate, pulsaţiile din Fig. 4.7 sunt micşorate, iar tensiunea *e(t)* este aproximativ constantă în timp, rezultând un generator de c.c. Dacă între periile maşinii se conectează o sarcină oarecare de c.c. (rezistenţă sau bobină), prin aceasta va circula un curent continuu şi se va produce o putere electrică activă de c.c. Aşadar, puterea mecanică primită de generator pe la arbore este transformată, prin intermediul câmpului magnetic de excitaţie, în putere electrică debitată de generator pe la borne, spre sarcină.

În regim de motor electric de c.c., maşina este excitată, spre a produce câmp magnetic de excitaţie, ca şi în regim de generator, iar înfăşurarea rotorică (spira, în cel mai simplu caz), este alimentată din exterior cu o tensiune continuă, inversată în tensiune alternativă de colector, rezultând în înfăşurarea rotorică un curent alternativ. Din interacţiunea curentului prin înfăşurarea rotorică şi câmpul magnetic de excitaţie, rezultă o forţă electromagnetică, dată de relaţia:

$$\overline{F} = i(\overline{l_i} \times \overline{B}_o) \qquad (4.3)$$

care acționează, în același sens, asupra tuturor laturilor spirelor înfășurării rotorice, dând un cuplu electromagnetic M, care pune rotorul în mișcare. Rezultă că puterea electrică primită de mașină pe la bornele înfășurării rotorice se transformă, prin intermediul câmpului magnetic de excitație, în putere mecanică furnizată de mașină pe la arbore, rezultând un motor electric.

Concluzii

1. În regim de generator electric, curentul prin indus are semnul t.e.m. induse, iar cuplul electromagnetic este rezistent, adică se opune cuplului activ de la arbore (regula lui Lenz).

2. În regim de motor electric, cuplul electromagnetic este activ, învingând cuplul rezistent de la arbore, iar t.e.m. indusă în înfășurarea rotorică (numită *tensiune contraelectromotoare*) este de semn opus tensiunii de alimentare a înfășurării rotorice (regula lui Lenz).

Cele două concluzii de mai sus sunt valabile pentru orice tip de mașină electrică.

4.4. ELEMENTE GENERALE PRIVIND INFĂȘURĂRILE DE C.C.

Înfășurările de c.c. sunt închise, fără borne de început și de sfârșit. Accesul la înfășurare se face prin intermediul periilor și al colectorului, la ale cărui lamele se conectează spirele înfășurării. Elementele de bază ale înfășurării sunt *secția* și *calea de curent*.

Secția, care are w_S spire, reprezintă o bobină așezată în crestăturile rotorice ale cărei capete se leagă la două lamele vecine de colector (sau distanțate cu un pas polar). O secție are două laturi de bobină; una așezată în stratul superior al crestăturii rotorice și cealaltă așezată în stratul inferior.

Calea de curent reprezintă porțiunea de înfășurare pe care o parcurgem, când ne deplasăm pe înfășurare între două perii consecutive de semn contrar. T.e.m. induse în secțiile unei căi de curent au același semn și din însumarea lor rezultă t.e.m. totală pe calea de curent, egală cu t.e.m. la bornele mașinii. Numărul $2a$, de căi de curent în paralel ale unei înfășurări de c.c. depinde de tipul înfășurării.

Numărul de perii la o mașină de c.c. este întotdeauna egal cu numărul de poli ai acesteia și sunt așezate echidistant pe colector, periile de semn plus alternând cu periile de semn minus. Periile plus se leagă între ele și formează borna plus a mașinii și, la fel, periile minus se leagă între ele, formând borna minus. Totdeauna, periile se așează pe colector în axa neutră a mașinii, adică orice perie scurtcircuitează o secție în momentul în care aceasta se găsește cu laturile în zona câmpului magnetic nul (sau aproape nul).

Înfășurările rotorice ale mașinilor electrice de c.c. se construiesc în două variante: *înfășurări buclate* și *înfășurări ondulate*.

Înfășurarea buclată constă dintr-o serie de secții identice, fiecare secție având capetele leagate la două lamele vecine de colector. Secția are forma unei bucle, de unde provine și denumirea de înfășurare buclată. Înserierea secțiilor se face prin intermediul colectorului astfel: sfârșitul unei secții se leagă cu începutul secției următoare și, în același timp, se leagă și la câte o lamelă de colector.

În Fig. 4.8.a, se prezintă două secții succesive ale unei înfășurări buclate. Înfășurarea se execută din K secții (K este egal și cu numărul de lamele la colector),

aşezate una lângă alta, spre a umple cele Z crestături ale maşinii. Deoarece o secţie are două laturi de bobină şi într-o crestătură se găsesc două laturi de secţie, rezultă că numărul de crestături este egal şi el tot cu K.

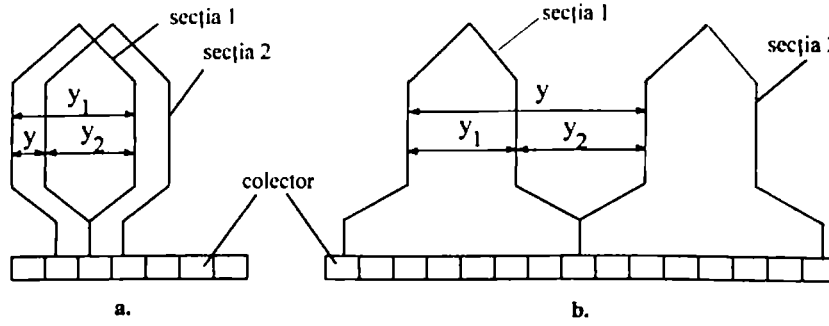


Fig. 4.8. Două secţii succesive ale unei înfăşurări simple de curent continuu:
a - înfăşurare buclată; **b** - înfăşurare ondulată.

Înfăşurarea ondulată are capetele legate la două lamele de colector distanţate aproximativ cu dublul unui pas polar 2τ. Şi în cazul înfăşurării ondulate, sfârşitul unei secţii se leagă în serie cu începutul secţiei următoare, în acelaşi timp realizându-se şi o legătură la o lamelă de colector. Urmărind diferitele secţii, se constată că acestea descriu o serie de unde la periferia rotorului, de aici rezultând denumirea de înfăşurare ondulată. În Fig. 4.8.b, se prezintă două secţii succesive ale unei înfăşurări ondulate de c.c.

Numărul de căi de curent în paralel al unei înfăşurări de c.c. se notează cu $2a$, şi are următoarele valori:

$$2a = \begin{cases} 2p - \text{pentru înfăşurări buclate} \\ 2 \text{ - pentru înfăşurări ondulate} \end{cases} \qquad (4.4)$$

În reprezentarea desfăşurată a unei înfăşurări sau pentru proiectarea acesteia, se definesc paşii înfăşurării.

Primul pas (pasul în spate, sau deschiderea secţiei) notat cu y_1, reprezintă distanţa la periferia rotorului, măsurată în crestături, între latura de ducere şi cea de întoarcere a unei secţii. Primul pas este întotdeauna pozitiv.

Al doilea pas (pasul în faţă) notat cu y_2, reprezintă distanţa, măsurată în crestături, între latura de întoarcere a unei secţii şi latura de ducere a secţiei următoare. Pentru înfăşurarea buclată, al doilea pas este negativ (deoarece are sens opus primului pas), iar pentru înfăşurarea ondulată este pozitiv.

Pasul rezultant, y este egal cu suma algebrică a celor doi paşi definiţi anterior:

$$y = y_1 + y_2 = \text{număr întreg} \qquad (4.5)$$

În Fig. 4.9. se prezintă schema desfăşurată a unei înfăşurări buclate, pentru o maşină având $Z = 16$ crestături rotorice şi $2p = 4$ poli (maşină tetrapolară). Primul pas este diametral având valoarea: $y_1 = \tau = Z/2p = 16/4 = 4$ crestături. Înfăşurarea are două straturi, stratul superior este figurat cu linie groasă, iar cel inferior cu linie subţire.

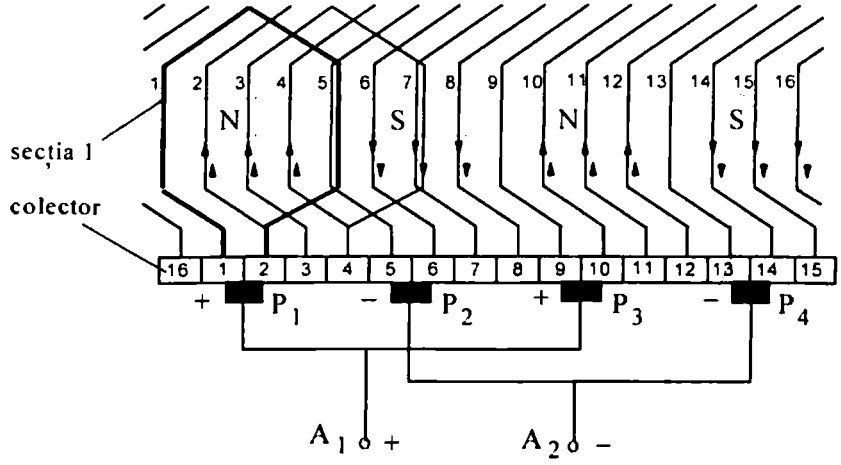


Fig. 4.9. Schema desfășurată a unei înfășurări buclate simple de c.c.

4.5. TENSIUNEA ELECTROMOTOARE A MAȘINII DE C. C.

Tensiunea electromotoare a mașinii de curent continuu este egală cu tensiunea indusă într-o cale de curent a acesteia și se poate măsura, la funcționarea în gol, între periile mașinii. T.e.m. indusă într-o cale de curent, la mersul în gol, este egală cu suma tensiunilor induse în toate secțiile înseriate ale acelei căi de curent:

$$E_o = \sum_{i=1}^{m} (e_{secție})_i = \sum_{i=1}^{m} 2l_i w_s B_{oi}(x) v \qquad (4.6)$$

în care m reprezintă numărul de secții pe calea de curent, w_s este numărul de spire pe secție, $B_{oi}(x)$ este inducția magnetică din dreptul secției i, măsurată la distanța x de perie (Fig. 4.10.a), iar v este viteza tangențială a rotorului.

În Fig. 4.10.a, s-a considerat că periile sunt plasate în axa neutră, iar calea de curent este așezată sub un pol nord. Cu τ s-a notat pasul polar, dat de relația: $\tau = \pi D/2p \Rightarrow D/2 = \tau p/\pi$, in care D este diametrul rotorului. Viteza tangențială a rotorului se poate scrie astfel: $v = \Omega D/2 = 2\pi n \cdot \tau p/\pi = 2np\tau$, în care Ω este viteza unghiulară a rotorului iar n este turația acestuia. Se înlocuiește viteza tangențială în relația (4.6) și se găsește:

$$E_o = 2l_i w_s 2np\tau \cdot \sum_{i=1}^{m} B_{oi}(x) = 4l_i w_s np\tau \cdot mB_{omed} \qquad (4.7)$$

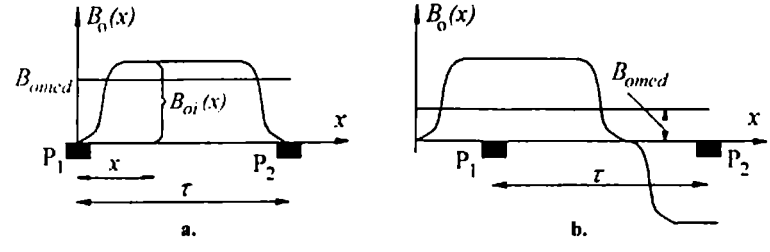


Fig. 4.10. Referitoare la calculul inducției magnetice medii: **a** - periile sunt plasate în axa neutră; **b** - periile sunt deplasate din axa neutră.

Fie Φ_o *fluxul magnetic polar* al maşinii, creat de înfăşurarea de excitaţie:

$$\Phi_o = \tau l_i B_{omed} \tag{4.8}$$

expresia (4.7) a t.e.m. a maşinii de c.c. devine:

$$E_o = 4w_s mp \cdot n\Phi_o = k_E n\Phi_o = \frac{k_E}{2\pi}\Omega\Phi_o = k\Omega\Phi_o \tag{4.9}$$

în care $k_E = 4w_s mp$ reprezintă o constantă constructivă a maşinii. Uneori se preferă exprimarea t.e.m. cu ajutorul constantei $k = k_E / 2\pi$ (numită adesea *constanta maşinii*), deoarece ea apare şi în expresia cuplului electromagnetic M al maşinii.

T.e.m. indusă într-o cale de curent a maşinii este direct proporţională cu turaţia maşinii şi cu fluxul magnetic polar (de excitaţie).

Dacă periile nu sunt plasate în axa neutră a maşinii, atunci suma din expresia (4.7) a inducţiilor $B_{oi(x)}$ conţine atât ordonate pozitive, cât şi ordonate negative, deci B_{omed} scade (Fig. 4.10.b) şi, prin urmare, scade şi fluxul magnetic polar Φ_o, la fel scade şi t.e.m. E_o. Deplasarea periilor din axa neutră conduce, aşa cum se va arăta în paragrafele următoare, şi la alte neajunsuri în funcţionarea maşinii de c.c., cum ar fi apariţia scânteilor la colector.

Observaţie

La mersul în sarcină intervine, pe lângă câmpul magnetic de excitaţie B_o, şi câmpul magnetic de reacţie a indusului (a se vedea paragraful 4.7), astfel că în maşină apare un câmp magnetic rezultant. Acest câmp creează un flux magnetic polar Φ, diferit de Φ_o şi ceva mai mic decât el, iar t.e.m. indusă are valoarea E, puţin mai mică decât E_o.

4.6. CUPLUL ELECTROMAGNETIC AL MAŞINII DE C. C.

Vom determina mai întâi cuplul electromagnetic ce se exercită asupra unei secţii a maşinii, aplicând teorema forţelor generalizate apoi, prin însumarea cuplurilor tuturor secţiilor maşinii, se determină cuplul electromagnetic al acesteia.

Să presupunem că înfăşurarea rotorică este parcursă de curentul I_A (curentul la perii). Curentul I_a printr-o cale de curent a maşinii, va fi: $I_a = I_A / 2a$ în care $2a$ reprezintă numărul de căi de curent în paralel ale maşinii. Fie o secţie cu w_s spire, aflată într-un moment oarecare t, când latura sa de ducere se găseşte sub polul nord, la distanţa x de axa neutră, iar latura de întoarcere sub polul sud, la distanţa $x + y_1$ (Fig. 4.11), y_1 fiind pasul secţiei. În momentul considerat, energia de interacţiune a secţiei cu câmpul magnetic de excitaţie va fi:

$$W_s = I_a w_s \varphi_s, \quad \text{în care} \quad \varphi_s = \int_x^{x+y_1} B_o(x) l_i dx$$

unde φ_s este fluxul magnetic fascicular printr-o spiră a secţiei.

Ţinând seama de relaţia $\alpha = x/R$ dintre coordonata unghiulară generalizată α (în raport cu care se calculează cuplul) şi coordonata liniară x (în raport cu care se poziţionează secţia), putem deduce cuplul electromagnetic exercitat asupra secţiei:

$$M_s = \left(\frac{\partial W_s}{\partial \alpha}\right)_{i=const.} = RI_a w_s \left(\frac{\partial \varphi_s}{\partial x}\right)_{i=const.} = RI_a w_s l_i [B_o(x+y_1) - B_o(x)].$$

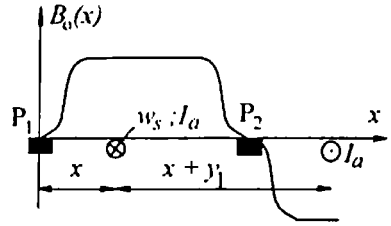


Fig. 4.11. Ajutătoare pentru calculul cuplului electromagnetic.

În ipoteza admisă în majoritatea cazurilor în care $y_1 = \tau$, avem relația evidentă $B_o(x+\tau) = -B_o(x)$, așa încât cuplul care se exercită asupra secției devine:

$$M_s = -2RI_a w_s l_i B_o(x)$$

Semnul minus care apare în relația de mai sus semnifică faptul că acesta tinde să micșoreze coordonata generalizată α. Cuplul electromagnetic M_s este variabil în timp odată cu poziția secției, însă este mereu de același semn. Într-adevăr, când secția ajunge cu latura de ducere în dreptul unui pol sud, $B_o(x)$ devine negativ, dar și curentul prin latura de ducere schimbă de semn, așa încât cuplul rămâne întotdeauna de același semn.

Cuplul electromagnetic care se exercită asupra unei căi de curent se obține prin însumarea cuplurilor care caracterizează fiecare secție a acelei căi de curent:

$$M_a = \sum_{i=1}^{m} M_{si} = -2RI_a w_s l_i \cdot \sum_{i=1}^{m} B_{oi}(x) = -2RI_a w_s l_i \cdot mB_{omed}$$

Cuplul electromagnetic al mașinii, datorat celor $2a$ căi de curent în paralel va fi:

$$M = 2aM_a = -4a \cdot \frac{p}{\pi} \cdot \frac{I_A}{2a} \cdot w_s l_i m B_{omed} = -\frac{k_E}{2\pi} I_A \Phi_o = -kI_A \Phi_o \qquad (4.10)$$

Cuplul electromagnetic al mașinii de c.c. este independent de turația n a acesteia. El este proporțional cu curentul total I_A și cu fluxul polar (util) Φ_o.

Puterea electromagnetică a mașinii de c. c. se definește în mod analog cu celelalte mașini rotative, utilizând ecuația generală $P = M\Omega$. Se mai folosesc relațiile (4.9) și (4.10) și se obține expresia finală a puterii electromagnetice de forma:

$$P = M\Omega = (k\Phi I_A) \cdot \Omega = (k\Phi\Omega) \cdot I_A = EI_A \qquad (4.11)$$

4.7. REACȚIA INDUSULUI LA MAȘINA DE CURENT CONTINUU

Dacă mașina de c.c. funcționează în gol, în mașină există numai câmpul magnetic de excitație, creat de înfășurările statorice (de excitație). În sarcină, prin căile de curent ale rotorului (indusului) circulă curentul $I_a = I_A/2a$, care produce și el un câmp magnetic propriu, în mașină existând două câmpuri magnetice: unul dat de înfășurarea inductoare (de excitație) și altul produs de curentul I_a (de reacție).

Se numeşte *reacţie a indusului* fenomenul de suprapunere a câmpului magnetic inductor (de excitaţie) cu câmpul magnetic creat de curenţii rotorici (de reacţie) ducând la obţinerea unui câmp magnetic rezultant, care există în maşină la funcţionarea în sarcină a acesteia.

4.7.1. REACŢIA TRANSVERSALĂ A INDUSULUI

În Fig. 4.12, se prezintă schiţa unei maşini de c.c. bipolare, indicându-se spectrul câmpului magnetic de excitaţie şi spectrul câmpului magnetic de reacţie a indusului în situaţia în care periile maşinii sunt dispuse în axa neutră. Din spectrul câmpului magnetic de reacţie, reprezentat în Fig. 4.12, se deduc câteva concluzii:

- pe o jumătate de talpă polară, câmpul magnetic de reacţie întăreşte câmpul de excitaţie şi, pe cealaltă jumătate, îl slăbeşte;
- sub talpa polară, câmpul magnetic variază liniar, fiind nul în axa polului principal;
- între tălpile polare, câmpul de reacţie este foarte scăzut, deoarece acolo întrefierul maşinii este foarte mare;
- câmpul magnetic de reacţie este *transversal*, adică liniile de câmp ale acestuia se închid, în majoritate, de-a lungul axei transversale q - q' a maşinii.

În Fig. 4.13, se prezintă curbele de variaţie spaţială ale câmpurilor magnetice de excitaţie B_0, de reacţie B_a şi rezultant B. Se constată că, în axa neutră geometrică (punctul în care se găseşte peria P2), câmpul magnetic nu mai este nul, ci are valoarea B_{oa}.

Dacă maşina este nesaturată, atunci fluxul magnetic Φ_0 rămâne constant de la funcţionarea în gol la funcţionarea în sarcină, deoarece fluxul magnetic de reacţie, care se scade pe o jumătate de talpă polară, este egal cu fluxul care se adună pe cealaltă jumătate.

În realitate, maşina este saturată şi ceea ce se adună pe o jumătate de talpă polară este mai puţin decât ceea ce se scade pe cealaltă jumătate şi prin urmare, fluxul magnetic polar în sarcină Φ scade puţin faţă de cel de la funcţionarea în gol Φ_0. Scăderea fluxului este proporţională cu aria haşurată din Fig. 4.13. La fel scade şi t.e.m. E la mersul în sarcină, în raport cu t.e.m E_0 de la mersul în gol.

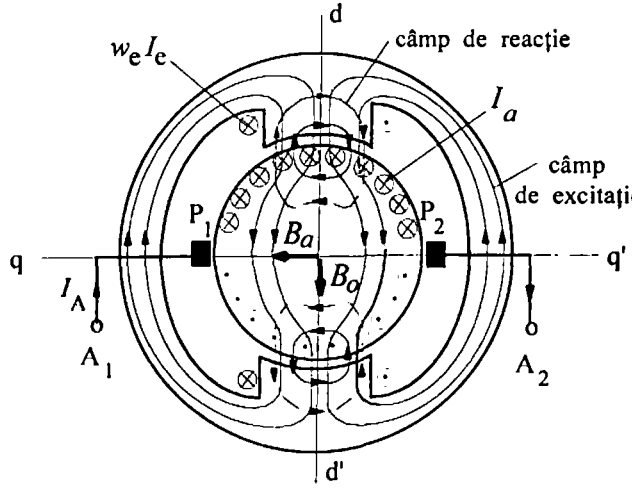


Fig. 4.12. Explicativă la reacţia transversală a indusului.

Deoarece câmpul magnetic de reacţie a indusului, descris mai sus (când periile sunt aşezate în axa neutră), se închide transversal în raport cu câmpul magnetic de excitaţie, reacţia indusului se numeşte transversală.

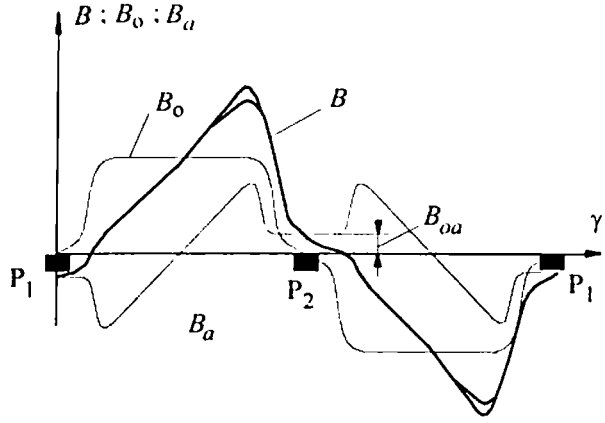


Fig. 4.13. Repartiţia spaţială a câmpurilor magnetice din maşina de c.c.

Din explicaţiile date până acum, se pot deduce *efectele reacţiei transversale a indusului* la maşina de curent continuu. Principalele efecte ale acestei reacţii sunt:

- scăderea, cu câteva procente, a fluxului magnetic polar în sarcină Φ, în raport cu fluxul magnetic de mers în gol Φ_0;
- scăderea t.e.m. în sarcină E, în raport cu t.e.m. de mers în gol E_0;
- creşterea, la mersul în sarcină, a câmpului magnetic în zona interpolară, la valoarea B_{oa}, cu efecte negative asupra comutaţiei maşinii;
- creşterea pierderilor produse în fierul dinţilor rotorici cu efecte negative asupra randamentului maşinii.

Eliminarea efectelor nedorite ale reacţiei transversale a indusului se face, în principal, prin diminuarea câmpului magnetic de reacţie al maşinii. Pentru aceasta, două metode sunt mai folosite: folosirea înfăşurării de compensare şi utilizarea polilor auxiliari.

Înfăşurarea de compensare se foloseşte la maşinile cu regimuri grele de funcţionare. Această înfăşurare este plasată în crestături practicate în tălpile polare ale polilor principali şi este parcursă de curentul rotoric I_A al maşinii. Înfăşurarea de compensare produce în întrefierul de sub talpa polară un câmp magnetic de sens contrar câmpului de reacţie a indusului, diminuându-l considerabil.

Polii auxiliari (sau de comutaţie) sunt prevăzuţi cu bobine polare prin care circulă tot curentul I_A, ca şi prin înfăşurarea de compensare. În mod asemănător, aceştia diminuează câmpul magnetic de reacţie din zona interpolară a maşinii. Câmpul magnetic de reacţie a indusului este proporţional cu curentul I_A. Din această cauză, înfăşurările de compensare şi polii auxiliari anulează automat reacţia transversală a indusului, la orice curent I_A, deoarece atât înfăşurarea de compensare, cât şi polii auxiliari sunt parcurşi de acelaşi curent I_A. Dacă maşina se saturează şi devine neliniară compensarea reacţiei indusului nu mai este proporţională.

4.7.2. REACŢIA LONGITUDINALĂ A INDUSULUI

Dacă periile nu mai sunt plasate în axa neutră, atunci, pe lângă reacţia transversală a indusului (întotdeauna demagnetizantă), mai apare încă o reacţie numită *longitudinală*, care poate fi *magnetizantă* (să crească fluxul de excitaţie), sau *demagnetizantă* (să-l scadă). Pentru a înţelege mai bine acest fenomen să observăm Fig. 4.14.a, în care periile nu mai sunt plasate în axa neutră, caz în care câmpul magnetic de reacţie B_a este orientat chiar în lungul axei periilor, descompunându-se în două componente: una B_{at} transversală şi cealaltă B_{al} longitudinală. Componenta longitudinală este paralelă cu câmpul magnetic de excitaţie, pe care îl întăreşte, reacţie longitudinală fiind, în acest caz, magnetizantă.

Dacă periile se deplasează, din axa neutră, în sens contrar ca în Fig. 4.14.b, atunci reacţia indusului este longitudinală demagnetizantă. În acest caz, fluxul magnetic de excitaţie se reduce considerabil şi, în mod analog, şi t.e.m. E a maşinii.

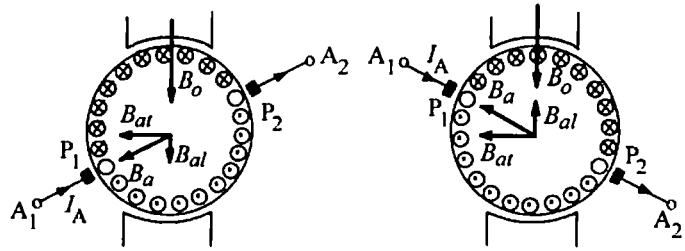


Fig. 4.14. Reacţia longitudinală a indusului: **a** - magnetizantă; **b** - demagnetizantă.

4.8. COMUTAŢIA LA MAŞINA DE CURENT CONTINUU

Prin *comutaţie* se înţelege ansamblul proceselor electromagnetice care se produc la trecerea unei secţii a înfăşurării rotorice dintr-o cale de curent în alta. Această trecere se realizează sub perie, când curentul se schimbă de la valoarea $+I_a$, la valoarea $-I_a$, în care $I_a = I_A / 2a$. Interesează timpul T_k în care peria scurtcircuitează secţia care comută, când curentul prin perie este variabil, variaţia totală a acestuia fiind $\Delta I_a = 2I_a$. În secţia care comută, se induc, în principal, două tensiuni: o tensiune de autoinducţie şi o tensiune de rotaţie indusă de câmpul magnetic de reacţie a indusului.

Tensiunea de autoinducţie se produce datorită variaţiei curentului în secţia care comută cu $\Delta I_a = 2I_a$. Expresia generală a acestei tensiuni este următoarea:

$$e_r \cong (l_s + m_s)\frac{2I_a}{T_k} = (l_s + m_s)\frac{I_A}{aT_k} = (l_s + m_s)\frac{v_k I_A}{ab_k} = C_1 n I_A \qquad (4.12)$$

în care l_s este inductivitatea proprie a secţiei care comută, m_s este inductivitatea mutuală dintre secţia care comută şi celelalte secţii care comută simultan cu ea, v_k este viteza tangenţială a colectorului, b_k este lăţimea periei şi C_1 este o constantă constructivă.

Tensiunea de rotaţie indusă datorită rotirii secţiei care comută, în câmpul magnetic de reacţie a indusului B_{oa} are, conform relaţiei (4.2), expresia:

$$e_a = 2w_s v l_i B_{oa} = C_2 n I_A \qquad (4.13)$$

în care B_{oa} (precizată în Fig. 4.13) este inducția magnetică din axa neutră a mașinii, proporțională cu I_A, iar v este viteza tangențială a rotorului, proporțională cu turația.

Comutația unei mașini de c.c. este bună dacă suma $e_r + e_a$ este cât mai mică. În acest caz, nu apar scântei la colector, sau dacă apar sunt rare și slabe.

Metodele de îmbunătățire a comutației se referă la micșorarea t.e.m. rezultante $e_r + e_a$ din secție, sau la mărirea rezistenței totale a circuitului de comutație. Suma $e_r + e_a$ se scade prin reducerea inductivităților m_s și l_s, precum și prin compensarea reacției transversale a indusului mașinii (reducerea inducției B_{oa} prin folosirea polilor auxiliari sau a înfășurărilor de compensare). Micșorarea lui l_s se face prin reducerea numărului w_s de spire pe secție, adică prin mărirea numărului de lamele la colector. Pentru mașinile cu o bună comutație, trebuie ca $w_s = 1$, sau $w_s = 2$. Micșorarea lui m_s se face prin alegerea favorabilă a scurtării pasului bobinajului rotoric față de pasul polar.

4.9. REGIMUL DE GENERATOR AL MAȘINII DE CURENT CONTINUU

În regim de generator electric, mașina transformă puterea mecanică primită la arbore în putere electrică debitată la borne, conversia electromecanică făcându-se prin intermediul câmpului magnetic (de excitație) din mașină. În regim de generator, cuplul electromagnetic al mașinii este antagonist (se opune cuplului activ de la ax), iar t.e.m. indusă în înfășurarea rotorică are același semn cu tensiunea de la bornele generatorului.

După modul de conectare a înfășurării de excitație, generatoarele de c.c. pot fi cu excitație independentă (separată) și cu excitație derivație (autoexcitate), dar pot fi excitate și cu magneți permanenți. Generatoarele cu excitație serie nu se folosesc practic, deoarece au zone de instabilitate în funcționare.

4.9.1. GENERATORUL DE C.C. CU EXCITAȚIE INDEPENDENTĂ

Schema electrică a unui generator de c.c. cu excitație independentă (separată) este prezentată în Fig. 4.15, în care cu U_A și I_A s-au notat tensiunea și curentul de la bornele rotorice ale generatorului. S-au mai notat: R_A, R_e - rezistențele înfășurării indusului și excitației; U_e, I_e - tensiunea și curentul înfășurării de excitație; E - t.e.m. indusă în înfășurarea rotorică; Ω - viteza unghiulară a rotorului.

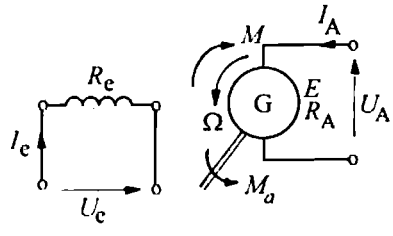


Fig. 4.15. Generator de c.c. cu excitație independentă.

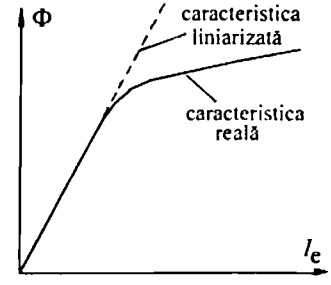


Fig. 4.16. Caracteristica de magnetizare.

a. Ecuațiile generatorului în regim permanent se vor deduce considerând regula de la receptoare pentru circuitul de excitatie și regula de la generatoare pentru circuitul

rotoric. Având în vedere notaţiile din Fig. 4.15 şi sensurile alese pentru tensiuni şi curenţi, se pot scrie următoarele ecuaţii, valabile în regim permanent:

$$\begin{aligned} U_A &= E - R_A I_A - \Delta U_p & M &= k\Phi I_A \\ U_e &= R_e I_e & \Phi &= f(I_e) \\ E &= k\Phi\Omega & M + M_m + M_{Fe} &= M_a \end{aligned} \qquad (4.14)$$

În ecuaţiile (4.14), ΔU_p reprezintă căderea de tensiune pe perechea de perii, M_m şi M_{Fe} sunt cuplurile corespunzătoare frecărilor mecanice ale maşinii, respectiv pierderilor în fierul armăturii rotorice, $\Phi = f(I_e)$ este funcţia care exprimă analitic caracteristica de magnetizare a generatorului, reprezentată în Fig. 4.16. În cazul în care maşina este liniară, funcţia de mai sus este o dreaptă de ecuaţie $\Phi = k_\Phi I_e$, în care k_Φ se numeşte *constanta de flux* a maşinii. Sistemul (4.14) are 6 necunoscute: U_A, I_A, I_e, E, M, Φ.

b. Caracteristicile generatorului de c.c. cu excitaţie independentă

În Fig. 4.17, se prezintă schema principială pentru determinarea experimentală a caracteristicilor de funcţionare ale generatorului cu excitaţie separată.

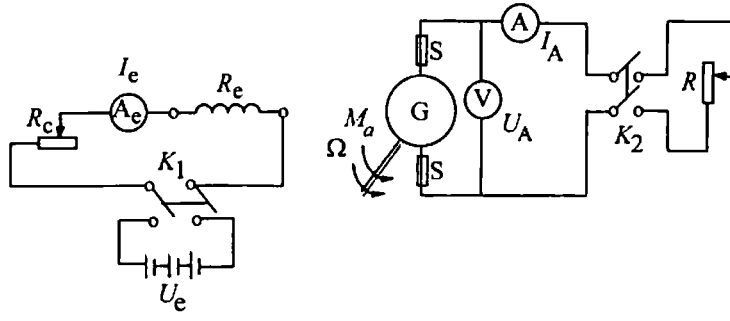


Fig. 4.17. Schemă pentru determinarea caracteristicilor experimentale ale generatorului de c.c. cu excitaţie independentă.

Caracteristica de mers în gol se defineşte de relaţia $E_o = f(I_e)$, pentru n = const. şi $I_A = 0$. Forma caracteristicii de mers în gol se aseamănă cu aceea a generatorului sincron.

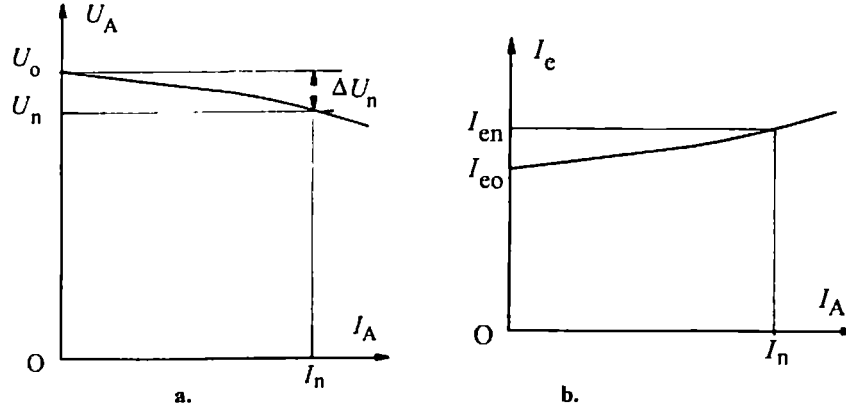


Fig. 4.18. Caracteristicile generatorului cu excitaţie independentă: **a.** caracteristica externă; **b.** caracteristica de reglaj.

Caracteristica externă reprezintă dependența dintre tensiunea la bornele generatorului U_A și curentul debitat de acesta I_A; $U_A = f(I_A)$, când I_e = const și n = const. În Fig. 4.18.a, se prezintă forma caracteristicii externe din care se deduce că, odată cu creșterea curentului generatorului, tensiunea la bornele acestuia scade. Scăderea tensiunii în sarcină se produce datorită, pe de o parte, căderilor de tensiune $R_A I_A$ și ΔU_p și, pe de altă parte, scăderii în sarcină a t.e.m. din cauza reacției transversale a indusului. Căderea de tensiune de la gol la sarcină nominală are valori de (3 ... 10)% din tensiunea nominală a generatorului, căderile de tensiune mai mici întâlnindu-se la generatoarele de putere mai mare.

Caracteristica de reglaj este definită de relația $I_e = f(I_A)$, când U_A = const și n = const. și arată modul de variație al curentului de excitație al mașinii pentru ca tensiunea la bornele acesteia să se mențină constantă, pentru orice sarcină. În Fig. 4.18.b, se prezintă caracteristica de reglaj a generatorului, din care se deduce că, la creșterea curentului de sarcină, menținerea tensiunii constante la bornele generatorului se face prin creșterea curentului de excitație.

4.9.2. GENERATORUL DE C.C. CU EXCITAȚIE DERIVAȚIE

Schema generatorului de c.c. cu excitație derivație este prezentată în Fig. 4.19.

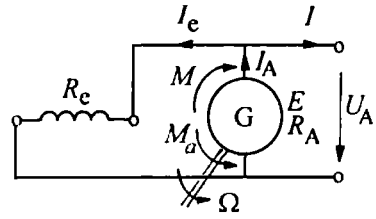


Fig. 4.19. Schema generatorului de c.c. cu excitație derivație.

a. Ecuațiile generatorului cu excitație derivație în regim permanent se vor deduce considerând regula de la receptoare pentru circuitul de excitație și regula de la generatoare pentru circuitul rotoric. Având în vedere notațiile din Fig. 4.19, se pot scrie următoarele ecuații, valabile în regim permanent:

$$\begin{aligned} &U_A = E - R_A I_A - \Delta U_p = R_e I_e && M = k\Phi I_A \\ &I_A = I + I_e && \Phi = f(I_e) \\ &E = k\Phi\Omega && M + M_m + M_{Fe} = M_a \end{aligned} \qquad (4.15)$$

Sistemul (4.15) are 7 ecuații și 7 necunoscute: U_A, I_A, I, I_e, E, M, Φ. Restul de mărimi se dau (M_a, M_m, M_{Fe}, Ω) sau sunt parametrii cunoscuți (R_A, R_e, k, ΔU_p).

b. Autoexcitarea generatorului de c.c. cu excitație derivație presupune alimentarea înfășurării de excitație a acestuia de la bornele rotorice proprii (de la perii), fără să mai fie necesară o sursă de c.c. separată. Autoexcitarea se poate face numai dacă sunt îndeplinite trei condiții:

- în mașină să existe un flux magnetic remanent;
- înfășurarea de excitație să dea un flux magnetic în același sens cu fluxul magnetic remanent (cele două fluxuri să fie adiționale);
- rezistența totală a circuitului de excitație să fie mai mică decât o valoare critică R_{ec}.

Pentru a explica fenomenul de autoexcitare al generatorului de c.c. derivaţie, să reprezentăm pe acelaşi sistem de coordonate caracteristica de mers în gol $E_o = f(I_e)$ a maşinii şi dreapta circuitului de excitaţie $U_e = E_o = R_e I_e$, aşa cum se arată în Fig. 4.20.

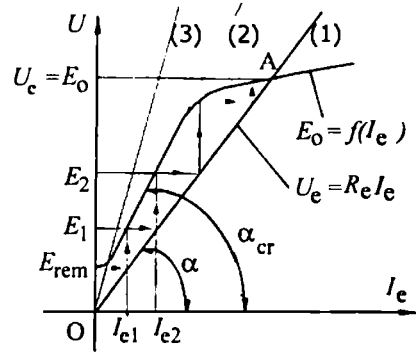


Fig. 4.20. Explicativă la autoexcitarea generatorului derivaţie.

Maşina fiind antrenată din exterior, fluxul magnetic remanent induce în rotor t.e.m. E_{rem}, care alimentând înfăşurarea de excitaţie creează prin ea un mic curent de excitaţie I_{e1}. Acest curent produce un flux magnetic de excitaţie care se adună cu fluxul remanent (conform condiţiei a doua de autoexcitare) şi dă naştere unei t.e.m. $E_1 > E_{rem}$. T.e.m. E_1 creează curentul I_{e2}, care, la rândul lui, dă naştere unei t.e.m. $E_2 > E_1$ şi procesul se repetă până când se ajunge în punctul A, moment în care procesul de autoexcitare s-a încheiat, t.e.m. la bornele maşinii având valoarea $E_o = U_o$.

Punctul A este un punct stabil de funcţionare. Pentru ca el să existe, trebuie ca panta dreptei OA să fie mai mică decât panta porţiunii liniare a caracteristicii de mers în gol, adică să avem $\alpha < \alpha_{cr}$, ceea ce înseamnă că trebuie să avem îndeplinită şi a treia condiţie de autoexcitare: $R_e < R_{ec}$. Dacă $\alpha > \alpha_{cr}$ dreapta OA are poziţia (3), maşina nu se mai poate autoexcita, tensiunea la bornele maşinii fiind aproximativ egală cu E_{rem}.

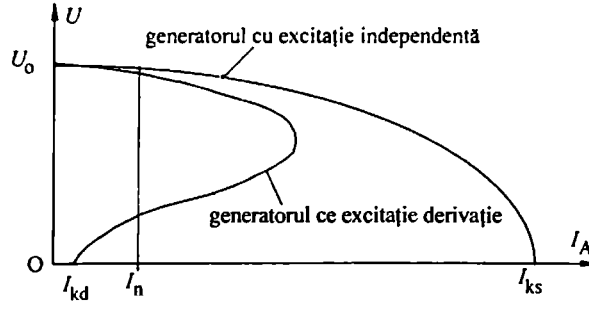


Fig. 4.21. Caracteristicile externe ale generatoarelor de c.c.

Caracteristicile generatorului derivaţie sunt asemănătoare ca formă cu cele ale generatorului cu excitaţie independentă, cu următoarele precizări:

- caracteristica de mers în gol nu se defineşte pentru $I_A = 0$, ci pentru $I = 0$ şi $I_e = I_A$;
- caracteristica externă a generatorului derivaţie este mai căzătoare decât a celui cu excitaţie independentă;

• un scurtcircuit la bornele generatorului derivaţie nu este periculos în comparaţie cu un scurtcircuit la bornele generatorului cu excitaţie independentă, care este foarte periculos. Acest lucru se poate explica observând caracteristicile externe ale generatoarelor, prezentate în Fig. 4.21. Se constată că valoarea curentului de scurtcircuit $I_{kd} = E_{rem}/R_A$, la generatorul derivaţie, este mult mai mică decât valoarea curentului de scurtcircuit $I_{ks} = E_o/R_A$, la generatorul cu excitaţie separată.

4.10. REGIMUL DE MOTOR AL MAŞINII DE CURENT CONTINUU

În regim de motor, cuplul electromagnetic al maşinii este activ (de acelaşi sens cu turaţia rotorului), iar t.e.m. indusă în înfăşurarea rotorică are polaritate opusă tensiunii aplicate la bornele rotorice ale motorului, numindu-se *tensiune contraelectromotoare*.

După modul de conectare a înfăşurării de excitaţie, motoarele de c.c. pot fi cu excitaţie independentă, cu excitaţie serie şi cu excitaţie mixtă, dar pot fi excitate şi cu magneţi permanenţi. Motoarele cu excitaţie derivaţie sunt, de fapt, identice cu motoarele cu excitaţie independentă, deoarece atât înfăşurarea de excitaţie, cât şi înfăşurarea indusului sunt conectate la aceeaşi reţea de c.c.

4.10.1. MOTORUL DE C.C. CU EXCITAŢIE INDEPENDENTĂ (DERIVAŢIE)

Schema electrică a unui motor de c.c. cu excitaţie independentă este prezentată în Fig. 4.22, în care notaţiile sunt analoage cu cele folosite la generatoarele de c.c.

a. Ecuaţiile motorului derivaţie în regim permanent se vor deduce considerând regula de la receptoare atât pentru circuitul de excitaţie, cât şi pentru circuitul rotoric. Având în vedere notaţiile din Fig. 4.22 şi sensurile alese pentru tensiuni şi curenţi, se pot scrie următoarele ecuaţii, valabile în regim permanent:

$$\begin{aligned} &U_A = E + R_A I_A + \Delta U_p = R_e I_e && M = k\Phi I_A \\ &I = I_A + I_e && \Phi = f(I_e) \\ &E = k\Phi\Omega && M = M_r + M_m + M_{Fe} \end{aligned} \qquad (4.16)$$

În ecuaţiile (4.16), notaţiile sunt analoage cu acelea din relaţiile (4.15).

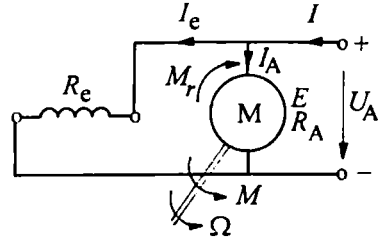


Fig. 4.22. Schema motorului de c.c. cu excitaţie derivaţie.

Sistemul (4.16) are 7 necunoscute: I, I_A, I_e, E, M, Φ, Ω. Restul de mărimi se dau (M_r, U_A, M_m, M_{Fe}) sau sunt parametrii daţi ai maşinii (R_A, R_e, k, ΔU_p), inclusiv expresia analitică a caracteristicii de magnetizare a maşinii.

b. Bilanţul de puteri active şi caracteristica randamentului motorului derivaţie se tratează pornind de la ultima relaţie din sistemul (4.16), amplificată cu viteza Ω:

$$M\Omega = M_r\Omega + M_m\Omega + M_{Fe}\Omega$$

Se notează cu $P=M\Omega$ puterea electromagnetică a maşinii. Puterea $P_2 = M_r\Omega$, reprezintă puterea activă transmisă la ax maşinii de lucru, $P_m = M_m\Omega$ reprezintă pierderile mecanice de frecare şi ventilaţie şi $P_{Fe} = M_{Fe}\Omega$ sunt pierderile în miezul rotoric. Ţinând seama că $P = EI_A$, ecuaţia de puteri de mai sus devine:

$$P_2 + P_m + P_{Fe} = P \Rightarrow P_2 + P_m + P_{Fe} = (U_A - R_A I_A - \Delta U_p) I_A$$

Puterea absorbită de motor pe la bornele rotorice este $P_1=U_A I=U_A(I_A+I_e)$. Rearanjând altfel termenii din relaţia de bilanţ de mai sus, obţinem:

$$P_1 = U_A I = P_{Fe} + P_m + \Delta U_p I_A + R_A I_A^2 + U_A I_e + P_2 = P_2 + \Sigma P, \qquad (4.17)$$

în care ΣP, reprezintă suma tuturor pierderilor din motorul considerat. În Fig. 4.23, se prezintă diagrama de bilanţ a puterilor active ale motorului de c.c. cu excitaţie derivaţie.

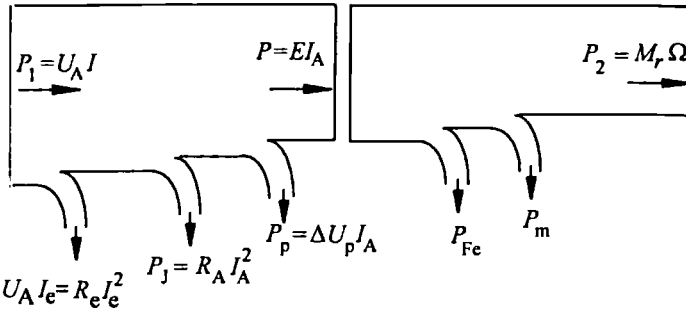


Fig. 4.23. Bilanţul puterilor active la motorul de c.c. cu excitaţie derivaţie.

Randamentul motorului de c.c. se determină cunoscând suma tuturor pierderilor care se produc în acesta, utilizând relaţia:

$$\eta_m = \frac{U_A I - \Sigma P}{U_A I} \qquad (4.18)$$

Pentru generatoarele de c.c., randamentul se calculează folosind relaţia:

$$\eta_g = \frac{U_A I}{U_A I + \Sigma P} \qquad (4.18')$$

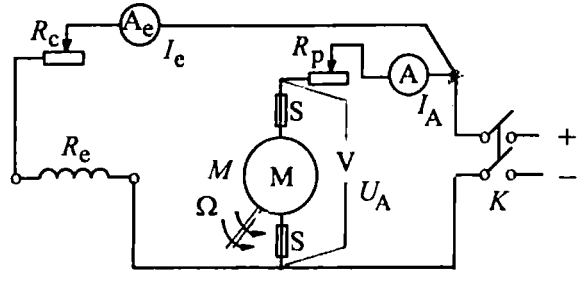


Fig. 4.24. Schemă pentru determinarea caracteristicilor experimentale ale motorului derivaţie.

c. Caracteristicile de bază ale motorului de c.c. cu excitaţie derivaţie sunt: caracteristica vitezei la mersul în gol şi caracteristica mecanică. În Fig. 4.24, se prezintă

schema principială pentru determinarea experimentală a caracteristicilor de funcţionare ale motorului de c.c. cu excitaţie derivaţie.

Caracteristica vitezei la mersul în gol se defineşte de relaţia $n = f(I_e)$, pentru U_A = const. şi $M_r = 0$. Din ecuaţia de tensiuni a motorului găsim turaţia acestuia:

$$n = \frac{U_A - R_A I_A - \Delta U_p}{2\pi k \Phi} \cong \frac{U_A}{2\pi k k_\Phi I_e} \tag{4.19}$$

în care s-a considerat că $R_A I_A + \Delta U_p \cong 0$, iar caracteristica de magnetizare a maşinii s-a considerat liniară ($\Phi = k_\Phi I_e$).

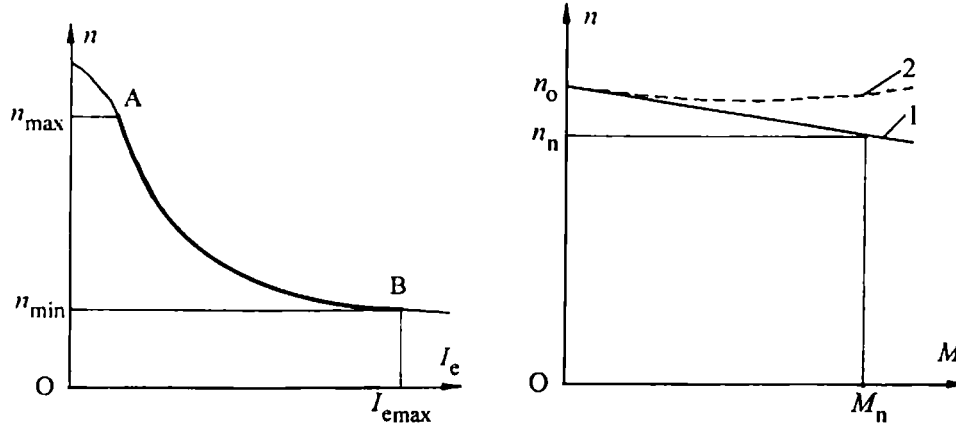


Fig. 4.25. Caracteristicile motorului derivaţie: **a.** caracteristica vitezei în gol; **b.** caracteristica mecanică.

Din relaţia (4.19) se deduce o concluzie foarte importantă pentru toate motoarele de c.c.: *turaţia unui motor de c.c. este direct proporţională cu tensiunea de alimentare şi invers proporţională cu fluxul magnetic de excitaţie (cu curentul de excitaţie).*

Caracteristica vitezei la mersul în gol este desenată în Fig. 4.25.a, din care se deduce faptul că reglarea vitezei motorului derivaţie se face simplu, prin variaţia curentului de excitaţie, cu consum mic de energie, deoarece puterea de excitaţie a maşinii de c.c. este redusă, fiind în jur de (1 ...5) % din puterea nominală: $P_e \in (0{,}01...0{,}05)P_n$.

Caracteristica mecanică a motorului derivaţie se defineşte, prin analogie cu celelalte tipuri de motoare electrice, cu relaţia $n = f(M)$ pentru U_A = const. şi I_e = const. Din ecuaţiile de tensiuni şi de cuplu ale motorului se găseşte (după neglijarea căderii de tensiune la perii), relaţia:

$$n = \frac{U_A - R_A \cdot \frac{M}{k\Phi}}{2\pi k\Phi} = \frac{U_A}{2\pi k\Phi} - \frac{R_A}{2\pi \cdot (k\Phi)^2} \cdot M = n_o - k_o M \tag{4.20}$$

în care n_o reprezintă turaţia de mers în gol a motorului, iar k_o este o constantă de valoare relativ mică în raport cu n_o. Caracteristica mecanică a motorului derivaţie este o dreaptă cu pantă negativă, în planul (n, M), prezentată în Fig. 4.25.b (curba 1). Dacă motorul are reacţia indusului necompensată atunci caracteristica lui mecanică are forma curbei 2. Această formă crescătoare se explică prin faptul că, odată cu creşterea curentului de

sarcină al motorului, scade fluxul de excitaţie al acestuia, datorită reacţiei transversale a indusului, deci turaţia creşte.

Aşadar, motorul derivaţie are o caracteristică mecanică dură (sau tare), turaţia menţinându-se aproximativ constantă în sarcină, ceea ce face ca motorul să fie folosit, printre altele, în acţionările electrice de turaţie constantă.

4.10.2. MOTORUL DE CURENT CONTINUU CU EXCITAŢIE SERIE

Schema electrică a motorului de c.c. cu excitaţie serie este prezentată în Fig. 4.26.

a. Ecuaţiile motorului serie în regim permanent sunt asemănătoare cu cele ale motorului derivaţie. Ele au forma:

$$U_A = E + (R_A + R_e)I_A + \Delta U_p;\ E = k\Phi\Omega;\ M = k\Phi I_A;$$
$$\Phi = f(I_A);\ M = M_r + M_m + M_{Fe} \qquad (4.21)$$

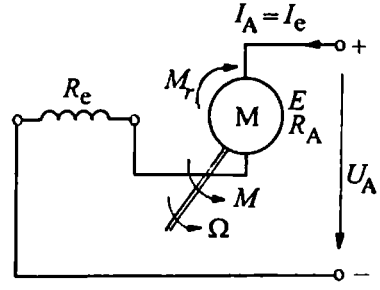


Fig. 4.26. Schema motorului de c.c. cu excitaţie serie.

Sistemul (4.21) are 5 necunoscute: I_A, E, M, Φ, Ω. Celelalte mărimi care apar în sistem se cunosc. În Fig. 4.27, se prezintă schema electrică pentru încercările motorului cu excitaţie serie. Dacă întrerupătorul K_2 este deschis, se determină caracteristicile naturale ale motorului. Cu K_2 închis, se determină caracteristicile artificiale (cu flux diminuat), utilizate la reglarea turaţiei motorului.

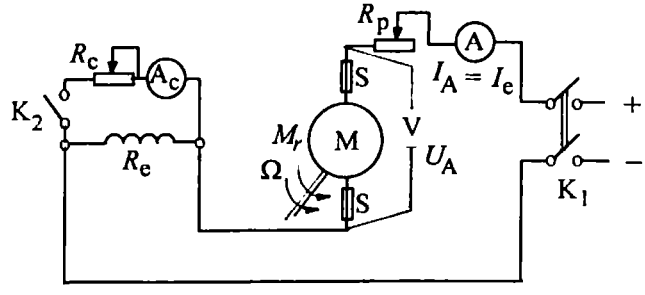


Fig. 4.27. Schemă pentru determinarea caracteristicilor motorului serie.

Reostatul de pornire R_p este necesar pentru reducerea curentului de pornire. Dacă motorul are convertizor de tensiune reglabilă, astfel încât tensiunea U_A variază de la valoarea zero, la valoarea nominală, reostatul de pornire nu mai este necesar.

b. Caracteristica mecanică a motorului serie este definită de relaţia $n = f(M)$, pentru U_A= const. Determinarea expresiei analitice a caracteristicii mecanice a motorului serie se face considerând caracteristica de magnetizare a motorului ca fiind liniară, fluxul magnetic fiind proporţional cu curentul I_A, absorbit de motor, adică avem: $\Phi = k_\Phi I_A$.

Cuplul electromagnetic al motorului se scrie $M = kk_\Phi I_A^2 = k^* I_A^2$, fiind proporţional cu pătratul curentului absorbit. Curentul se poate exprima în funcţie de cuplul electromagnetic astfel: $I_A = \sqrt{M/k^*}$. Ecuaţia de tensiuni a motorului se scrie:

$$U_A = 2\pi kn\Phi + (R_A + R_e)I_A = 2\pi k^* nI_A + R_{Ae}I_A$$

din care se deduce expresia analitică a caracteristicii mecanice:

$$n = \frac{U_A}{2\pi k^* \cdot \sqrt{\frac{M}{k^*}}} - \frac{R_{Ae}}{2\pi k^*} = \frac{U_A}{2\pi\sqrt{k^*}\cdot\sqrt{M}} - b = \frac{a}{\sqrt{M}} - b \qquad (4.22)$$

în care a este o constantă (dacă tensiunea motorului rămâne constantă), iar b este, de asemenea, o constantă.

Caracteristica mecanică a motorului serie este elastică, adică turaţia variază mult cu sarcina motorului. Cuplul de pornire al motorului serie este foarte mare. Din acest motiv, el se foloseşte cu succes în tracţiunea electrică.

Pe măsură ce convertizoarele de frecvenţă vor deveni mai ieftine şi mai fiabile, acţionările electrice de curent continuu (cu motoare serie sau derivaţie) tind să fie înlocuite de acţionările electrice de c.a (cu motoare asincrone sau sincrone).

Schimbarea sensului de rotaţie al unui motor electric de c.c. se face schimbând sensul cuplului electromagnetic al motorului. Din relaţia cuplului $M = k\Phi I_A$ se deduce că sensul cuplului se schimbă, schimbând fie semnul fluxului magnetic (se schimbă bornele înfăşurării de excitaţie între ele), fie semnul curentului rotoric (se schimbă bornele înfăşurării rotorice între ele).

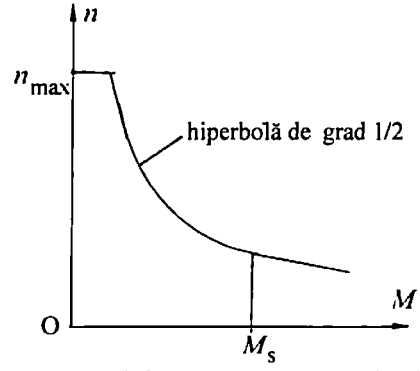


Fig. 4.28. Caracteristica mecanică a motorului serie de c.c.

De aici se desprinde concluzia că motorul serie poate funcţiona şi în curent alternativ, deoarece schimbarea polarităţii tensiunii de alimentare duce la schimbarea atât a semnului fluxului de excitaţie, cât şi a semnului curentului rotoric. Pe acest fapt se

bazează principiul de funcţionare al *motorului universal serie cu colector*, care produce cuplu dacă este alimentat, fie la tensiune continuă, fie la tensiune alternativă.

4.11. MAŞINI DE CURENT CONTINUU SPECIALE

4.11.1. MOTORUL UNIVERSAL SERIE CU COLECTOR

Motorul universal cu colector poate funcţiona atât în c.c., cât şi în c.a. şi este utilizat în acţionările de mică putere, în aparatele electrocasnice, aparatele medicale, de birou etc. Motorul universal cu colector prezintă avantajul esenţial - în comparaţie cu celelalte motoare de c.a. de mică putere - de a dezvolta turaţii ridicate în gama 3000 ... 20.000 rot/min, alimentate de la reţeaua de c.a. de 50 Hz. Motorul serie de c.c. are cuplu şi în c.a., deoarece, prin inversarea polarităţii tensiunii de alimentare, se schimbă atât semnul fluxului de excitaţie, cât şi semnul curentului rotoric, deci sensul cuplului rămâne acelaşi.

Din punct de vedere constructiv, motorul universal nu diferă de o maşină electrică de c.c. cu excitaţie serie cu utilizare exclusivă în c.c., cu excepţia jugului statoric, care se realizează din tole pentru a se micşora pierderile în fier, dat fiind faptul că fluxul magnetic de excitaţie este alternativ, la alimentarea în c.a. a motorului.

Schema electrică a motorului universal este prezentată în Fig. 4.29. De regulă, înfăşurarea de excitaţie este prevăzută cu prize care permit ca la conectarea la o sursă de c.c. a motorului, numărul de spire să fie mai mare. Necesitatea micşorării numărului de spire la funcţionarea în c.a. este legată de obţinerea aceleiaşi turaţii la acelaşi curent efectiv de sarcină şi la aceeaşi tensiune efectivă aplicată în c.a. ca şi în c.c.

Să presupunem că motorul serie absoarbe de la reţeaua de c.a. curentul:

$$i_A = I_A\sqrt{2}\sin\omega t$$

curent care, străbătând şi înfăşurarea de excitaţie, creează fluxul magnetic φ_o, defazat faţă de curent cu un unghi θ, având expresia:

$$\varphi_o = \Phi_o \sin(\omega t - \theta)$$

Conform relaţiei generale a cuplului electromagnetic al maşinii de c.c., se găseşte expresia cuplului instantaneu al motorului, de forma:

$$m = k\varphi_o i_A = \sqrt{2}\cdot k\Phi_o I_A \sin\omega t \sin(\omega t - \theta)$$

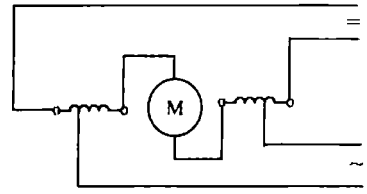


Fig. 4.29. Schema de principiu a alimentării motorului universal cu colector.

Valoarea medie pe o perioadă a cuplului motorului universal este următoarea:

$$M = \frac{1}{T}\int_0^T m dt = \frac{\sqrt{2}\cdot k\Phi_o I_A}{T}\int_0^T \sin\omega t \sin(\omega t - \theta) dt = \frac{k\Phi_o I_A}{\sqrt{2}}\cos\theta$$

La calculul integralei de mai sus, s-a descompus produsul de sinusuri în sumă.

Motoarele de c.c. cu excitaţie derivaţie nu pot fi folosite la alimentarea în c.a, deoarece nu pot dezvolta un cuplu suficient pentru a porni. Acest lucru se întâmplă deoarece reactanţa înfăşurării de excitaţie este foarte mare şi din această cauză se reduce curentul de excitaţie (la alimentarea în c.a.) la valori foarte mici, deci se reduce şi fluxul de excitaţie şi, în ultimă analiză, se reduce cuplul electromagnetic.

4.11.2. TAHOGENERATORUL DE C.C.

Principial, tahogeneratorul de c.c este un generator de c.c. cu magneţi pemanenţi, astfel încât t.e.m. a tahogeneratorului este proporţională cu turaţia acestuia. Maşina funcţionează ca traductor de viteză - tensiune. Tahogeneratorul de c.c. este utilizat, fie pentru măsurarea turaţiei, fie în buclele de reglare automată (bucle tahometrice).

Avantajele tahogeneratoarelor de c.c. constau în faptul că nu introduc erori de fază, cum introduc cele de c.a., iar tahogeneratoarele cu magneţi permanenţi dau un câmp magnetic de excitaţie care nu este influenţat de variaţiile de temperatură. Ca dezavantaje, se amintesc semnalele parazite introduse de comutaţie şi îmbătrânirea magneţilor permanenţi şi deci necesitatea de reetalonare în timp a tahogeneratorului.

4.11.3. SERVOMOTORUL DE C.C. CU MAGNEŢI PERMANENŢI

Datorită progreselor înregistrate în construcţia magneţilor permanenţi, maşinile electrice excitate cu magneţi permanenţi au căpătat o largă aplicare. Astfel de maşini au avantaje importante printre care amintim: construcţie mai simplă, greutate mai mică şi dimensiuni de gabarit mai mici, pierderi mai mici şi randament mai ridicat. În acelaşi timp, maşinile cu magneţi permanenţi au un preţ mai mare în comparaţie cu maşinile cu excitaţie clasică, datorită preţului ridicat al magneţilor permanenţi.

4.12. ACŢIONĂRI ELECTRICE CU MOTOARE DE C. C.

Motoarele de curent continuu se utilizează în mod curent în acţionările electrice. Pornirea, frânarea şi reglarea turaţiei acestor motoare se fac relativ uşor şi cu metode sigure şi economice. Limitarea folosirii motoarelor de curent continuu în acţionările electrice este legată de existenţa colectorului. Acesta conduce la scăderea fiabilităţii schemei de acţionare, la o întreţinere mai costisitoare şi, în multe cazuri, la producerea incendiilor.

4.12.1. PORNIREA MOTOARELOR DE C.C. LA TENSIUNE CONSTANTĂ

Pornirea motoarelor electrice de c.c. alimentate de la o sursă de tensiune constantă se face prin folosirea unui *reostat de pornire*, în trepte, înseriat cu indusul pentru a se reduce curentul de pornire.

Ecuaţia de tensiuni a motorului (alimentat la tensiune nominală) se scrie astfel: $U_n = E + R_A I_A$. La pornire, turaţia motorului este nulă, deci t.e.m. $E = 0$, aşa încât curentul de pornire are o valoare foarte mare:

$$I_p = \frac{U_n}{R_A} \in (10...20) I_n \qquad (4.23)$$

La pornire, se foloseşte un reostat de pornire de valoare totală R_p, care se calculează astfel încât curentul de pornire să ia valori în gama $(1,2 ... 2,0)I_n$.

$$I_p=\underbrace{(1,2...2,0)}_{k_I}I_n=k_I I_n=\frac{k_I P_n}{U_n\eta_n},\ \text{unde}\ I_n=\frac{P_n}{U_n\eta_n}$$

$$\Rightarrow \frac{k_I P_n}{U_n\eta_n}=\frac{U_n}{R_A+R_p}\ \text{din care}\Rightarrow R_p=\frac{\eta_n U_n^2}{k_I P_n}-R_A \qquad (4.24)$$

Reostatul de pornire R_p se împarte în trepte printr-un procedeu grafo-analitic.

4.12.2. PORNIREA MOTOARELOR DE C. C. LA TENSIUNE VARIABILĂ

În cazul în care se dispune de o sursă variabilă de tensiune reglabilă (redresor comandat, chopper), pornirea motoarelor de c.c. se face fără reostat de pornire. Variaţia tensiunii se poate face din comanda sursei variabile, iar pornirea se realizează prin creşterea treptată şi controlată a tensiunii aplicate motorului, astfel încât curentul de pornire să fie limitat la o valoare dorită, de către o buclă de reglare automată.

4.12.3. FRÂNAREA MOTOARELOR DE C. C.

Se vor trata problemele privind frânarea motoarelor de c.c. cu excitaţie derivaţie. În cazul frânării motoarelor serie, apar probleme specifice, legate de înfăşurarea de excitaţie. Frânarea motoarelor derivaţie se poate face, ca şi în cazul motoarele asincrone, prin trei metode: frânarea în regim de generator (recuperativă), frânarea contracurent şi frânarea dinamică (nerecuperativă).

a. Frânarea în regim de generator cu recuperare se produce atunci când tensiunea contraelectromotoare a motorului depăşeşte valoarea tensiunii de la bornele rotorice. În acest caz, se schimbă semnul curentului rotoric şi, cum semnul tensiunii de alimentare rămâne acelaşi, se schimbă şi semnul puterii active. Maşina intră în regim de generator de c.c., puterea de la bornele maşinii este introdusă în reţea. Metoda se foloseşte în special în tracţiunea electrică. De exemplu, un tren antrenat de un motor de c.c. derivaţie, care urcă o pantă are punctul de funcţionare pe caracteristica mecanică din Fig. 4.30.a, în A. La un moment dat, trenul începe să coboare panta şi punctul de funcţionare se deplasează în B, când curentul absorbit de motor este nul. Dacă panta creşte, cuplul gravitaţional devine activ, punctul de funcţionare ajunge în C, curentul I_A al motorului schimbă de semn şi o parte din energia gravitaţională a trenului este introdusă în reţea, trenul fiind astfel frânat.

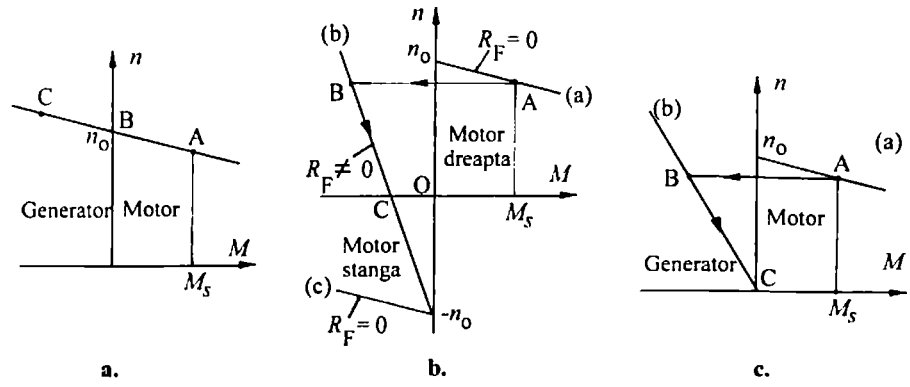


Fig. 4.30. Cu privire la frânarea motoarelor derivaţie de c.c.: **a** - frânarea recuperativă în regim de generator; **b** - frânarea contracurent; **c** - frânarea dinamică.

b. Frânarea contracurent se întâlneşte în numeroase acţionări la care se cere oprirea rapidă a instalaţiilor mecanice antrenate de motoare de c.c. Pentru a ne fixa ideile, să ne referim la cazul acţionării unui laminor reversibil. În asemenea instalaţii, se pune problema ca după ce maşina electrică a funcţionat în regim de motor, rotind valţurile laminorului într-un sens, să se frâneze rapid instalaţia şi apoi să se accelereze valţurile în sens contrar. În acest scop, după ce maşina a funcţionat ca motor intr-un anumit sens de rotaţie, se inversează sensul tensiunii aplicate motorului (indusului), excitaţia rămânând neschimbată şi maşina trece în regim de frână propriu-zisă, până când viteza sa devine nulă, apoi, în continuare, intră în regim de motor, cu sens invers de rotaţie.

Să considerăm caracteristica mecanică naturală din Fig. 4.30.b, maşina funcţionând iniţial ca motor în punctul A, pe caracteristica (a). Se întrerupe brusc alimentarea, se schimbă polaritatea tensiunii rotorice U_A şi, în acelaşi timp, se introduce în rotor rezistenţa de frânare R_F. Punctul de funcţionare sare brusc din A în B, turaţia n scade la zero (în punctul C), după caracteristica mecanică (b). După schimbarea sensului de rotaţie, pentru a accelera sistemul în sens invers, se scurtcircuitează o parte din rezistenţa R_F şi motorul funcţionează în cadranul III, după caracteristica mecanică (c).

c. Frânarea dinamică (nerecuperativă) se poate explica pornind de la regimul de motor de c.c. funcţionând în punctul A al caracteristicii mecanice (Fig. 4.30.c). Dacă dorim să frânăm motorul, se deconectează maşina de la reţea şi se închide circuitul rotoric pe o rezistenţă R, excitaţia motorului rămânând cuplată la reţea. Maşina continuă să se rotească în acelaşi sens, din inerţie, şi devine generator, care debitează energie pe rezistenţa R. Această energie provine din energia cinetică a maselor rotorice în mişcare, care se transformă în căldură, frânând astfel maşina. Punctul de funcţionare sare din A în B, apoi se deplasează spre C, când maşina se opreşte. Frânarea este cu atât mai eficientă cu cât rezistenţa R este mai mică.

4.12.4. REGLAREA TURAŢIEI MOTOARELOR DE CURENT CONTINUU

Turaţia unui motor de c.c. cu excitaţie derivaţie se deduce folosind expresia (4.20) a caracteristicii mecanice a motorului:

$$n = \frac{U_A}{2\pi k\Phi} - \frac{R_A}{2\pi \cdot (k\Phi)^2} \cdot M \qquad (4.25)$$

Relaţia de mai sus arată că, la cuplu de sarcină dat ($M \cong M_r$), reglarea vitezei se poate face modificând tensiunea de alimentare U_A, fluxul de excitaţie Φ sau rezistenţa rotorului R_A.

a. Reglarea turaţiei prin modificarea tensiunii de alimentare U_A

Aceasta reprezintă una dintre cele mai răspândite metode de reglare a turaţiei folosite la motoarele de c.c. Aşa cum s-a arătat, turaţia unui motor de c.c. este direct proporţională cu tensiunea de alimentare şi invers proporţională cu fluxul magnetic de excitaţie.

Caracteristicile mecanice ale motorului de c.c. la variaţia tensiunii de alimentare se prezintă în Fig. 4.31.a, pentru motoare derivaţie şi în Fig. 4.31.b pentru motoare serie de c.c. Se remarcă faptul că viteza de rotaţie poate fi variată continuu, dacă se variază continuu tensiunea U_A.

Reglarea este monozonală inferioară, viteza putând fi variată numai sub valoarea ei nominală, din cauza saturației motorului, sau a solicitării izolației acestuia.

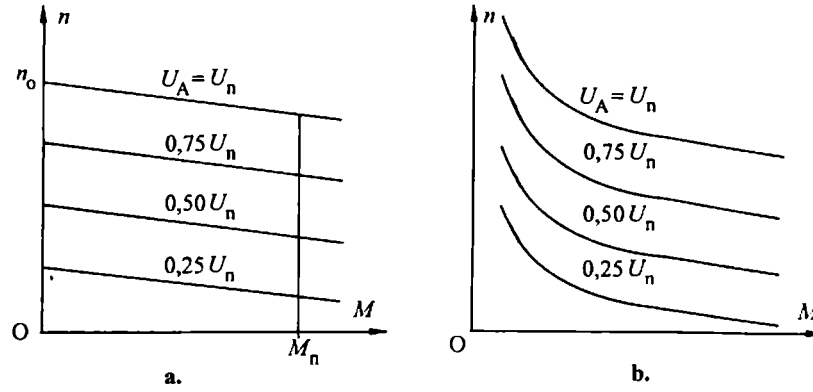


Fig. 4.31. Familia de caracteristici mecanice ale motoarelor de c.c.:
a - cu excitație derivație; **b** - cu excitație serie.

Variația tensiunii motorului se poate face folosind un *redresor comandat* sau un *chopper*. Motorul de c.c. este o sarcină activă pentru sursa de tensiune, în sensul că, pe lângă parametrii L_A și R_A, acesta mai introduce în circuit și o tensiune electromotoare E de sens opus tensiunii aplicate U_A la bornele motorului. Acest fapt conduce la anumite particularități în funcționarea motoarelor de curent continuu alimentate de la redresoare comandate.

Dacă nu se dispune de o rețea de c.a., nu se pot folosi redresoare comandate pentru alimentarea motoarelor de c.c. În această situație, se folosește o rețea de c.c. (troleibuze, tramvaie, metrou) sau o baterie de acumulatoare (electrocare, electrostivuitoare) la care reglarea tensiunii continue se face prin folosirea unui contactor static numit chopper. Valoarea medie a tensiunii continue la ieșirea contactorului static este funcție de factorul de acoperire al acestuia.

În unele laboratoare de încercări ale mașinilor electrice de c.c., este încă folosită modificarea tensiunii de alimentare folosind *grupul generator - motor* (grupul Ward - Leonard), care constă în alimentarea unui motor de c.c. cu excitație independentă, cu ajutorul unui generator de c.c. cu tensiune variabilă, obținută pe baza variației curentului de excitație al generatorului. Generatorul de c.c. este antrenat de un motor asincron trifazat.

b. Reglarea turației prin variația fluxului magnetic de excitație

Este o metodă uzuală de reglare a turației unui motor de c.c și se realizează adesea în combinație cu variația tensiunii de alimentare a motorului. Turația motorului de c.c. este invers proporțională cu fluxul magnetic de excitație Φ. Întrucât o creștere a fluxului de excitație peste valoarea lui nominală conduce la saturarea circuitului magnetic al mașinii, se recurge la scăderea fluxului. Din această cauză, metoda reglării turației prin modificarea fluxului de excitație este denumită adesea și *metoda subexcitării* sau *a slăbirii de flux*, fiind vorba deci, de o reglare monozonală superioară, turația putând fi variată numai în sensul creșterii ei peste valoarea nominală.

La motorul cu excitație separată (sau derivație), modificarea curentului de excitație, deci a fluxului de excitație, se face simplu, fără pierderi mari de energie.

Scăderea fluxului are drept urmare reducerea capacității de încărcare a motorului prin reducerea cuplului.

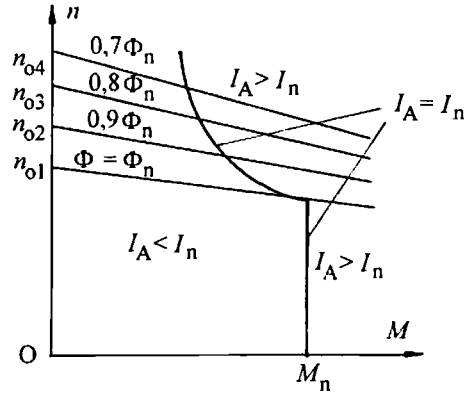


Fig. 4.32. Familia de caracteristici mecanice ale motorului derivație prin slăbirea de flux.

În Fig. 4.32, se prezintă caracteristicile mecanice ale motorului derivație în cazul variației fluxului magnetic de excitație. Trebuie remarcat faptul că, dacă cuplul rămâne constant, atunci, odată cu micșorarea fluxului de excitație, curentul I_A absorbit de motor crește. Dacă acest curent depășește valoarea nominală, funcționarea în acest regim de depășire nu este permisă din motive de încălzire. În Fig. 4.32, s-a trasat și hiperbola echilateră care corespunde ecuației $M\Omega = P_n$ = const. și care delimitează două domenii. Funcționarea motorului în domeniul din dreapta nu este permisă, fiindcă $I_A > I_n$.

În cazul motorului de c.c. cu excitație serie, modificarea curentului de excitație se face conectând în paralel cu înfășurarea de excitație un reostat variabil.

c. Reglarea turației motorului de c.c. prin modificarea rezistenței R_A

La un cuplu de sarcină dat, creșterea rezistenței circuitului rotoric, prin adăugarea unei rezistențe R_r în serie, conduce la scăderea turației motorului de c.c. (reglare monozonală inferioară). Introducerea unei rezistențe în serie cu rotorul are ca efect o scădere a randamentului reglării. Gama de reglare este cu atât mai mare (metoda este cu atât mai eficientă), cu cât cuplul de sarcină este mai mare. La sarcini reduse, metoda este ineficientă.

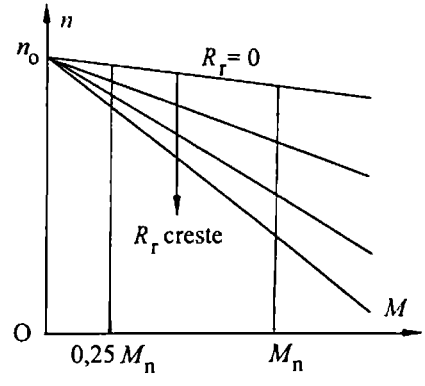


Fig. 4.33. Caracteristicile mecanice ale motorului derivație la variația rezistenței rotorice.

Această concluzie este evidențiată și de caracteristicile mecanice din Fig. 4.33, ridicate pentru un motor derivație, la variația rezistenței rotorice.

4.13. PROBLEME CU MAȘINI DE C.C.

PROBLEMA 4.1.

Un generator de c.c., cu excitație separată (independentă) are datele: $E=E_o = 127V$ (se neglijează reacția indusului), $\Delta U_p = 2V$, $R_A = 0{,}5\Omega$, $P_m = 150W$ (pierderi mecanice), $P_{Fe} = 100$ W. Să se determine: **a.** Tensiunea nominală U_n, dacă curentul nominal este $I_n = 30$ A; **b.** Rezistența de sarcină R; **c.** Puterea primară P_1 absorbită de la motorul primar; **d.** Randamentul nominal η_n al generatorului, considerând că puterea necesară înfășurării de excitație este 3 % din puterea utilă; **e.** Căderea de tensiune ΔU_n de la gol la sarcină nominală; **f.** Cuplul M_a necesar motorului primar pentru a antrena generatorul la turația $n = 1500$ rot/min.

Soluție: **a.** Tensiunea nominală se determină, din regimul nominal, cu relația:

$$U_n = E - R_A I_n - \Delta U_p = 127 - 0{,}5 \cdot 30 - 2 = 110V$$

b. Rezistența sarcinii generatorului se calculează imediat:

$$R = \frac{U_n}{I_n} = \frac{110}{30} = 3{,}67\Omega$$

c. Puterea primară P_1, absorbită de la motorul primar, se obține însumând puterea electromagnetică dezvoltată, cu pierderile în rotor P_m și cu pierderile în fier P_{Fe}:

$$P_1 = EI_n + P_m + P_{Fe} = 127 \cdot 30 + 150 + 100 = 4060W$$

d. Randamentul nominal se deduce cu relația:

$$\eta_n = \frac{P_2}{P_1 + P_e} = \frac{U_n I_n}{4060 + 0{,}03 \cdot U_n I_n} = 0{,}794$$

în care P_e este puterea pierdută în înfășurarea de excitație.

e. Variația de tensiune de la gol la sarcină nominală va fi:

$$\Delta U_n = E - U_n = 127 - 110 = 17V$$

f. Cuplul motorului de antrenare M_a are expresia:

$$M_a = \frac{P_1}{\Omega} = \frac{P_1}{2\pi n} = \frac{4060 \cdot 60}{2\pi \cdot 1500} = 25{,}8Nm$$

PROBLEMA 4.2.

Să se dimensioneze reostatul de pornire, să se determine numărul de trepte și valorile rezistențelor pe fiecare treaptă ale unui motor de c.c. derivație având următoarele date nominale: $P_n = 3$ kW; $U_n = 110$V; $I_n = 33$ A; $n_n = 1500$ rot/min. Cuplul tranzitoriu de pornire trebuie să fie cuprins între 1,2 și $1{,}8M_n$, iar excitația mașinii se menține constantă în perioada pornirii.

Soluţie: 1) Se determină cuplul nominal $M_n = P_n/(2\pi n_n) = 19{,}1$ Nm, randamentul nominal $\eta_n = P_n/(U_n I_n) = 0{,}826$. Rezistenţa rotorului R_A se determină din ipoteza ca pierderile din înfăşurarea rotorică să reprezinte jumătate din totalul pierderilor din motor, obţinându-se:

$$R_A I_n^2 \cong 0{,}5\cdot(1-\eta_n)U_n I_n \Rightarrow R_A \cong \frac{(1-\eta_n)U_n}{2I_n} = 0{,}289\Omega$$

Rezultă valorile maximă şi minimă ale cuplului electromagnetic în perioade de pornire $M_{max} = 34{,}4$ Nm şi $M_{min} = 22{,}92$ Nm;

2) Constanta de flux $2\pi k\Phi$ se calculează din ecuaţia de tensiuni a motorului scrisă în punctul nominal de funcţionare obţinându-se:

$$2\pi k\Phi = \frac{U_A - R_A I_n}{n_n} = \frac{110 - 0{,}289\cdot 33}{25} = 4{,}02Vs$$

3) Se determină expresia analitică $n = f(M)$, a caracteristicii mecanice naturale a motorului, dată de relaţia:

$$n = \frac{U_A}{2\pi k\Phi} - \frac{2\pi R_A}{(2\pi k\Phi)^2}\cdot M = 27{,}36 - 0{,}112M = n_o - 0{,}112M$$

4) Considerând U_A = const. şi Φ = const., familia de caracteristici mecanice ale motorului la variaţia rezistenţei înseriate cu indusul are expresia:

$$n = n_o - \frac{2\pi(R_A + R_k^*)}{(2\pi k\Phi)^2}\cdot M = 27{,}36 - 0{,}389\cdot(0{,}289 + R_k^*)M, \qquad (4.26)$$

în care R_k^* este rezistenţa adiţională totală corespunzătoare caracteristicii (k), din Fig. 4.34, de unde se determină grafo-analitic numărul de trepte ale reostatului, rezultând 4 trepte;

5) Se determină, cu relaţia (4.26), rezistenţa R_4^* (rezistenţa totală a reostatului de pornire) din ecuaţia dreptei (4) din Fig. 4.34, scrisă în punctul A, în care cuplul $M_A = M_{max} = 1{,}8M_n = 34{,}4$ Nm şi $n = 0$. Rezultă $R_4^* = 1{,}755\ \Omega$;

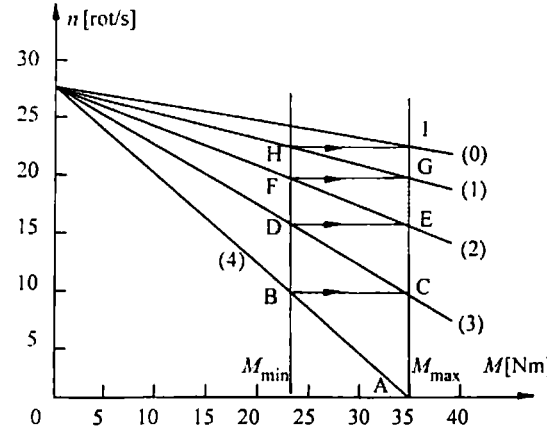


Fig. 4.34. Explicativă la dimensionarea reostatului de pornire.

6) Tot din ecuația dreptei (4) scrisă în punctul B, rezultă turația $n_B = 27{,}36 - 0{,}389 \cdot (0{,}289 + 1{,}755) \cdot 22{,}92 = 9{,}13$ rot/s;

7) Scriind că $n_B = n_C$ (în momentul scurtcircuitării ultimei trepte a reostatului turația rămâne practic aceeași) și aplicând ecuația (4.26) punctului C (34,4 Nm; 9,13 rot/s) rezultă $R_3^* = 1{,}073\ \Omega$; Se determină din aceeași ecuație $n_D = 15{,}21$ rot/s;

8) In același mod, se determină $R_2^* = 0{,}637\ \Omega$, $n_F = 19{,}1$ rot/s, $R_1^* = 0{,}328\ \Omega$; $n_H = 21{,}85$ rot/s. Punctul I, obținut la intersecția unei paralele prin H la axa absciselor cu dreapta paralelă cu ordonatele $M = M_{max}$, poate să fie pe caracteristica naturală (0), sub ea sau deasupra ei. Numărul de trepte se determină deci, atunci când punctul I (sau analog lui I în construcția grafo-analitică) se află în imediata vecinătate a caracteristicii naturale (0). În cazul exemplului tratat, punctul de pe caracteristica naturală corespunzător cuplului maxim este (34,4 Nm, 23,49 rot/s) deci punctul I se găsește sub acest punct la 1,66 rot/s. Eroarea este acceptabilă, deci reostatul are 4 trepte;

9) Valorile celor 4 trepte ale rezistențelor reostatului de pornire sunt: $R_1 = R_1^* = 0{,}328\ \Omega$; $R_2 = R_2^* - R_1^* = 0{,}309\ \Omega$; $R_3 = R_3^* - R_2^* = 0{,}436\ \Omega$ și $R_4 = R_4^* - R_3^* = 0{,}682\Omega$

PROBLEMA 4.3.

Un tramvai este acționat de un motor de c.c. cu excitație independentă cu datele următoare: $U_n = 800$ V; $n_n = 1350$ rot/min; $I_n = 100$ A; $R_A = 0{,}4\ \Omega$. Să se determine: **a.** Cuplul electromagnetic al motorului; **b.** Rezistența R_F necesară frânării dinamice din mersul cu viteza nominală, astfel încât, în primul moment al frânării, cuplul de frânare să fie egal cu cel electromagnetic.

Soluție: **a.** Ecuația de tensiuni a motorului este $U_n = 2\pi k n_n \Phi + R_A I_n$, din care deducem constanta $2\pi k\Phi = (U_n - R_A I_n)/n_n = 33{,}77$ V. Cuplul electromagnetic al motorului este $M = k\Phi \cdot I_n = 537{,}7$ Nm.

b. În momentul când începe frânarea dinamică, $U_A = 0$ și în acest regim, în primul moment, se poate deduce ecuația de tensiuni a motorului, din care rezultă rezistența de frânare:

$$2\pi k n_n \Phi = (R_A + R_F) I_n \Rightarrow R_F = \frac{2\pi k n_n \Phi}{I_n} - R_A = 7{,}2\ \Omega$$

PROBLEMA 4.4.

Un motor serie de c.c. cu caracteristică magnetică liniară ($\Phi = k_\Phi I_A$), alimentat la tensiunea $U_n = 440$ V are $R_A + R_e = 0{,}2\ \Omega$, $2\pi k k_\Phi = 0{,}07$ Vs/A, $I_n = 200$A. Să se determine rezistența înseriată cu indusul motorului R_F pentru ca acesta să coboare uniform o sarcină care imprimă la arbore un cuplu rezistent egal cu jumătate din cuplul său nominal la o turație egală cu jumătate din turația sa nominală.

Soluție: Din ecuația de tensiuni, scrisă în regimul nominal, se determină turația nominală n_n:

$$U_n = 2\pi k k_\Phi I_n n_n + (R_A + R_e) I_n \Rightarrow n_n = 28{,}57 rot/s$$

Cuplul electromagnetic M se calculează cu relaţia:

$$M_n = k k_\Phi \cdot I_n^2 = 446 Nm$$

Pentru a deduce rezistenţa de frânare R_F se scrie ecuaţia de tensiuni a motorului, considerând că turaţia îşi schimbă sensul, având valoarea n_s = 14,285 rot/s iar cuplul de frânare este M_s = 223 Nm:

$$U_n = -2\pi k k_\Phi I n_s + (R_A + R_e + R_F) I, \text{ cu } I = \sqrt{\frac{M_s}{k k_\Phi}} \Rightarrow R_F = 3{,}917\ \Omega$$

PROBLEMA 4.5.

La pornirea unui motor derivaţie de c.c. se face schema de pornire cu reoastat înseriat în circuitul principal, dar se face o confuzie şi se conectează înfăşurarea de excitaţie în serie cu înfăşurarea indusului. **a.** Ce se întâmplă la pornire? **b.** Să se rezolve aceeaşi problemă pentru un motor serie, la care se conectează din greşeală, înfăşurarea de excitaţie în derivaţie.

Soluţie: **a.** Rezistenţa înfăşurării de excitaţie este foarte mare, faţă de cea a indusului, deoarece curentul de excitaţie la maşinile derivaţie este de câteva procente din curentul nominal. Deci, prin înserierea înfăşurării de excitaţie cu indusul, curentul prin maşină va fi mic ($I_A = I_e$), iar fluxul de excitaţie va avea valoarea normală. În schimb, cuplul electromagnetic $M = k\Phi I_A = k\Phi I_e$ va fi foarte mic (câteva procente din cuplul de pornire normal) şi motorul nu va putea porni.

b. În cazul pornirii motorului serie, cu înfăşurarea de excitaţie conectată în derivaţie, rezistenţa înfăşurării de excitaţie este de acelaşi ordin de mărime cu a înfăşurării indusului şi prin cele două înfăşurări vor circula curenţi aproximativ egali ($I_A = I_e$). Alimentarea motorului prin reostatul de pornire duce la limitarea curenţilor prin înfăşurarea indusului şi prin cea de excitaţie, motorul are cuplu de pornire şi porneşte. Pe măsură ce reostatul de pornire se scoate din circuit, curentul prin înfăşurarea de excitaţie va creşte foarte mult, şi aceasta va fi supusă unui regim termic foarte dur. Fluxul de excitaţie al motorului se va mări până la valoarea de saturaţie, deci cuplul electromagnetic se va păstra la o valoare importantă, motorul va continua să se rotească şi, după un timp scurt, înfăşurarea de excitaţie se va arde. În această situaţie, rotorul motorului se va ambala, putându-se deteriora şi din punct de vedere mecanic.

PROBLEMA 4.6.

Un motor de c.c. derivaţie are datele nominale P_n = 12 kW, U_n = 220 V, I_n = 64A, R_A = 0,243 Ω, R_e = 115,8 Ω, n_n = 685 rot/min. Să se determine: **a.** produsul $k\Phi_n$ al maşinii; **b.** cuplul electromagnetic nominal al maşinii la Φ_n; **c.** turaţia la mersul în gol ideal n_o şi turaţia reală n_{or} la mersul în gol; **d.** să se calculeze caracteristica mecanică a motorului $n = f(M)$ pentru tensiunile U_n şi $U_n/2$; **e.** valoarea rezistenţei înseriate cu indusul astfel încât $n = n_n/2$, menţinând cuplul şi fluxul la valori nominale.

Soluţie: **a.** Din ecuaţia de tensiuni a motorului deducem:

$$I_{An}=I_n-\frac{U_n}{R_e}=62{,}1A;\Rightarrow k\Phi_n=\frac{U_n-R_AI_{An}}{2\pi n_n}=K=2{,}85\ Vs$$

b. Cuplul electromagnetic nominal se deduce cu relația:

$$M_n=k\Phi_nI_{An}=2{,}85\cdot 62{,}1=178Nm$$

c. Turația de mers în gol ideal se deduce din relația: $n_o = U_n/(2\pi K) = 220/17{,}95 =$ $= 12{,}26$ rot/s $= 735$ rot/min. Cuplul nominal la ax este: $M'_n = P_n/(2\pi n_n) = 167$ Nm; Cuplul motorului corespunzător pierderilor este: $M'_p = M_n - M'_n = 178 - 167 = 11$ Nm. Turația reală de mers în gol se deduce din relația (4.26) în care se înlocuiește M cu M'_p și se consideră $R^*_k = 0$:

$$n_{or} = 220/17{,}95 - (2\pi\cdot 0{,}243\cdot 11)/17{,}95^2 = 12{,}2 \text{ rot/s} = 732 \text{ rot/min.}$$

d. Presupunem caracteristicile mecanice drepte cu pantă negativă; pentru U_n ecuația acestei drepte având expresia:

$$n=n_o-\frac{2\pi R_A}{(2\pi k\Phi)^2}\cdot M=12{,}26-0{,}00474M,\ \text{[rot/s]}$$

iar pentru $U_n/2$ expresia caracteristicii mecanice a motorului va fi:

$$n = n_o/2 - 0{,}00474\,M = = 6{,}13 - 0{,}00474\,M \text{ [rot/s];}$$

e. Pentru determinarea rezistenței înseriate cu indusul astfel încât turația să scadă la jumătate, se folosește relația:

$$\frac{n_n}{2}=n_0-\frac{2\pi(R_A+R_r)M_n}{(2\pi k\Phi)^2},\ \Rightarrow R_r=1{,}632\Omega.$$

PROBLEMA 4.7.

Un motor serie de c.c. are datele: $U_n = 220$ V, $I_n = 104$ A, $R_A + R_e = 0{,}157\ \Omega$. Se înseriază cu rotorul rezistența $R = 0{,}35\ \Omega$. Să se determine raportul dintre turația pentru U_n și turația pentru $U_n/2$, curentul I_n, fluxul Φ și rezistența R rămânând neschimbate în cele două situații.

Soluție: Relația turației motorului în cele două situații se scrie:

$$n_n=\frac{U_n-I_n(R_A+R_e+R)}{2\pi k\Phi_n}\ \text{ si }\ n'=\frac{0{,}5\cdot U_n-I_n(R_A+R_e+R)}{2\pi k\Phi_n}$$

Făcând raportul celor două turații se găsește expresia:

$$\frac{n_n}{n'}=\frac{U_n-I_n(R_A+R_e+R)}{0{,}5U_n-I_n(R_A+R_e+R)}=2{,}9;\ \text{Se constată că: } \frac{n_n}{n'}\neq\frac{U_n}{U'}$$

PROBLEMA 4.8.

O mașină de c.c. cu excitație independentă este caracterizată de tensiunea $U_n = 220$ V, curentul $I_n = 50$ A, turația $n_n = 1200$ rot/min, $\Delta U_p = 2$V, $P_{Fe} + P_m = 900$ W.

Să se determine: **a.** Suma pierderilor ΣP din maşină; **b.** Puterea cedată P_{2g}, primită P_{1g} şi randamentul η_g, dacă maşina ar funcţiona în regim de generator; **c.** Puterea cedată P_{2m}, primită P_{1m} şi randamentul η_m, dacă maşina ar funcţiona în regim de motor; **d.** De ce apar deosebiri între P_{2g} şi P_{2m}.

Soluţie: **a.** Suma pierderilor din maşină este dată de relaţia:

$$\Sigma P = R_A I_A^2 + \Delta U_p I_A + P_{Fe} + P_m = 0{,}4 \cdot 50^2 + 2 \cdot 50 + 900 = 2000\ W$$

b. În regim de generator, puterea cedată este: $P_{2g} = U_n I_n = 220 \cdot 50 = 11$ kW, puterea primită este $P_{1g} = P_{2g} + \Sigma P = 11 + 2 = 13$ kW, iar randamentul este are valoarea $\eta_g = P_{2g}/P_{1g} = 13/11 = 0{,}845$.

c. În regim de motor, puterea primită are valoarea $P_{1g} = U_n I_n = 220 \cdot 50 = 11$ kW, puterea cedată este $P_{2g} = P_{1g} - \Sigma P = 11 - 2 = 9$ kW, iar randamentul este are valoarea $\eta_m = P_{2m}/P_{1m} = 9/11 = 0{,}818$.

d. Deşi datele nominale ale maşinii sunt aceleaşi, puterea absorbită a acesteia este cu 2 kW mai mică în regim de motor, decât în regim de generator. Acest lucru conduce la randamente diferite ale maşinii în cele două regimuri de funcţionare, deşi pierderile de putere sunt acelaşi. În regim de generator, aceeaşi maşină asigură conversia electromecanică a unei puteri mai mari decât în regim de motor. Suplimentul de putere este egal chiar cu ΣP.

PROBLEMA 4.9.

Un motor derivaţie are datele: $U_A = 440$ V, $I_n = 50$ A, $R_A = 0{,}6\Omega$, $\Delta U_p = 3$ V, $n_n = 800$ rot/min, $R_e = 176\ \Omega$. Să se determine: **a.** Tensiunea contraelectromotoare E indusă în regimul nominal; **b.** Cuplul electromagnetic al motorului; **c.** Randamentul motorului dacă $P_m = 500$ W şi $P_{Fe} = 600$ W; **d.** Cuplul util M_r transmis sarcinii.

Soluţie: **a.** T.c.e.m. E se deduce din ecuaţia de tensiuni $E = U_n - R_A I_{An} - \Delta U_p$, în care $I_{An} = I_n - I_e = I_n - U_n/R_e = 50 - 440/176 = 47{,}5$ A, rezultă $E = 408{,}5$ V.

b. Cuplul electromagnetic se află scriind puterea electromagnetică în două moduri:

$$P = EI_{An} = M\Omega \Rightarrow M = \frac{EI_{An}}{2\pi n} = \frac{408{,}5 \cdot 47{,}5 \cdot 60}{2\pi \cdot 800} = 231{,}7 Nm$$

c. Randamentul nominal se deduce după calculul sumei pierderilor în motor şi a mărimii P_1:

$$\Sigma P = R_A I_A^2 + R_e I_e^2 + P_m + \Delta U_p I_A + P_{Fe} = 3696W;\ P_1 = U_A I_n = 22.000W$$

în care P_1 este puterea absorbită de motor de la reţea. Randamentul se determină astfel:

$$\eta = \frac{P_1 - \Sigma P}{P_1} = \frac{22.000 - 3696}{22.000} = 0{,}832$$

d. Cuplul electromagnetic transmis de către motor sarcinii este dat de relaţia:

$$M_r = \frac{P_1 - \Sigma P}{\Omega} = \frac{(22.000 - 3696) \cdot 60}{2\pi \cdot 800} = 218{,}6\ Nm$$

PROBLEMA 4.10.

Un motor derivaţie de c.c. are datele nominale: P_n = 20 kW, U_n = 220 V, η_n = 0,85; R_A = 0,15 Ω, R_e = 44 Ω. Să se determine: **a.** Curentul nominal I_n al motorului; **b.** Rezistenţa reostatului de pornire pentru regimul în care $I_p = 1{,}2I_n$.

Soluţie: **a.** Curentul nominal al motorului se deduce cu relaţia:

$$I_n = \frac{P_n}{U_n \eta_n} = \frac{20.000}{220 \cdot 0{,}85} = 107A$$

b. În momentul pornirii $n = 0$, deci $E = 0$ şi din schema echivalentă se deduce:

$$I_p = \frac{U_n}{R_p + \frac{R_A R_e}{R_A + R_e}} \cong \frac{U_n}{R_p + R_A}$$

Rezistenţa reostatului de pornire este: $R_p = \frac{U_n}{I_p} - R_A = \frac{220}{1{,}2 \cdot 107} - 0{,}15 = 1{,}563\ \Omega$

PROBLEMA 4.11.

Un motor serie de c.c. are datele: P_n= 60 kW, U_n= 440V, R_e = 0,4Ω, R_A= 0,1Ω, η_n = 0,85, $\dot{n}_n$ = 1500 rot/min = 25 rot/sec. Să se determine: **a.** Rezistenţa reostatului de pornire astfel încât motorul să aibă $M_{pornire}$ = 1,6 M_n, motorul fiind considerat liniar; **b.** Constanta kk_Φ a motorului dacă se neglijează pierderile mecanice şi în fier; **c.** Turaţia motorului la un curent egal cu $0{,}4I_n$.

Soluţie: **a.** Avem relaţia cuplului electromagnetic:

$$M = kk_\Phi \cdot I_e I_A = kk_\Phi \cdot I_A^2$$

Scriind relaţia de mai sus în cele două regimuri şi făcând raportul avem:

$$\frac{M_p}{M_n} = \left(\frac{I_p}{I_n}\right)^2 \text{ sau } I_p = I_n\sqrt{1{,}6}$$

Se determină întâi curentul nominal $I_n = P_n/(\eta_n U_n)$ = 60.000/(0,85·440) = 160 A, apoi curentul de pornire $I_p = 160 \cdot \sqrt{1{,}6}$ = 203 A. În regimul de pornire $E = 0$, deci putem scrie ecuaţia $U_n = I_p(R_A + R_e + R_p)$ din care deducem expresia rezistenţei reostatului de pornire necesar:

$$R_p = \frac{U_n}{I_p} - R_A - R_e = \frac{440}{203} - 0{,}4 - 0{,}1 = 1{,}66\Omega$$

b. Scriem expresia cuplului nominal în două moduri, primul cu expresia puterii nominale şi al doilea cu relaţia cuplului de mai sus, după care se deduce produsul kk_Φ:

$$\frac{P_n}{2\pi n_n} = kk_\Phi \cdot I_n^2 \Rightarrow kk_\Phi = \frac{P_n}{2\pi \cdot I_n^2 n_n} = \frac{60.000 \cdot 60}{2\pi \cdot 160^2 \cdot 1500} = 0{,}015\frac{Nm}{A^2}$$

c. Aplicăm ecuaţia de tensiuni a motorului în regimul $I = 0{,}4\ I_n$ şi găsim relaţia: $U_n = kk_\Phi\, n\, (0{,}4I_n) + (R_A + R_e)\cdot 0{,}4I_n$, din care se deduce noua valoare a turaţiei motorului n = 68 rot/sec = 4082 rot/min.

ANEXE

A.1. TRANSFORMATOARE TRIFAZATE ÎN REGIMURI NESIMETRICE

A.1.1. GENERALITĂŢI

Funcţionarea transformatoarelor trifazate în regimuri nesimetrice conduce la înrăutăţirea performanţelor acestora: creşterea pierderilor în fier şi în înfăşurări, supratemperaturi locale, deformarea undelor tensiunilor de linie şi de fază, micşorarea cuplului maşinilor electrice de c.a.

Regimurile de funcţionare ale transformatoarelor electrice funcţionând în sarcină nesimetrică se împart în două categorii: *regimuri nesimetrice echilibrate* şi *regimuri nesimetrice dezechilibrate*. Regimurile nesimetrice echilibrate sunt acelea la care nu apar componente homopolare de curenţi sau tensiuni. Aceste regimuri sunt specifice schemelor de conexiuni *Yy*, *Yd*, *Dy* şi *Dd*. Regimurile nesimetrice dezechilibrate sunt caracterizate de existenţa componentelor homopolare de tensiune şi curent şi sunt specifice schemelor de conexiuni Yy_0, Y_0y_0, Dy_0, Ydy_0 (cu înfăşurare suplimentară terţiară conectată în triunghi), Yz_0 şi Dz_0. În toate aceste ultime cazuri, indicele zero semnifică existenţa punctului netru al stelei sau zig-zagului şi existenţa unui curent nenul pe firul neutru. Regimurile nesimetrice ale transformatoarelor electrice se vor studia în ipoteza neglijării curentului de mers în gol.

A.1.2. REGIMUL NESIMETRIC ECHILIBRAT

Acest regim fiind caracterizat de lipsa componentelor homopolare, curenţii din secundar se reflectă în primar, astfel încât solenaţiile primară şi secundară de pe aceeaşi fază sunt echilibrate. Se vor nota curenţii de linie de înaltă tensiune cu $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$, curenţii de linie de joasă tensiune cu $\underline{I}_a, \underline{I}_b, \underline{I}_c$, tensiunile de linie de înaltă tensiune cu $\underline{U}_{AB}, \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{CA}$ şi tensiunile de linie de joasă tensiune cu $\underline{U}_{ab}$, $\underline{U}_{bc}$, $\underline{U}_{ca}$. În cazul în care curenţii de fază au aceleaşi valori cu curenţii de linie, cum este cazul conexiunii stea, notarea curenţilor de fază rămâne aceeaşi cu curenţii de linie. La fel se întâmplă şi în cazul conexiunii triunghi când tensiunile de linie şi de fază se notează identic. Curenţii de fază, în cazul conexiunii triunghi, se notează cu doi indici ($\underline{I}_{ab}$, $\underline{I}_{bc}$, $\underline{I}_{ca}$, respectiv $\underline{I}_{AB}$, $\underline{I}_{BC}$, $\underline{I}_{CA}$), iar tensiunile de fază în cazul conexiunii stea se notează cu un indice ($\underline{U}_a$, $\underline{U}_b$, $\underline{U}_c$, respectiv $\underline{U}_A$, $\underline{U}_B$, $\underline{U}_C$). Mărimile secundare (tensiuni sau curenţi) se consideră raportate la primar şi se notează cu indicele superior "prim". Se consideră transformatorul coborâtor de tensiune (înfăşurarea de joasă tensiune este înfăşurarea secundară).

În cazul conexiunii stea în primar sau în secundar, se pot scrie relaţiile:

$$\underline{I}_A+\underline{I}_B+\underline{I}_C=0\,;\quad \underline{I}'_a+\underline{I}'_b+\underline{I}'_c=0 \tag{A.1.1}$$

Dacă înfăşurarea primară sau secundară este conectată în triunghi, avem relaţiile:

$$\begin{aligned}&\underline{I}_A=\underline{I}_{AB}-\underline{I}_{CA}\,,\ \underline{I}_B=\underline{I}_{BC}-\underline{I}_{AB}\,,\ \underline{I}_C=\underline{I}_{CA}-\underline{I}_{BC}\\ &\underline{I}'_a=\underline{I}'_{ab}-\underline{I}'_{ca}\,,\quad \underline{I}'_b=\underline{I}'_{bc}-\underline{I}'_{ab}\,,\quad \underline{I}'_c=\underline{I}'_{ca}-\underline{I}'_{bc}\end{aligned} \tag{A.1.2}$$

În cazul regimului nesimetric echilibrat, componentele homopolare fiind nule, orice sistem nesimetric trifazat (de tensiuni sau curenţi, din primar sau din secundar) este format numai din două componente: directe şi inverse. Prin urmare, suma mărimilor fazoriale de linie sau de fază ale tensiunilor sau curenţilor este nulă. Acest lucru conduce la constatarea că, dacă se formează un triunghi cu laturile egale şi orientate ca şi fazorii mărimilor de linie (tensiuni, la conexiunea stea, respectiv curenţi la conexiunea triunghi), atunci fazorii mărimilor de fază au originea chiar în centrul de greutate al triunghiului şi vârfurile în vârfurile triunghiului.

În Fig. A.1.1.a se prezintă diagrama de fazori în sarcină nesimetrică echilibrată a curenţilor de linie şi de fază, în cazul conexiunii triunghi, iar în Fig. A.1.1.b o diagramă analoagă, pentru tensiuni în cazul conexiunii stea.

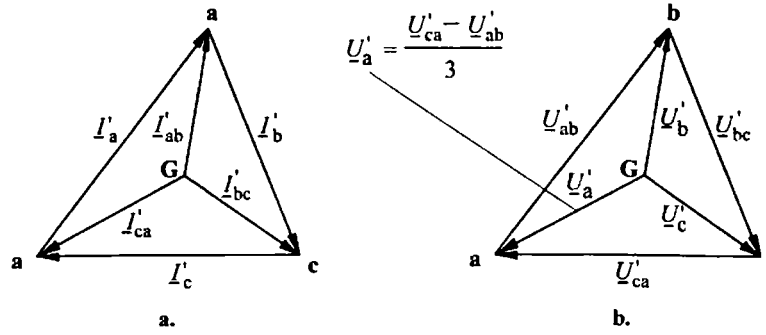


Fig. A.1.1. Asupra diagramelor de fazori la sisteme nesimetrice echilibrate:
a – diagrama curenţilor la conexiunea triunghi; **b** – diagrama tensiunilor la conexiunea stea.

Lipsa componentelor homopolare din sistemele de tensiuni şi curenţi situează transformatorul în condiţii analoage cu regimul simetric de funcţionare, adică procesele electromagnetice pe cele trei faze sunt independente [48].

A.1.3. REGIMUL NESIMETRIC DEZECHILIBRAT

În cazul regimului nesimetric dezechilibrat, componentele homopolare nu mai sunt nule, iar solenaţiile pe coloană sunt dezechilibrate. Existenţa componentelor homopolare de curenţi şi tensiuni, în primarul sau secundarul transformatorului, este funcţie de felul conexiunilor. La fiecare conexiune în parte trebuie să se analizeze prezenţa componentelor homopolare. Ne vom referi în continuare doar la conexiunea Yy_0, la care vom analiza câteva situaţii de sarcini nesimetrice.

Sarcină nesimetrică în cazul grupei de conexiuni Yy_0

Se consideră un transformator cu grupa de conexiuni Yy_0 a cărui schemă este prezentată în Fig. A.1.2. Impedanţa pe firul neutru se notează cu $\underline{Z}_0$.

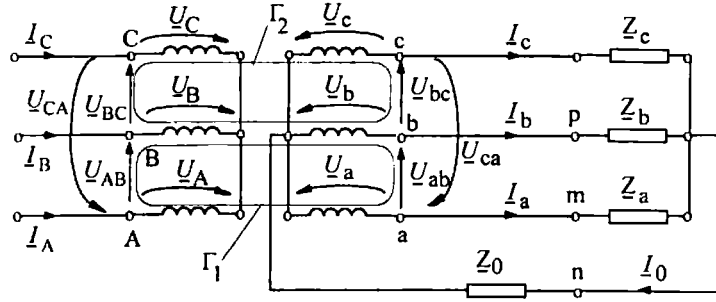


Fig. A.1.2. Transformator trifazat cu conexiunea Yy_0, în sarcină nesimetrică.

În circuitul secundar sistemul de curenţi are componentă homopolară datorită existenţei firului neutru. Fie această componentă notată cu $\underline{I}'_h$. Cu sensurile curenţilor din Fig. A.1.2, avem:

$$\underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0\,; \quad \underline{I}'_a + \underline{I}'_b + \underline{I}'_c = \underline{I}'_0 = 3\underline{I}'_h \qquad \text{(A.1.3)}$$

Aplicând legea circuitului magnetic pe contururile Γ_1 şi Γ_2 din Fig. A.1.2, putem scrie:

$$\underline{I}_A+\underline{I}'_a-\underline{I}'_b-\underline{I}_B=0;\quad \underline{I}_B+\underline{I}'_b-\underline{I}'_c-\underline{I}_C=0 \qquad (A.1.4)$$

Din ecuaţiile (A.1.3) şi (A.1.4) se deduc curenţii de fază primari:

$$\underline{I}_A=-\underline{I}'_a+\frac{\underline{I}'_0}{3}=-\underline{I}'_a+\underline{I}'_h;\ \underline{I}_B=-\underline{I}'_b+\frac{\underline{I}'_0}{3}=-\underline{I}'_b+\underline{I}'_h;\ \underline{I}_C=-\underline{I}'_c+\frac{\underline{I}'_0}{3}=-\underline{I}'_c+\underline{I}'_h \qquad (A.1.5)$$

Curenţii de fază primari (egali şi cu curenţii de linie) nu conţin componentă homopolară, deoarece neexistând fir neutru, aceasta nu are pe unde se închide. Diagrama de fazori a tensiunilor primare este analoagă cu aceea desenată în Fig, A.1.1.a.

Curenţii homopolari secundari produc în miezul feromagnetic al transformatorului componente homopolare de flux magnetic, sinfazice în toate cele trei coloane ale miezului, care se închid pe un traseu cuprinzând porţiuni de aer şi de elemente constructive ale transformatorului (schelă metalică, cuvă etc.). Aceste fluxuri homopolare induc în înfăşurări tensiuni homopolare.

În înfăşurarea primară, de exemplu, aceste tensiuni sunt sinfazice pe cele trei faze şi tind să modifice potenţialele bornelor A, B, C. Considerând, că transformatorul este cuplat la o reţea de putere mult mai mare decât puterea sa nominală, potenţialele bornelor primare nu vor putea fi modificate. În acest caz, se va produce deplasarea punctului neutru al triunghiului echilateral construit pe fazorii tensiunilor de linie ai reţelei de alimentare, din centrul de greutate G, într-un punct O, cum se arată în Fig. A.1.3. Această deplasare este dată de fazorul $\underline{E}_{Ah}=\underline{Z}_h\underline{I}'_{ah}$, în care $\underline{Z}_h$ este impedanţa homopolară a transformatorului. În acest caz, se produce o nesimetrie a tensiunilor de fază primare cu consecinţe negative asupra consumatorilor din secundar.

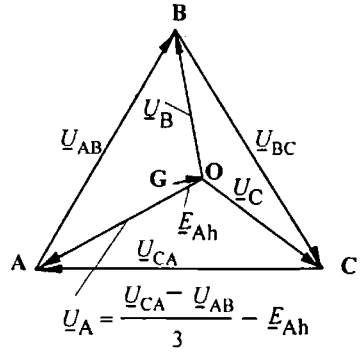


Fig. A.1.3. Cu privire la deplasarea punctului neutru.

La transformatorul trifazat cu flux forţat (obişnuit) impedanţa homopolară este mare şi deplasarea punctului neutru este mică. La grupul transformatoric cu grupa de conexiuni Yy_0, care funcţionează în sarcină nesimetrică dezechilibrată, se prevede întotdeauna o înfăşurare conectată în triunghi (conexiunea devine Ydy_0) care să compenseze, prin reacţie, acţiunea sistemului de succesiune homopolară. Astfel, curenţii homopolari secundari se reflectă în înfăşurarea conectată în triunghi şi aceştia, la rândul lor, prin reacţie, reduc în final fluxurile homopolare din miez.

Solenaţiile primară şi secundară pentru înfăşurările principale Y şi y devin echilibrate, în cazul grupului transformatoric cu conexiunea Ydy_0.

Se consideră acum două cazuri de sarcină nesimetrică netă, în cazul grupei de conexiuni Yy_0 şi anume: sarcină cuplată între o fază secundară şi nul şi sarcină cuplată între două faze.

Sarcină cuplată între o fază secundară şi nul

Schema electrică în cazul unei sarcini nesimetrice de impedanţă $\underline{Z}_0$ cuplate între faza "a" secundară, de exemplu, şi nul (Fig. A.1.2) se obţine considerând în Fig. A.1.2 legătura electrică efectuată între punctele m şi n şi punând $\underline{Z}_a=\underline{Z}_b=\underline{Z}_c=\infty$. In acest, caz avem: $\underline{I}'_a=\underline{I}'_0;\ \underline{I}'_b=\underline{I}'_c=0$. Conform ecuaţiilor (A.1.5) curenţii primari au expresiile:

$$\underline{I}_A=-\frac{2\underline{I}'_0}{3};\quad \underline{I}_B=\frac{\underline{I}'_0}{3};\quad \underline{I}_C=\frac{\underline{I}'_0}{3} \qquad (A.1.6)$$

Se constată că în cazul grupei de conexiuni Yy_0, sarcina cuplată în secundar între o fază şi nul se reflectă în circuitul primar prin existenţa curenţilor pe toate cele trei faze. Acest lucru este pozitiv deoarece nesimetria puternică din secundar se reflectă în primar printr-o nesimetrie mai puţin pronunţată.

Sarcină cuplată între două faze secundare

Schema electrică, în cazul unei sarcini nesimetrice cuplate între faza "a" secundară şi faza "b", se obţine considerând în Fig. A.1.2, o sarcină $\underline{Z}_s$, cuplată între punctele m şi p şi punând $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_0 = \infty$. În acest caz, avem: $\underline{I}'_c = 0$; $\underline{I}'_a = -\underline{I}'_b \Rightarrow \underline{I}'_0 = 0$. Conform ecuaţiilor (A.1.5), curenţii primari au expresiile:

$$\underline{I}_A = -\underline{I}'_a; \quad \underline{I}_B = \underline{I}'_a; \quad \underline{I}_C = 0 \qquad \text{(A.1.7)}$$

În acest caz, sarcina conectată între două faze secundare se reflectă în primar, de asemenea, ca o sarcină conectată între două faze. Gradul de nesimetrie al circuitului primar este acelaşi cu gradul de nesimetrie al circuitului secundar.

A.2. FENOMENE TRANZITORII ÎN TRANSFORMATOARE

Fenomenele tranzitorii care au loc în transformatoarele electrice apar la trecerea de la un regim staţionar la alt regim staţionar.

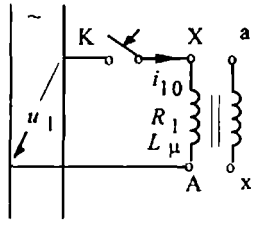


Fig. A.2.1 Conectarea în gol a unui transformator.

A.2.1. CONECTAREA TRANSFORMATORULUI LA REŢEA

Presupunem un transformator monofazat ce se conectează în gol la reţea (Fig. A.2.1). Fie u_1 tensiunea aplicată înfăşurării primare a transformatorului, având expresia: $u_1(t) = U_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \gamma)$. Vom determina şocul maxim de curent care parcurge înfăşurarea primară după conectarea la reţea. Aplicând legea inducţiei electromagnetice de-a lungul înfăşurării primare, găsim:

$$u_1(t) = R_1 i_{10} + w_1 \frac{d\varphi}{dt}, \quad w_1\varphi = L_\mu i_{10} \Rightarrow w_1 \frac{d\varphi}{dt} + \frac{w_1 R_1}{L_\mu}\cdot\varphi = U_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \gamma) \qquad \text{(A.2.1)}$$

În ecuaţia de mai sus s-a considerat transformatorul liniar având inductivitatea de magnetizare L_μ, constantă. Condiţia iniţială, pentru rezolvarea ecuaţiei este $\varphi(0) = \Phi_{rem}$, în care Φ_{rem} reprezintă fluxul magnetic remanent din miezul transformatorului. Ecuaţia (A.2.1) este liniară de ordinul întâi cu soluţia:

$$\varphi(t) = \Phi_m\left[e^{-t/\tau}\cdot\cos\gamma - \cos(\omega t + \gamma)\right] + \Phi_{rem}\cdot e^{-t/\tau}, \text{ unde } \tau = L_\mu / R_1 \qquad \text{(A.2.2)}$$

în care τ este constanta de timp a transformatorului la funcţionarea în gol, iar Φ_m este amplitudinea fluxului magnetic din miezul magnetic. La rezolvarea ecuaţiei (A.2.1), soluţia de regim permanent ($t \to \infty$) s-a obţinut în cazul în care $R_1 = 0$.

Cazul cel mai defavorabil se obţine când fluxul φ are valoarea maximă posibilă. Acest caz se produce când $\gamma = 0$ şi $\omega t + \gamma = \pi$, adică la momentul $t = \pi/\omega$ după conectare. Se obţine următoarea valoare maximă posibilă a fluxului magnetic din miez:

$$\Phi_{max} \cong 2\Phi_m + \Phi_{rem} \cong (2{,}1 \ldots 2{,}2)\Phi_m$$

Curentul maxim posibil $(i_{10})_{max}$ la conectarea în gol a transformatorului, se obţine printr-o metodă grafică, folosind caracteristica $\varphi = f(i_{10})$, aşa cum se arată în Fig. A.2.2.

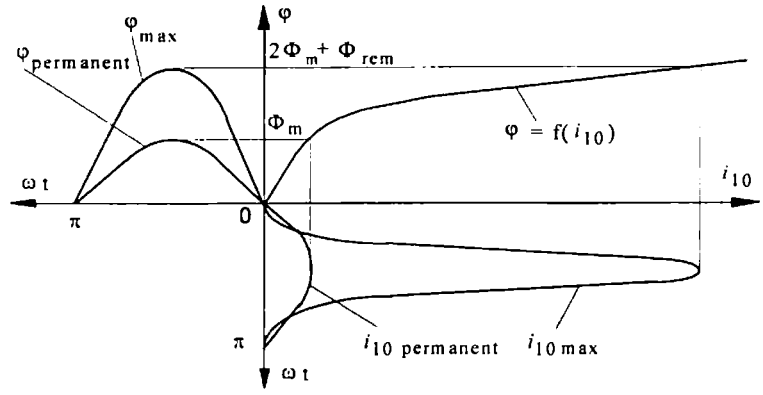


Fig. A.2.2. Determinarea grafică a şocului maxim de curent la conectare.

Curentul maxim posibil se obţine după o semiperioadă de la producerea conectării, dacă aceasta se face în momentul trecerii prin zero a tensiunii instantanee de alimentare a transformatorului ($\gamma = 0$). La conectarea transformatorului trifazat la reţea există întotdeauna o fază la bornele căreia tensiunea este apropiată de zero (sau chiar zero), în momentul conectării. Pe faza aceea, şocul de curent de conectare este maxim, pe restul de faze curentul având valori mai mici.

A.2.2. REGIMUL DE SCURTCIRCUIT AL TRANSFORMATORULUI

Vom presupune că bornele secundare ale transformatorului se scurtcircuitează şi vom determina curenţii maximi de scurtcircuit şi forţele electrodinamice care solicită înfăşurările transformatorului la scurtcircuit.

a. Curentul maxim de scurtcircuit la tensiune nominală

Pentru determinarea valorii maxime a curentului de scurtcircuit se integrează ecuaţia de tensiuni a transformatorului la scurtcircuit, dedusă din schema echivalentă simplificată, ecuaţie care are forma:

$$R_k i_{1k} + L_k \frac{di_{1k}}{dt} = U_1\sqrt{2}\sin(\omega t + \gamma)$$

Condiţia iniţială necesară rezolvării ecuaţiei de mai sus este $i_{1k}(0) = 0$, deoarece curentul de regim permanent este neglijabil în raport cu curentul de scurtcircuit. Considerând ipoteza că inductivitatea globală L_k a transformatorului este constantă, se determină soluţia analitică a ecuaţiei diferenţiale de ordinul întâi, din regimul de scurtcircuit, de forma următoare:

$$i_{1k}(t) = I_{1k}\sqrt{2}\left[\sin(\omega t+\gamma-\varphi_k)-\sin(\gamma-\varphi_k)\cdot e^{-t/\tau}\right], \quad \text{unde} \quad \tau = L_k / R_k \qquad \text{(A.2.3)}$$

în care τ reprezintă constanta de timp a transformatorului la scurtcircuit. Valoarea efectivă a curentului de scurtcircuit de regim permanent I_{1k} şi defazajul φ_k, au expresiile:

$$I_{1k} = \frac{U_1}{\sqrt{R_k^2 + (\omega L_k)^2}} = \frac{100}{u_k[\%]}\cdot I_{1n}\,, \qquad \varphi_k = arctg\frac{\omega L_k}{R_k} \qquad \text{(A.2.4)}$$

Situaţia cea mai defavorabilă are loc când $(\gamma - \varphi_k) = -\pi/2$ şi $(\omega t + \gamma - \varphi_k) = \pi/2$, care se produce după timpul $t = \pi/\omega$ (după o semiperioadă), de la apariţia scurtcircuitului.

Curentul maxim posibil de scurtcircuit se obţine din ecuaţia (A.2.3) în condiţiile de mai sus şi are expresia următoare:

$$(i_{1k})_{max} = I_{1k}\sqrt{2}\cdot\left(1+e^{-\frac{\pi}{\omega\tau}}\right) = I_{1k}\sqrt{2}\cdot\left(1+e^{-\frac{\pi u_{ka}}{u_{kr}}}\right) = I_{1k}\sqrt{2}\cdot k_i \qquad \text{(A.2.5)}$$

în care k_i se numeşte factor de regim tranzitoriu şi are valori uzuale în gama (1,2 ... 1,8). Aşadar, în regim tranzitoriu de scurtcircuit, valoarea instantanee maximă a curentului este:

$$(i_{1k})_{max} = k_i I_{1k}\sqrt{2} = (1{,}2...1{,}8)\cdot\frac{100\cdot I_{1n}}{u_k[\%]}\cdot\sqrt{2} \qquad \text{(A.2.6)}$$

în care I_{1n} este curentul nominal al transformatorului (valoare efectivă) şi $u_k[\%]$ este tensiunea nominală de scurtcircuit exprimată în procente. Forţele electrodinamice de scurtcircuit care acţionează asupra înfăşurărilor transformatorului se calculează la curentul $(i_{1k})_{max}$.

b. Forţe electrodinamice de scurtcircuit

Vom considera cazul înfăşurărilor cilindrice concentrice de înălţimi egale distribuite uniform. Forţele globale, radiale şi axiale care acţionează asupra înfăşurărilor se calculează, pornind de la energia magnetică totală W_m, localizată în câmpul magnetic de dispersie:

$$W_m = \frac{1}{2}(L_{\sigma 1}i_1^2 + L_{\sigma 2}i_2^2) = \frac{1}{2}\left(L_{\sigma 1} + \frac{w_1^2}{w_2^2}L_{\sigma 2}\right)i_1^2 = \frac{L_{\sigma k}i_1^2}{2} = \frac{\mu_0\pi D_m}{2H_B}k_R w_1^2\left(\frac{a_1+a_2}{3}+a_{12}\right)i_1^2$$

Ultima parte a relaţiei de mai sus se bazează pe rezultatul demonstrat în aplicaţia 2.5. din [30].

Forţa radială globală F_r se determină prin derivarea energiei magnetice în raport cu coordonata generalizată a_{12}, mărime care s-ar modifica sub acţiunea forţelor radiale. Aşadar,

$$F_r = \left.\frac{\partial W_m}{\partial a_{12}}\right|_{i_1=const.} = \frac{1}{2}\mu_0\frac{\pi D_m}{H_B}k_R(w_1 i_1)^2 \qquad \text{(A.2.7)}$$

Această forţă acţionează asupra ambelor înfăşurări, tinzând să mărească coordonata generalizată a_{12}, adică tinzând să micşoreze diametrul înfăşurării interioare şi să mărească diametrul înfăşurării exterioare (Fig. A.2.3.a). Forţa F_r acţionează de jur împrejur pe toată periferia şi pe toată înălţimea înfăşurărilor, uniform repartizată pe periferia acestora. Ea supune la întindere înfăşurarea exterioară şi la compresiune pe cea interioară.

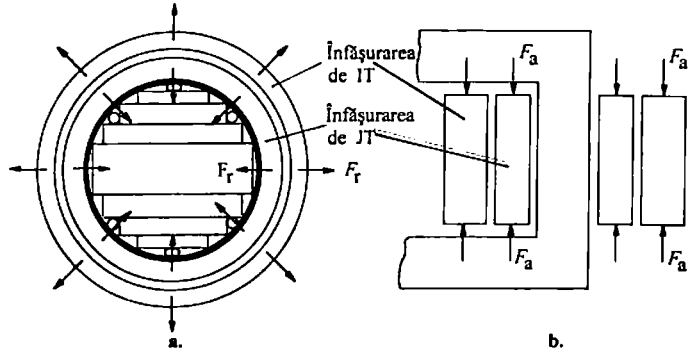


Fig. A.2.3. Sensurile forţelor de scurtcircuit: **a** - forţele radiale; **b** - forţele axiale.

Forţa axială totală care acţionează asupra înfăşurărilor se poate calcula prin derivarea energiei magnetice în raport cu înălţimea înfăşurărilor, mărime care ar tinde să se modifice sub acţiunea forţelor axiale. Putem scrie:

$$F_a^* = \frac{\partial W_m}{\partial H_B}\bigg|_{i_1=const.} = -\frac{1}{2}\mu_0 \frac{\pi D_m}{H_B^2} k_R \left(\frac{a_1+a_2}{3}+a_{12}\right)(w_1 i_1)^2 \qquad \text{(A.2.8)}$$

Forța F_a^*, calculată cu relația (A.2.8), reprezintă forța totală pentru ambele înfășurări, iar pentru o singură înfășurare forța axială va fi:

$$F_a = \frac{F_a^*}{2} = -\frac{1}{4}\mu_0 \frac{\pi D_m}{H_B^2} k_R \left(\frac{a_1+a_2}{3}+a_{12}\right)(w_1 i_1)^2 \Rightarrow \left|\frac{F_a}{F_r}\right| = \frac{\frac{a_1+a_2}{3}+a_{12}}{2H_B} \qquad \text{(A.2.9)}$$

Semnul minus din fața expresiei (A.2.8) arată că forța axială tinde să micșoreze coordonata generalizată H_B, adică solicită înfășurările la eforturi de compresiune (Fig. A.2.3.b).

A.2.3. SUPRATENSIUNI ÎN TRANSFORMATOARE

Pe linia de transport a energiei electrice la care este conectat transformatorul, pot apărea supratensiuni datorate proceselor de comutație, deranjamentelor, sau fenomenelor de origine atmosferică (descărcări electrice în apropierea liniei). În toate aceste cazuri, unda de supratensiune se deplasează pe linia de transport cu viteza luminii și pătrunde în transformator.

Supratensiunile provocate de procesele de comutație depășesc de 2 ... 4 ori tensiunea nominală de fază a liniei, cele datorate deranjamentelor de 7 ... 8 ori și cele de origine atmosferică de 8...12 ori.

Schema echivalentă a transformatorului la apariția supratensiunii conține numai capacități, deoarece frecvența proceselor este foarte mare (mii de kHz). În Fig. A.2.4 se prezintă schema echivalentă la supratensiuni a unei înfășurări cilindrice într-un strat. Cu C s-a notat capacitatea unei spire față de masă (transversală) și cu K capacitatea dintre două spire (longitudinală). Înfășurarea este echivalentă cu o capacitate globală C_t.

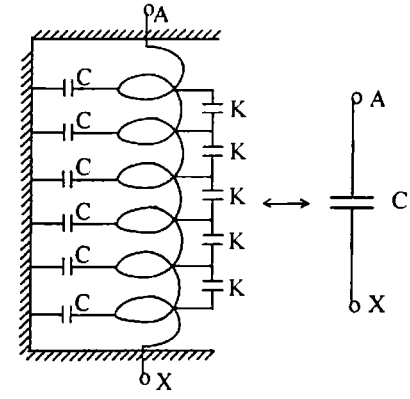


Fig. A.2.4. Schema echivalentă la supratensiuni.

Fie u_0 valoarea supratensiunii undei care ajunge la bornele transformatorului. La intrarea în transformator, unda se găsește în prezența capacității C_t de intrare a transformatorului și se reflectă. Încărcarea capacității C_t nu se face instantaneu ci treptat, deci și fenomenul de reflexie al undei se va produce treptat. Tensiunea u_{tr}, la bornele transformatorului, este în primul moment aproximativ egală cu de două ori tensiunea u_0

a. Distribuția supratensiunii de-a lungul înfășurării

În Fig. A.2.5, se prezintă schema transformatorului pe o porțiune dx, x fiind coordonata de lungime măsurată de la sfârșitul înfășurării de lungime totală l. Se notează cu c și k capacitățile transversale, respectiv longitudinale, pe unitatea de lungime ale înfășurării. Pe lungimea infinitezimală dx, capacitatea longitudinală este k/dx și capacitatea transversală cdx.

Aplicăm definiția capacității (C = Q/V) pentru condensatoarele k/dx și cdx, cu referire la Fig. A.2.5 și găsim relațiile: $k/dx = q_x/du_x$; $cdx = dq_x/u_x$. Renunțăm la indicele x și relațiile se mai pot scrie:

$$\frac{du}{dx} = \frac{q}{k}; \quad \frac{dq}{dx} = cu$$

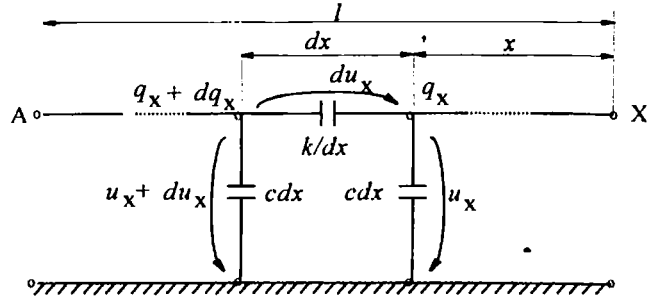


Fig. A.2.5. Schema echivalentă a unui element *dx* al transformatorului.

Derivând prima ecuaţie de mai sus în funcţie de x şi ţinând seama de cea de a doua, se găseşte ecuaţia diferenţială verificată de tensiunea u şi soluţia acesteia de forma:

$$\frac{d^2u}{dx^2} = \alpha^2 u,\ \alpha = \sqrt{\frac{c}{k}},\ \text{cu soluţia:}\ u(x) = A\,\mathrm{sh}\alpha x + B\,\mathrm{ch}\alpha x \qquad \text{(A.2.10)}$$

în care A şi B sunt două constante de integrare. Determinarea constantelor de integrare se poate face în două cazuri distincte:

- înfăşurarea transformatorului este *legată la masă*, când condiţiile la limită se scriu: $x = 0$, $u = 0$ şi $x = l$, $u = U_{tr}$ în care caz soluţia ecuaţiei (A.2.10) devine:

$$u(x) = U_{tr} \cdot \frac{\mathrm{sh}\alpha x}{\mathrm{sh}\alpha l} \qquad \text{(A.2.11)}$$

- înfăşurarea transformatorului este *izolată faţă de masă* când condiţiile la limită sunt: $x = 0$, $q = 0$ şi $x = l$, $u = U_{tr}$ în care caz soluţia ecuaţiei (A.2.10) devine:

$$u(x) = U_{tr} \cdot \frac{\mathrm{ch}\alpha x}{\mathrm{ch}\alpha l} \qquad \text{(A.2.12)}$$

În Fig. A.2.6, se prezintă grafic repartiţia undei de supratensiune în lungul înfăşurării transformatorului în cele două cazuri distincte: cu înfăşurarea legată la masă (Fig. A.2.6.a), respectiv cu înfăşurarea izolată faţă de masă (Fig. A.2.6.b). Rezultatele sunt prezentate în mărimi adimensionale.

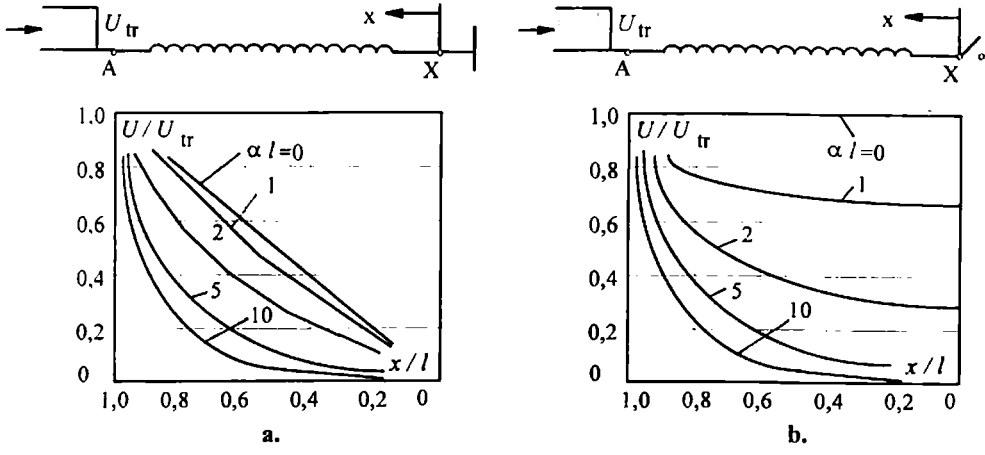


Fig. A.2.6. Distribuţia tensiunii de-a lungul înfăşurării: **a** - legată la masă; **b** - izolată faţă de masă.

Din graficele prezentate în Fig. A.2.6, se desprind câteva concluzii referitoare la repartizarea undei de supratensiune de-a lungul înfăşurării:

- repartizarea iniţială (la $t = 0$) a undei de supratensiune se face uniform, dacă $\alpha l = 0$, deci este de dorit ca parametrul α să fie cât mai mic;

- dacă $\alpha l > 5$, repartiţia iniţială a întregii supratensiuni se face pe o porţiune de (15 - 25)% de la capătul de intrare a înfăşurării care trebuie să aibă izolaţia întărită;

- dacă $\alpha l > 5$, reparţiţia iniţială de tensiune pe înfăşurare se face aproximativ în acelaşi mod, fie că înfăşurarea este legată la masă, fie că este izolată faţă de masă.

A.3. ELEMENTE DE BAZĂ PRIVIND FAZORUL REPREZENTATIV

În teoria unitară a maşinilor electrice trifazate de c.a., se lucrează cu o mărime fundamentală numită *fazor reprezentativ*. Acesta este o mărime complexă care permite studiul maşinii trifazate cu un număr mai mic de ecuaţii şi, în plus, permite interpretări fizice interesante.

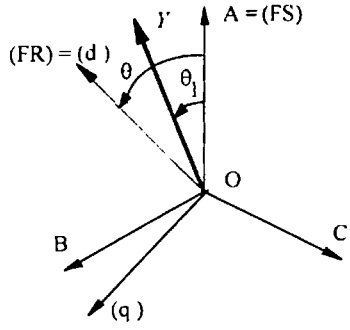


Fig. A.3.1 Fazorul reprezentativ.

Valorile instantanee ale mărimilor alternative sinusoidale care formează un sistem trifazat simetric pot fi considerate ca proiecţiile y_A, y_B, y_C, ale unui *fazor învârtitor* Y, pe trei axe OA, OB, OC care formează între ele unghiuri de 120° electrice, dacă în orice moment de timp, suma celor trei mărimi alternative este nulă. În aceste condiţii, fazorul Y poate fi determinat şi cu ajutorul proiecţiilor pe un alt sistem de coordonate, fie el format din două axe rectangulare Od şi Oq, formând cu axa OA a celuilalt sistem unghiul variabil θ. Se alege axa FS, fixă faţă de stator, chiar axa înfăşurării de fază A şi axa FR, fixă faţă de rotor, aceeaşi cu axa rotorului, (axa longitudinală d, a sistemului rectangular rotoric). Fazorul învârtitor Y face unghiul θ_1 cu axa OA şi unghiul $\theta - \theta_1$ cu axa Od, cum se arată în Fig. A.3.1. Proiecţiile fazorului învârtitor Y pe axele sistemul trifazat şi pe axele sistemului bifazat au, respectiv, expresiile:

$$y_A = Y\cos\theta_1,\ y_B = Y\cos(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}),\ y_C = Y\cos(\theta_1 + \frac{2\pi}{3}); \qquad \text{(A.3.1)}$$

$$y_d = Y\cos(\theta - \theta_1),\ y_q = Y\cos(\theta - \theta_1 + \frac{\pi}{2}) = -Y\sin(\theta - \theta_1); \qquad \text{(A.3.2)}$$

Expresiile proiecţiilor y_d şi y_q pot fi exprimate şi cu ajutorul identităţilor trigonometrice:

$$y_d = Y\cos(\theta - \theta_1) = Y\frac{2}{3}\left[\cos\theta\cos\theta_1 + \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})\cos(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}) + \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})\cos(\theta_1 + \frac{2\pi}{3})\right]$$

$$y_q = -Y\sin(\theta - \theta_1) = -Y\frac{2}{3}\left[\sin\theta\cos\theta_1 + \sin(\theta - \frac{2\pi}{3})\cos(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}) + \sin(\theta + \frac{2\pi}{3})\cos(\theta_1 + \frac{2\pi}{3})\right]$$

care se mai pot scrie, luând în seamă şi relaţiile (A.3.1), sub forma echivalentă:

$$y_d = \frac{2}{3}\left[y_A\cos\theta + y_B\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + y_C\cos(\theta + \frac{2\pi}{3})\right]$$
$$y_q = -\frac{2}{3}\left[y_A\sin\theta + y_B\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) + y_C\sin(\theta + \frac{2\pi}{3})\right] \qquad \text{(A.3.3)}$$

Fie mărimea complexă y_R definită în funcţie de componentele y_d şi y_q în felul următor:

$$y_R = y_d + jy_q = \frac{2}{3}\cdot\{y_A(\cos\theta - j\sin\theta) + y_B[\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) - j\sin(\theta - \frac{2\pi}{3})] +$$

$$+ y_C[\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) - j\sin(\theta + \frac{2\pi}{3})]\} = \frac{2}{3}(y_A \cdot e^{-j\theta} + y_B \cdot e^{-j\theta}\cdot e^{j\frac{2\pi}{3}} + y_C \cdot e^{-j\theta}\cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}}) = \quad (A.3.4)$$

$$= \frac{2}{3}(y_A + ay_B + a^2 y_C)\cdot e^{-j\theta} = y_s \cdot e^{-j\theta}, \text{ unde } a = e^{j\frac{2\pi}{3}} \text{ si } a^2 = e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

În relația (A.3.4) se introduce o mărime importantă în studiul mașinilor electrice de c.a. și anume *fazorul reprezentativ* y_s al mărimilor y_A, y_B, y_C, scris în referențialul FS și definit astfel:

$$y_s = \frac{2}{3}(y_A + ay_B + a^2 y_C) \quad (A.3.5)$$

Mărimea y_R definită de relația (A.3.4) este fazorul reprezentativ al aceloraşi mărimi statorice y_A, y_B, y_C scris în referențialul FR și definit în funcție de y_s cu relația:

$$y_R = y_s e^{-j\theta} \quad (A.3.6)$$

Se constată că amplificarea fazorului reprezentativ cu $e^{-j\theta}$ conduce la trecerea acestuia dintr-un sistem inițial de referință, în alt sistem de referință, obținut din sistemul inițial prin rotația acestuia în sens direct cu unghiul θ. *Aşadar, un fazor reprezentativ se trece dintr-un sistem de referință în alt sistem de referință, poziționat în sens direct cu unghiul* θ *față de primul, prin înmulțire cu* $e^{-j\theta}$.

A.4. ECUAȚIILE MAȘINII ASINCRONE ÎN REGIM DINAMIC

Ecuațiile motorului asincron trifazat într-un regim oarecare electromagnetic și mecanic (modelul matematic) se vor scrie în următoarele ipoteze simplificatoare: mașina este nesaturată; pierderile în fier sunt neglijabile; mașina prezintă perfectă simetrie electrică, magnetică și constructivă; armonicele superioare spațiale ale câmpurilor magnetice statorice și rotorice sunt neglijabile; întrefierul se consideră uniform. Vom considera că mașina are rotorul bobinat cu fazele legate în scurtcircuit.

A.4.1. ECUAȚIILE MAȘINII ASINCRONE CU FAZORI REPREZENTATIVI

Se vor utiliza indicii A,B,C pentru mărimile care caracterizează cele trei faze ale statorului, respectiv indicii a,b,c pentru mărimile caracteristice fazelor rotorului.

Modelul matematic al motorului asincron se determină în ipotezele formulate mai sus. Se aplică legea inducției electromagnetice pe fiecare fază statorică (Fig. A.4.1) și adoptând regula semnelor de la receptoare se obțin ecuațiile motorului asincron în coordonatele fazelor statorice:

$$u_A = R_1 i_A + \frac{d\varphi_A}{dt}; \quad u_B = R_1 i_B + \frac{d\varphi_B}{dt}; \quad u_C = R_1 i_C + \frac{d\varphi_C}{dt} \quad (A.4.1)$$

Se definesc, asemănător cu relația (A.3.5), mărimile reprezentative statorice u_S, i_S, φ_S. De exemplu, tensiunea reprezentativă statorică are expresia:

$$u_s = \frac{2}{3}\left(u_A + au_B + a^2 u_C\right) \quad (A.4.2)$$

Se amplifică prima ecuație (A.4.1) cu 2/3, a doua cu $2a/3$ și a treia cu $2a^2/3$ și se adună, obținându-se ecuația statorică în mărimi reprezentative a mașinii asincrone:

$$u_s = R_1 i_s + \frac{d\varphi_s}{dt} \quad (A.4.3)$$

Analog, se procedează și pentru rotor, obținându-se ecuația rotorică, scrisă în mărimi reprezentative:

$$0 = R_2 i_r + \frac{d\varphi_r}{dt} \tag{A.4.4}$$

în care i_r şi φ_r sunt mărimi reprezentative definite analog cu relaţia (A.4.2).

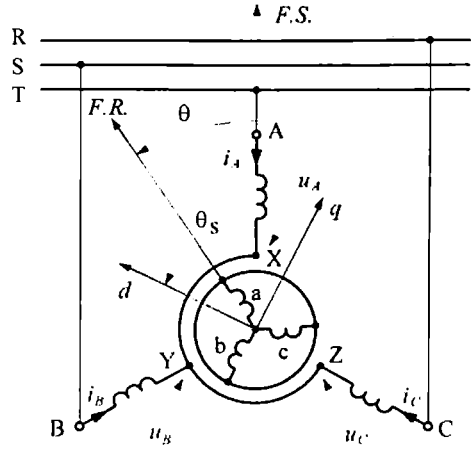


Fig. A.4.1 Schema electrică a motorului asincron.

Relaţiile (A.4.3) şi (A.4.4) definesc comportarea motorului asincron trifazat prin două ecuaţii diferenţiale de ordinul unu, cu coeficienţi complecşi. În sistemul de ecuaţii apar patru necunoscute: i_S, φ_S, i_r şi φ_r.

Se remarcă faptul că ecuaţia (A.4.3) este scrisă în sistemul F.S., iar ecuaţia (A.4.4) este scrisă în sistemul F.R. Aceste ecuaţii fiind scrise în sisteme de referinţă diferite nu sunt operante. Ele se vor transcrie într-un acelaşi sistem K, definit în Fig. A.4.2. Sistemul K formează unghiul θ_k cu sistemul F.S. şi unghiul $\lambda = \theta_k - \theta$ cu sistemul F.R.

Pentru a trece cele două ecuaţii fazoriale ale maşinii asincrone în sistemul de referinţă K se aplică regula dată de relaţia (A.3.6). Pentru aceasta se amplifică ecuaţia (A.4.3) cu $e^{-j\theta k}$, iar ecuaţia (A.4.4) cu $e^{-j\lambda}$

$$\begin{aligned} u_s e^{-j\theta k} &= R_1 i_s e^{-j\theta k} + \frac{d\varphi_s}{dt} e^{-j\theta k} \\ 0 &= R_2 i_r e^{-j\lambda} + \frac{d\varphi_r}{dt} e^{-j\lambda} \end{aligned} \tag{A.4.5}$$

Folosind relaţia generală:

$$\frac{d\varphi_x}{dt} e^{-j\theta} = \frac{d}{dt}\left[\varphi_x e^{-j\theta}\right] + j\frac{d\theta}{dt}\varphi_x e^{-j\theta},$$

şi considerând că $d\theta/dt = \omega = p\Omega$, ecuaţiile de mai sus pot fi scrise astfel:

$$\begin{aligned} u_{sK} &= R_1 i_{sK} + \frac{d\varphi_{sK}}{dt} + jp\Omega_K \varphi_{sK} \\ 0 &= R_2 i_{rK} + \frac{d\varphi_{rK}}{dt} + jp(\Omega_K - \Omega)\varphi_{rK} \end{aligned} \tag{A.4.6}$$

unde mărimile cu indicele K sunt scrise în sistemul K, având expresiile:

$$\begin{aligned} &u_{sK} = u_s e^{-j\theta k};\ i_{sK} = i_s e^{-j\theta k};\ i_{rK} = i_r e^{-j\lambda};\ \Omega_k = \frac{1}{p}\frac{d\theta_k}{dt}; \\ &\varphi_{sK} = \varphi_s e^{-j\theta k};\ \varphi_{rK} = \varphi_r e^{-j\lambda};\ \Omega = \frac{1}{p}\frac{d\theta}{dt} \end{aligned} \tag{A.4.7}$$

Ω_K este viteza unghiulară a reperului K, iar Ω este viteza unghiulară a rotorului, ambele viteze fiind măsurate în sistemul F.S.

Legăturile între fluxurile magnetice reprezentative şi curenţii reprezentativi, se deduc pe baza relaţiilor lui Maxwell pentru inductivităţi, scrise pentru mărimi reprezentative, ca şi pentru mărimi reale, în sistemul de referinţă K:

$$\varphi_{sK} = L_s\, i_{sK} + L_m\, i_{rK}$$

$$\varphi_{rK} = L_r\, i_{rK} + L_m\, i_{sK} \qquad \text{(A.4.8)}$$

În relaţiile (A.4.8) mărimea L_S, reprezintă *inductivitatea ciclică statorică proprie*, care reprezintă suma dintre inductivitatea ciclică de dispersie $L_{\sigma 1}$ a statorului şi inductivitatea ciclică utilă a acestuia L_{11}, astfel încât putem scrie: $L_S = L_{\sigma 1} + L_{11}$. Analog, inductivitatea L_r reprezintă *inductivitatea ciclică rotorică proprie*, fiind suma dintre inductivitatea ciclică de dispersie $L_{\sigma 2}$ a rotorului şi inductivitatea ciclică utilă rotorică L_{22}, astfel încât $L_r = L_{\sigma 2} + L_{22}$. Mărimea L_m reprezintă *inductivitatea ciclică mutuală dintre stator şi rotor*, dată de relaţia $L_m = 3/2 \cdot M_m$, în care M_m este valoarea maximă a inductivităţii mutuale dintre o fază statorică şi una rotorică, măsurată când axele celor două înfăşurări coincid.

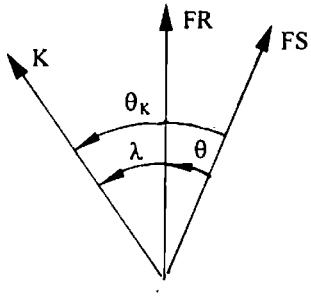


Fig. A.4.2. Sisteme de referinţă.

De remarcat simplitatea relaţiilor dintre fluxuri şi curenţi în cazul utilizării fazorilor spaţiali; formal se aseamănă total cu relaţiile dintre fluxurile magnetice şi curenţi în cazul a două circuite electrice cuplate magnetic.

În sistemul de ecuaţii (A.4.6) apar tensiunile electromotoare de mişcare e_{sm} şi e_{rm}:

$$e_{sm} = -jp\Omega_K \varphi_{sK} \; ; \qquad e_{rm} = -jp(\Omega_K - \Omega)\varphi_{rK}$$

Aceste t.e.m. se induc atât în circuitul statoric cât şi în circuitul rotoric, deoarece ambele circuite sunt mobile în raport cu sistemul K.

Cu notaţiile $\omega_K = p\Omega_K$ şi $\omega = p\Omega$, sistemul (A.4.6) devine:

$$u_{sK} = R_1 i_{sK} + \frac{d\varphi_{sK}}{dt} + j\omega_K \varphi_{sK}$$

$$0 = R_2 i_{rK} + \frac{d\varphi_{rK}}{dt} + j(\omega_K - \omega)\varphi_{rK} \qquad \text{(A.4.9)}$$

Relaţiile (A.4.9) împreună cu legăturile dintre fluxurile magnetice şi curenţi (A.4.8) precum şi ecuaţia mişcării;

$$J\frac{d\Omega}{dt} = M - M_r \qquad \text{(A.4.10)}$$

formează modelul matematic al maşinii asincrone cu rotorul bobinat.

A.4.2. CUPLUL ELECTROMAGNETIC AL MAŞINII ASINCRONE

Dacă se consideră coordonata generalizată ca fiind unghiul geometric $\alpha = \theta/p$ care dă poziţia rotorului în raport cu statorul la un moment dat, iar W_m energia magnetică localizată în câmpul magnetic al celor şase înfăşurări cuplate magnetic, cuplul electromagnetic exprimat cu ajutorul teoremei forţelor generalizate este:

$$m = \left(\frac{\partial W_m}{\partial \alpha}\right) i = ct. \qquad \text{(A.4.11)}$$

Se exprimă energia magnetică în funcţie de fluxuri şi curenţi, se aplică proprietăţile fazorilor reprezentativi şi proprietatea de invarianţă a energiei în raport cu sistemele de coordonate. Se fac calculele matematice, descrise pe larg în lucrarea [30] şi se găseşte, în final, expresia:

$$m = \frac{3}{2} p L_m \operatorname{Im}(i_s i_{rS}^*) = \frac{3}{2} p L_m \operatorname{Im}(i_{sK} i_{rK}^*) \qquad \text{(A.4.12)}$$

în care s-a avut în vedere faptul că în raport cu sistemul de referinţă ales, cuplul electromagnetic este invariant. Cu „Im" s-a notat partea imaginară a unui număr complex.

A.4.3. MODELUL MATEMATIC AL MAŞINII ÎN SISTEMUL K

Modelul matematic al maşinii asincrone format de ecuaţiile (A.4.9), completat cu ecuaţiile (A.4.8) şi (A.4.10) în care se introduce cuplul electromagnetic dat de (A.4.12), se prezintă sub următoarea formă generală:

$$\begin{aligned} u_{sK} &= R_1 i_{sK} + \frac{\mathrm{d}\varphi_{sK}}{\mathrm{d}t} + j\omega_K \varphi_{sK}; \\ 0 &= R_2 i_{rK} + \frac{\mathrm{d}\varphi_{rK}}{\mathrm{d}t} + j(\omega_K - \omega)\varphi_{rK} \\ \frac{J}{p}\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} &= \frac{3}{2} p L_m \operatorname{Im}(i_{sK} i_{rK}^*) - M_r \end{aligned} \qquad \text{(A.4.13)}$$

$$\begin{aligned} \varphi_{sK} &= L_s i_{sK} + L_m i_{rK} = L_{1\sigma} i_{sK} + \varphi_u \\ \varphi_{rK} &= L_r i_{rK} + L_m i_{sK} = L_{2\sigma} i_{rK} + \varphi_u \\ \varphi_u &= L_m (i_{sK} + i_{rK}) = L_m i_{mK} \end{aligned}$$

În ecuaţiile de mai sus, scrise într-un sistem de referinţă K oarecare ce se mişcă faţă de stator cu viteza Ω_k, cu φ_u s-a notat fluxul magnetic reprezentativ util, care înlănţuie atât spirele înfăşurării statorice, cât şi spirele înfăşurării rotorice, iar cu i_{mK} s-a notat fazorul reprezentativ al curentului de magnetizare al maşinii, scris în sistemul K.

În funcţie de scopul propus modelul de mai sus se poate prezenta în diferite variante în funcţie de mărimile independente considerate.

A.4.4. ANALIZA VARIANTELOR MODELULUI MATEMATIC AL MAŞINII

În cazul în care se rezolvă numeric sistemul de ecuaţii (A.4.13), interesează ca rezultatele să fie cât mai precise şi să fie obţinute într-un timp cât mai scurt. Acestea depind atât de referenţialul ales, cât şi de variabilele independente (*stările*) alese.

Sistemele de referinţă folosite pentru scrierea ecuaţiilor maşinii asincrone sunt: sistemul de referinţă fix faţă de stator F.S., fix faţă de rotor F.R. şi sistemul de referinţă sincron cu câmpul învârtitor din întrefier, notat cu K. Cele mai folosite sisteme de referinţă sunt sistemele F.S. şi K. Din această cauză, în acest paragraf, se vor prezenta câteva probleme generale privind modelele matematice ale maşinii asincrone, scrise în sistemele de referinţă F.S. şi K.

a. Modelul maşinii asincrone în sistemul de coordonate (α, β, 0)

Sistemul de referinţă (α, β, 0) este fix faţă de stator şi este format din două axe rectangulare Oα şi Oβ. Curentul reprezentativ i_S scris în acest sistem, fiind o mărime complexă, se scrie $i_S = i_{s\alpha} + j i_{s\beta}$; $i_{s\alpha}$ şi $i_{s\beta}$ se numesc proiecţiile (componentele) fazorului reprezentativ după axele rectangulare Oα şi Oβ.

În sistemul de referinţă F.S., ecuaţiile maşinii se vor deduce din sistemul (A.4.13) considerând $\omega_K = 0$ şi toţi fazorii reprezentativi scrişi în sistemul F.S. Ecuaţiile motorului în mărimi complexe reprezentative, scrise în sistemul F.S. sunt următoarele:

$$
\begin{aligned}
& u_s = R_1 i_s + \frac{\mathrm{d}\varphi_s}{\mathrm{d}t} \\
& 0 = R_2 i_{rS} + \frac{\mathrm{d}\varphi_{rS}}{\mathrm{d}t} - j\omega\varphi_{rS} \\
& \frac{J}{p}\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{3}{2} p L_m \operatorname{Im}(i_s i_{rS}^*) - M_r \\
& \varphi_S = L_{1\sigma} i_S + \varphi_u = L_S i_S + L_m i_{rS} \\
& \varphi_{rS} = L_{2\sigma} i_{rS} + \varphi_u = L_r i_{rS} + L_m i_S \\
& \varphi_u = L_m (i_S + i_{rS}) = L_m i_{mS}
\end{aligned}
\qquad \text{(A.4.14)}
$$

Mărimile reprezentative statorice din sistemul (A.4.14) s-au notat cu φ_S şi i_S şi nu cu φ_{sS} şi i_{sS}, pentru a simplifica scrierea. Formă ortogonală (pe componente) a ecuaţiilor (A.4.14) este următoarea:

$$
\begin{aligned}
& u_\alpha = R_1 i_{s\alpha} + \frac{\mathrm{d}\varphi_{s\alpha}}{\mathrm{d}t} \;; \quad u_\beta = R_1 i_{s\beta} + \frac{\mathrm{d}\varphi_{s\beta}}{\mathrm{d}t} \\
& 0 = R_2 i_{r\alpha} + \frac{\mathrm{d}\varphi_{r\alpha}}{\mathrm{d}t} + \omega\varphi_{r\beta} \;; \quad 0 = R_2 i_{r\beta} + \frac{\mathrm{d}\varphi_{r\beta}}{\mathrm{d}t} - \omega\varphi_{r\alpha} \\
& \frac{J}{p}\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}t} = \frac{3}{2} p L_m \left(i_{s\beta} i_{r\alpha} - i_{s\alpha} i_{r\beta} \right) - M_r
\end{aligned}
\qquad \text{(A.4.15)}
$$

Acest model are câteva avantaje:

- nu este necesară cunoaşterea frecvenţei tensiunii de alimentare pentru calcularea mărimilor fizice din spaţiul stărilor. Spre exemplu, dacă se cunoaşte i_S atunci i_A , i_B şi i_C se calculează direct cu relaţiile:

$$
i_A = i_{s\alpha}, \quad i_B = -\frac{i_{s\alpha}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} i_{s\beta}, \quad i_C = -\frac{i_{s\alpha}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} i_{s\beta} \qquad \text{(A.4.16)}
$$

deoarece axa de referinţă F.S. identică cu axa Oα, s-a ales chiar axa fazei statorice A.

- dacă maşina are conexiunea stea fără fir neutru şi este alimentată de la un sistem simetric de tensiuni, atunci mărimile de fază în regim permanent se determină direct: $i = i_A = i_{s\alpha}$ $\varphi = \varphi_A = \varphi_{s\alpha}$ etc.

Modelul matematic (A.4.14) al maşinii, util pentru analiza comportării maşinii asincrone ca element într-un sistem de acţionare electrică, este descris de mărimile i_S şi φ_S, pentru stator, i_{rS} şi φ_{rS} pentru rotor şi de turaţia rotorului ω (în grade electrice). Pentru a descrie comportarea circuitelor statoric şi rotoric se pot alege ca stări, în principiu, oricare *două* din cele patru mărimi i_S şi φ_S, pentru stator, respectiv i_{rS} şi φ_{rS} pentru rotor. În total, rezultă $C_4^2 = 6$ posibilităţi de a exprima matematic comportarea celor două circuite. Totuşi, din punct de vedere practic, prezintă anumite avantaje următoarele variante: modelul exprimat prin curenţii statoric i_S, respectiv rotoric i_{rS}; modelul exprimat în termeni de flux statoric φ_S, respectiv rotoric φ_{rS}; modelul exprimat prin curentul statoric i_S şi fluxul rotoric φ_{rS}; modelul exprimat prin curentul statoric i_S şi fluxul din întrefier φ_u

Pentru simplificarea scrierii ecuațiilor, se vor face următoarele notații:

$$\alpha = \frac{R_2}{L_r},\ \beta = \frac{L_m}{\sigma L_s L_r},\ \sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r},\ \gamma = \frac{L_m^2 R_2}{\sigma L_s L_r^2} + \frac{R_1}{\sigma L_s} \text{ și } \mu = \frac{3}{2}\frac{p^2}{J} \qquad \text{(A.4.17)}$$

Modelul exprimat prin curenții statoric i_S, respectiv rotoric i_r

Folosind relațiile de legătură între fluxuri și curenți și notațiile (A.4.17), modelul mașinii asincrone (A.4.14), având ca variabile de stare curenții, se prezintă astfel:

$$\begin{aligned}
\frac{di_S}{dt} &= \frac{u_S}{\sigma L_S} - \frac{1}{\sigma}\frac{R_1}{L_S} i_S + \beta R_2 i_{rS} - j\omega\beta\left(L_r i_{rS} + L_m i_S\right) \\
\frac{di_{rS}}{dt} &= -\beta u_S + \beta R_1 i_S - \frac{1}{\sigma}\frac{R_2}{L_r} i_{rS} + j\omega\left(\frac{1}{\sigma} i_{rS} + \beta L_S i_S\right) \\
\frac{d\omega}{dt} &= \mu L_m \operatorname{Im}(i_S i_{rS}^*) - M_r \frac{p}{J}
\end{aligned} \qquad \text{(A.4.18)}$$

Acest model este util în cazul motorului asincron cu rotorul bobinat, la care curenții statoric și rotoric pot fi măsurați.

Modelul exprimat prin fluxurile statoric φ_S, respectiv rotoric φ_{rS}

$$\begin{aligned}
\frac{d\varphi_S}{dt} &= u_S - R_1 i_S = u_S - R_1 \frac{L_r \varphi_S - L_m \varphi_{rS}}{\sigma L_S L_r} \\
\frac{d\varphi_{rS}}{dt} &= j\omega\varphi_{rS} - R_2 i_{rS} = j\omega\varphi_{rS} - R_2 \frac{L_S \varphi_{rS} - L_m \varphi_S}{\sigma L_S L_r} \\
\frac{d\omega}{dt} &= \mu\beta \operatorname{Im}(\varphi_S \varphi_{rS}^*) - M_r \frac{p}{J}
\end{aligned} \qquad \text{(A.4.19)}$$

Modelul (A.4.19) este descris prin relații foarte simple. Evidențierea stărilor se face direct din modelul (A.4.14). Din aceste motive, rezolvarea numerică a sistemului de ecuații scris în termeni de flux se face în timpul cel mai redus. Dezavantajul principal al acestui model este legat de măsurarea dificilă a mărimilor de stare. Deși s-au imaginat diverse metode de măsurare directă a fluxului statoric și rotoric, acestea nu și-au dovedit utilitatea în plan practic. În aplicațiile moderne, se utilizează la motoarele asincrone de mică putere (cu parametrii relativ constanți) estimatori de flux care se bazează, în principal, pe ecuația rotorică din sistemul (A.4.19) scrisă astfel:

$$\frac{d\varphi_{rS}}{dt} = j\omega\varphi_{rS} - R_2 i_{rS} = j\omega\varphi_{rS} - \alpha\left(\varphi_{rS} - L_m i_S\right) \qquad \text{(A.4.20)}$$

Posibilitățile de estimare a fluxului rotoric au făcut posibilă realizarea practică a schemelor de comandă vectorială ale mașinii asincrone. Pentru analiza acestor sisteme este avantajos să se exprime sistemul (A.4.14) prin curentul statoric i_S și fluxul rotoric φ_r.

Modelul exprimat prin fluxul rotoric φ_r și curentul statoric i_S

Dacă se comandă mașina asincronă prin metoda *orientării după câmp* este necesară exprimarea sistemului dinamic prin curentul statoric și prin fluxul rotoric, necesar pentru elaborarea strategiei de comandă. În raport cu aceste stări, sistemul dinamic se scrie:

$$\frac{d\varphi_{rS}}{dt} = j\omega\varphi_{rS} - \alpha(\varphi_{rS} - L_m i_s)$$
$$\frac{di_s}{dt} = \alpha\beta\varphi_{rS} - j\omega\varphi_{rS} - \gamma i_s + \frac{1}{\sigma L_s} u_s \qquad \text{(A.4.21)}$$
$$\frac{d\omega}{dt} = \mu\frac{L_m}{L_r}\mathrm{Im}(i_s\varphi_{rS}^*) - M_r\frac{p}{J}$$

În cazul maşinilor de putere medie şi mare estimatorul de flux nu dă rezultate suficient de precise în toate cazurile. De aceea, în cazul în care constructorul a prevăzut maşina cu două bobine sondă plasate în axele α, respectiv β, se poate măsura direct fluxul la nivelul întrefierului. Este util în acest caz să se exprime sistemul de ecuaţii (A.4.14) prin curentul statoric i_S şi fluxul din întrefier φ_u.

Modelul exprimat prin curentul statoric i_S şi fluxul din întrefier φ_u

$$\frac{d\varphi_u}{dt} = u_s - R_1 i_s + L_{1\sigma}\left[\alpha\varphi_u - R_2\beta i_s - \frac{R_s}{\sigma L_s} i_s - j\omega\left(\frac{\varphi_u}{\sigma L_s} - L_{2\sigma}\beta i_s\right) + \frac{1}{\sigma L_s} u_s\right]$$
$$\frac{di_s}{dt} = \alpha\varphi_u - R_2\beta i_s - \frac{R_1}{\sigma L_s} i_s - j\omega\left(\frac{\varphi_u}{\sigma L_s} - L_{2\sigma}\beta i_s\right) + \frac{1}{\sigma L_s} u_s \qquad \text{(A.4.22)}$$
$$\frac{d\omega}{dt} = \mu\,\mathrm{Im}(i_s\varphi_u^*) - M_r\frac{p}{J}$$

Modelul maşinii asincrone după fluxul din întrefier are avantajul că mărimile de stare se pot măsura direct, dar relaţiile sunt complicate şi din acest motiv nu ajută la sinteza schemei de reglare. Faptul că ambele stări sunt comandate direct de intrare, adică termenul u_S apare în două ecuaţii, constituie alt dezavantaj al modelului. De aceea, este preferabilă utilizarea modelului maşinii asincrone în forma (A.4.21), fluxul rotoric fiind calculat pe baza fluxului din întrefier cu relaţia:

$$\varphi_{rS} = \frac{L_r}{L_m}\varphi_u - L_{2\sigma} i_s \qquad \text{(A.4.23)}$$

b. Modelului maşinii asincrone în sistemul de coordonate (*d*, *q*, *0*)

Sistemul de referinţă (*d*, *q*, *0*), denumit şi sistem sincron (notat cu K, în relaţiile anterioare) este fix faţă de câmpul magnetic învârtitor rezultant din maşină şi este format din două axe rectagulare O*d* şi O*q*, fixe faţă de câmpul magnetic învârtitor rezultant. Curentul reprezentativ i_{sK} scris în acest sistem, fiind o mărime complexă, se scrie: $i_{sK} = i_D + ji_Q$, i_D şi i_Q se numesc proiecţiile (componentele) fazorului curentului statoric după axele rectangulare O*d* şi O*q*. Analog, fazorul curentului reprezentativ rotoric se scrie $i_{rK} = i_d + ji_q$, i_d şi i_q se numesc proiecţiile (componentele) acestui fazor după aceleaşi axe O*d* şi O*q*. Indicii cu majuscule (D şi Q) s-au notat pentru componentele statorice (după axele Od şi Oq) şi indicii cu litere mici (d şi q), pentru componentele rotorice. Analog cu fazorii i_{sK} şi i_{rK}, se definesc şi componentele fazorilor u_{sK}, φ_{sK} şi φ_{rK} în sistemul (*d*, *q*, *0*).

Într-un sistem rotitor (sincron) cu viteza unghiulară egală cu $\Omega_1 = \omega_1 / p$, ω_1 fiind pulsaţia tensiunii de alimentare a maşinii asincrone, ecuaţiile (A.4.13) se scriu astfel:

$$u_{sK} = R_1 i_{sK} + \frac{d\varphi_{sK}}{dt} + j\omega_1 \varphi_{sK}$$

$$0 = R_2 i_{rK} + \frac{d\varphi_{rK}}{dt} + j(\omega_1 - \omega)\varphi_{rK}$$

$$\frac{J}{p}\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{2} p L_m \mathrm{Im}(i_{sK} i_{rK}^*) - M_r \qquad \text{(A.4.24)}$$

$$\varphi_{sK} = L_s i_{sK} + L_m i_{rK} = L_{1\sigma} i_{sK} + \varphi_u$$

$$\varphi_{rK} = L_r i_{rK} + L_m i_{sK} = L_{2\sigma} i_{rK} + \varphi_u$$

$$\varphi_u = L_m (i_{sK} + i_{rK}) = L_m i_{mK}$$

Dacă se defineşte pulsaţia rotorică $\omega_2 = \omega_1 - \omega$, ecuaţia ce caracterizează circuitul rotoric este:

$$0 = R_2 i_{rK} + \frac{d\varphi_{rK}}{dt} + j\omega_2 \varphi_{rK}$$

Sistemul (A.4.24), se prezintă în formă ortogonală, în sistemul (*d, q, 0*), sub forma:

$$u_D = R_1 i_D + \frac{d\varphi_D}{dt} - \omega_1 \varphi_Q; \quad u_Q = R_1 i_Q + \frac{d\varphi_Q}{dt} + \omega_1 \varphi_D$$

$$0 = R_2 i_d + \frac{d\varphi_d}{dt} - \omega_2 \varphi_q; \quad 0 = R_2 i_q + \frac{d\varphi_q}{dt} + \omega_2 \varphi_d \qquad \text{(A.4.25)}$$

$$\frac{J}{p}\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{2} p L_m (i_Q i_d - i_D i_q) - M_r$$

în care componentele u_D şi u_Q, ale tensiunii de alimentare, scrise în sistemul (*d, q, 0*), se determină pornind de la expresiile tensiunilor pe fază:

$$u_A = U_1\sqrt{2}\cos(\omega_1 t + \delta); \quad u_B = U_1\sqrt{2}\cos\left(\omega_1 t - \frac{2\pi}{3} + \delta\right); \quad u_C = U_1\sqrt{2}\cos\left(\omega_1 t - \frac{4\pi}{3} + \delta\right)$$

Fazorul reprezentativ al tensiunii, scris în reperul sincron, are expresia:

$$u_{sK} = \frac{2}{3}\left(u_A + a u_B + a^2 u_C\right) e^{-j\omega_1 t} = \sqrt{2} U_1 e^{j\delta} = \sqrt{2} U_1 (\cos\delta + j\sin\delta) = u_D + j u_Q \text{ ; (A.4.26)}$$

Defazajul δ reprezintă faza iniţială a tensiunii de alimentare; deci componentele tensiunii, u_D şi u_Q, depind de starea sistemului de tensiuni la momentul iniţial.

A.5. ECUAŢIILE GENERATORULUI SINCRON CU POLI APARENŢI ÎN REGIM TRANZITORIU

Regimurile tranzitorii (dinamice) ale maşinii sincrone cu poli aparenţi se studiază cu ajutorul ecuaţiilor Park-Blondel. Ecuaţiile Park-Blondel se vor deduce folosind noţiunea de *fazor reprezentativ*, introdusă în Anexa 3.

A.5.1. ECUAŢIILE MAŞINII ÎN COORDONATELE FAZELOR

Se vor stabili ecuaţiile dinamice de funcţionare ale maşinii sincrone cu înfăşurări de amortizare, lucrându-se direct cu fluxurile magnetice ale înfăşurărilor şi nu cu inductivităţile acestora. Se va considera *maşina liniară* şi se vor aplica relaţiile lui Maxwell referitoare la fluxurile proprii şi mutuale ale înfăşurărilor.

Maşina sincronă are trei înfăşurări monofazate statorice U, V, W şi două înfăşurări rotorice: una de excitaţie (indice "e") parcursă de curentul i_e şi cealaltă de pornire şi amortizare. Înfăşurarea de excitaţie "e" este plasată în axa longitudinală (*d*) a maşinii, identică cu axa unui pol nord rotoric. Înfăşurarea de amortizare, implantată în crestăturile tălpilor polare este asemănătoare unei colivii rotorice de maşină asincronă cu rotorul în scurtcircuit şi se echivalează cu două înfăşurări în scurtcircuit: prima, notată cu "D", în axa longitudinală (*d*), şi a doua, notată cu "Q", în axa transversală (*q*). Aşadar, maşina sincronă are fizic 5 înfăşurări (3 pe stator şi 2 pe rotor) şi teoretic 6 înfăşurări (3 pe stator - U, V, W - şi 3 pe rotor - e, D, Q -).

Fie o maşină sincronă cu cele 6 înfăşurări, a cărei schemă se prezintă în Fig. A.5.1. S-au notat: cu FS - o axă de referinţă (fixă faţă de stator), identică cu axa fazei U statorice; cu FR - o axă de referinţă rotorică (fixă faţă de rotor), identică cu axa (*d*) longitudinală a maşinii. Cu θ s-a notat unghiul electric, variabil în timp, dintre axele FS şi FR. Fie φ_U, φ_V, φ_W, *fluxurile magnetice totale* (date de toate înfăşurările maşinii) care taie spirele înfăşurărilor U, V, W şi analog φ_e, φ_D, φ_Q, fluxurile magnetice totale ale înfăşurărilor e, D, Q. Cu *R*, se notează rezistenţa înfăşurărilor statorice U, V, W şi cu R_e, R_D, R_Q, rezistenţele înfăşurărilor e, D şi Q.

Se aplică legea inducţiei electromagnetice pe contururi închise, care urmăresc circuitele celor 6 înfăşurări ale maşinii, considerate generatoare pentru înfăşurările statorice şi receptoare pentru cele rotorice, şi se găsesc ecuaţiile instantanee ale generatorului sincron, în coordonatele fazelor, având forma:

$$Ri_U + u_U = -\frac{d\varphi_U}{dt},\ Ri_V + u_V = -\frac{d\varphi_V}{dt},\ Ri_W + u_W = -\frac{d\varphi_W}{dt}$$
$$R_e i_e - u_e = -\frac{d\varphi_e}{dt},\ R_D i_D = -\frac{d\varphi_D}{dt},\ R_Q i_Q = -\frac{d\varphi_Q}{dt} \qquad \text{(A.5.1)}$$

Sistemul (A.5.1) este neliniar datorită faptului că fluxurile totale depind de curenţi prin intermediul unor inductivităţi neliniare, deoarece maşina s-a presupus cu poli aparenţi.

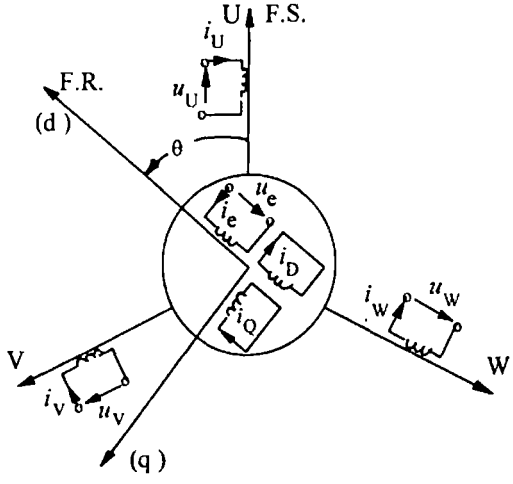


Fig. A.5.1. Asupra scrierii ecuaţiilor maşinii sincrone în coordonatele fazelor.

Transformarea sistemului (A.5.1) într-unul liniar se poate face cu ajutorul transformării Park. Ideea acestei transformări provine din posibilitatea creării unui câmp magnetic învârtitor de natură electrică, fie de o înfăşurare trifazată simetrică (cum este U, V, W), fie de o înfăşurare bifazată simetrică (cum vor fi înfăşurările "d" şi "q" cu care se va echivala înfăşurarea trifazată U, V, W, cu ajutorul transformării în discuţie).

Transformarea Park va echivala înfăşurarea trifazată statorică U, V, W cu una bifazată formată din două înfăşurări "d" şi "q", în cvadratură, situate pe rotor.

În această situaţie, toate înfăşurările maşinii sunt aşezate pe rotor (d, q, e, D, Q) şi inductivităţile proprii şi mutuale ale maşinii vor fi constante, sistemul (A.5.1) transformându-se într-unul liniar. Transformarea Park este dată de relaţiile (A.3.3), în care în loc de mărimile y_A, y_B, y_C, se pun mărimile y_U, y_V, y_W. Această transformare s-a dedus deci, în procesul de introducere a noţiunii de *fazor reprezentativ* şi consideră că maşina are înfăşurarea

statorică conectată în stea, fără fir neutru, lucru adevărat la majoritatea generatoarelor sincrone, caz în care se verifică relaţia: $i_U + i_V + i_W = 0$.

A.5.2. ECUAŢIILE PARK ALE MAŞINII SINCRONE CU ÎNFĂŞURĂRI DE AMORTIZARE.

Ecuaţiile (A.3.3) reprezintă transformarea Park directă pentru mărimile trifazate sinusoidale simetrice y_U, y_V, y_W, dacă suma lor este nulă în orice moment de timp şi asigură legătura între aceste mărimi şi mărimile y_d şi y_q. Această transformare se scrie astfel:

$$y_d = \frac{2}{3}\left[y_U \cos\theta + y_V \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) + y_W \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})\right]$$
$$y_q = -\frac{2}{3}\left[y_U \sin\theta + y_V \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) + y_W \sin(\theta + \frac{2\pi}{3})\right] \qquad \text{(A.5.2)}$$

Determinantul transformării este nenul, de aceea ea admite şi transformarea Park inversă, definită de relaţiile:

$$y_U = y_d\cos\theta - y_q\sin\theta;\ y_V = y_d\cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) - y_q\sin(\theta - \frac{2\pi}{3});$$
$$y_W = y_d\cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) - y_q\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \qquad \text{(A.5.3)}$$

Relaţiile (A.5.3) se pot scrie pentru curenţi, fluxuri sau tensiuni. Amplificăm primele 3 relaţii din (A.5.1) cu 2/3, respectiv cu $2a/3$ şi cu $2a^2/3$, le adunăm şi, ţinând seama de relaţia generală (A.3.5), se obţine ecuaţia statorică a maşinii sincrone, în mărimi reprezentative, scrisă în referenţialul FS, care are următoarea formă:

$$Ri_s + u_s = -\frac{d\varphi_s}{dt} \qquad \text{(A.5.4)}$$

Se va scrie ecuaţia (A.5.4) în referenţialul FR; amplificând-o cu termenul $e^{-j\theta}$ şi, ţinând seama de relaţia generală (A.3.6), se obţine:

$$Ri_s e^{-j\theta} + u_s e^{-j\theta} = -\frac{d\varphi_s}{dt} e^{-j\theta} \Rightarrow Ri_R + u_R = -\frac{d\varphi_s}{dt} e^{-j\theta} \qquad \text{(A.5.5)}$$

În ecuaţia de mai sus, se va calcula derivata produsului $\varphi_S e^{-j\theta}$ şi de aici se va deduce termenul $d\varphi_S/dt \cdot e^{-j\theta}$:

$$\frac{d}{dt}(\varphi_s e^{-j\theta}) = \frac{d\varphi_R}{dt} = \frac{d\varphi_s}{dt} e^{-j\theta} + \varphi_s(-j\frac{d\theta}{dt})e^{-j\theta}, \Rightarrow \frac{d\varphi_s}{dt} e^{-j\theta} = \frac{d\varphi_R}{dt} + j(\frac{d\theta}{dt})\varphi_R$$

Termenul $d\varphi_S/dt \cdot e^{-j\theta}$, introdus în ecuaţia, (A.5.5) va conduce la ecuaţia statorică a maşinii sincrone în mărimi reprezentative, scrisă în referenţialul FR:

$$-u_R = Ri_R + j\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\varphi_R + \frac{d\varphi_R}{dt} \qquad \text{(A.5.6)}$$

Dacă se face notaţia $\omega = d\theta / dt$, ecuaţia (A.5.6) se mai scrie sub forma:

$$-u_R = Ri_R + j\omega\varphi_R + \frac{d\varphi_R}{dt} \qquad \text{(A.5.6')}$$

Prin urmare, înfăşurările statorice U, V, W dispuse pe stator şi parcurse de curenţii i_U, i_V, i_W, prin transformarea Park directă, s-au echivalat cu înfăşurările d şi q dispuse pe rotor şi parcurse de curenţii i_d şi i_q, daţi de relaţii de tipul (A.5.2). Conform egalităţilor evidente:

$i_R = i_d + ji_q$; $u_R = u_d + ju_q$; $\varphi_R = \varphi_d + j\varphi_q$, $j = \sqrt{-1}$, relaţia (A.5.6) devine:

$$-(u_d + ju_q) = R(i_d + ji_q) + j\left(\frac{d\theta}{dt}\right)(\varphi_d + j\varphi_q) + \frac{d}{dt}(\varphi_d + j\varphi_q)$$

Separând părţile reale şi imaginare, în relaţia de sus , se găsesc primele două ecuaţii Park ale maşinii sincrone, care, completate cu ultimile trei ecuaţii din (A.5.1), formează setul de ecuaţii Park pentru maşina sincronă cu poli aparenţi şi înfăşurări de amortizare pe rotor, set care are forma:

$$\begin{aligned}
-u_d &= Ri_d + \frac{d\varphi_d}{dt} - \left(\frac{d\theta}{dt}\right)\cdot\varphi_q,\\
-u_q &= Ri_q + \frac{d\varphi_q}{dt} + \left(\frac{d\theta}{dt}\right)\cdot\varphi_d,\\
u_e &= R_e i_e + \frac{d\varphi_e}{dt},\\
0 &= R_D i_D + \frac{d\varphi_D}{dt},\\
0 &= R_Q i_Q + \frac{d\varphi_Q}{dt}
\end{aligned} \qquad \text{(A.5.7)}$$

în care toate înfăşurările sunt dispuse pe rotor. Se ajunge astfel, la schema echivalentă a maşinii sincrone după două axe *d* şi *q* din Fig. A.5.2.

Conform schemei echivalente din Fig. A.5.2 şi relaţiilor lui Maxwell pentru fluxurile proprii şi mutuale, se pot scrie expresiile fluxurilor totale φ_d, φ_q, φ_e, φ_D, φ_Q, în care inductivităţile proprii se notează cu litera *L* şi cele mutuale cu litera *M*:

$$\begin{aligned}
\varphi_d &= L_d i_d + M_{de} i_e + M_{dD} i_D;\\
\varphi_q &= L_q i_q + M_{qQ} i_Q;\\
\varphi_e &= L_e i_e + M_{eD} i_D + \frac{3}{2} M_{ed} i_d;\\
\varphi_D &= L_D i_D + M_{De} i_e + \frac{3}{2} M_{Dd} i_d;\\
\varphi_Q &= L_Q i_Q + \frac{3}{2} L_{Qq} i_q
\end{aligned} \qquad \text{(A.5.8)}$$

Observaţie:

Inductivităţile mutuale care aduc influenţele curenţilor i_d şi i_q în expresiile fluxurilor magnetice sunt afectate de factorul numeric 3/2, deoarece curenţii i_d şi i_q se exprimă cu relaţii de tipul (A.5.2), la care apare factorul numeric 2/3. Inductivităţile proprii care aduc influenţele aceloraşi curenţi i_d şi i_q în expresiile fluxurilor nu au factorul numeric 3/2, deoarece acesta este inclus în definiţia respectivelor inductivităţi.

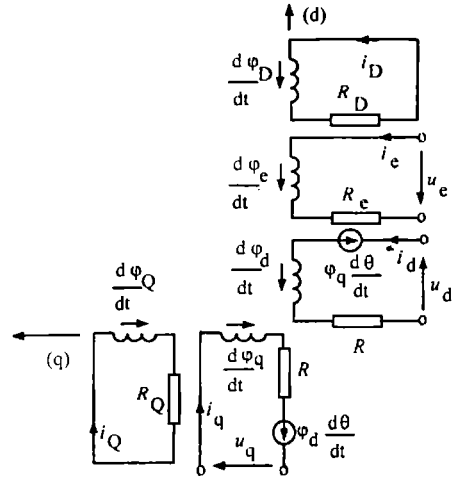


Fig. A.5.2. Schema echivalentă a maşinii sincrone cu poli aparenţi.

A.5.3. CUPLUL ELECTROMAGNETIC AL MAŞINII ÎN REGIM DINAMIC

Se calculează cu teorema forţelor generalizate în câmp magnetic, pornind de la expresia energiei magnetice W_m a maşinii, dată de relaţia:

$$W_m = \frac{1}{2}(\varphi_U i_U + \varphi_V i_V + \varphi_W i_W + \varphi_e i_e + \varphi_D i_D + \varphi_Q i_Q) \qquad \text{(A.5.9)}$$

Se înlocuiesc φ_U, φ_V, φ_W şi i_U, i_V, i_W cu relaţii date de transformarea Park inversă şi, în final, după efectuarea calculelor se obţine cuplul electromagnetic al maşinii, de forma [31]:

$$m = \frac{3p}{2}(\varphi_d i_q - \varphi_q i_d) \qquad \text{(A.5.10)}$$

Sistemul de ecuaţii al maşinii sincrone, în regim dinamic, dat de ecuaţiile (A.5.7) se completează cu ecuaţia dinamică de mişcare a subansamblului rotor care are forma:

$$m_a - m = J\frac{d\Omega}{dt} = \frac{J}{p}\cdot\frac{d^2\theta}{dt}, \text{ in care s-a considerat } \Omega = \frac{1}{p}\cdot\frac{d\theta}{dt}$$

Ţinând seama de relaţia (A.5.10), ecuaţia dinamică de mişcare capătă forma:

$$m_a - \frac{3p}{2}(\varphi_d i_q - \varphi_q i_d) = J\frac{d\Omega}{dt} = \frac{J}{p}\cdot\frac{d^2\theta}{dt} \qquad \text{(A.5.11)}$$

Cele 5 ecuaţii (A.5.7), completate cu (A.5.8) şi împreună cu (A.5.11), au 6 necunoscute: i_d, i_q, i_e, i_D, i_Q, θ. Odată determinaţi curenţii i_d şi i_q, prin folosirea relaţiilor de tipul (A.5.3), se calculează curenţii i_U, i_V, i_W şi, după deducerea unghiului θ, se calculează şi viteza unghiulară Ω.

BIBLIOGRAFIE PRINCIPALĂ

1. ADKINS B., The general theory of electrical machines, Londra, Chapman - Hall Ltd., 1957;
2. ALEXEEV, A, E., Construcţia maşinilor electrice, Editura Energetică de Stat, Bucureşti, 1954;
3. ANDRE GENON, WILLY LEGROS, Machines électriques, Hermes Science Europe, 2000, 350 pg ;
4. ATANASIU, G., BOLDEA, I., Analiza unitară a maşinilor electrice, Ed. Academiei, Bucureşti, 1993;
5. BĂLĂ, C., Maşini electrice, E.D.P., Bucureşti, 1982;
6. BĂLĂ, C., ŢOGUI, L., COVRIG, M., Maşini electrice - probleme, E. D. P., Bucureşti, 1974;
7. BICHIR, N., Maşini electrice, Editura ICPE, Bucureşti, 1995;
8. BIGRET, R., FERON, J. L., Diagnostic maintenances disponibilité des machines tournantes, Masson, Paris, Milan, Barcelone, 1995, 470 pg. ;
9. BODEFELD, TH., SEQUENZ, H., Elektrische Maschinen, Viena, 1972;
10. BOLDEA, I., Parametrii maşinilor electrice, Ed. Academiei, Bucureşti, 1991;
11. CARLOS CANUDAS DE WIT, Modélisation contrôle vectoriel et DTC – Comande des moteurs asynchrones, Vol 1, Hermes Science Europe, 2000, 264 pg.
12. CÂMPEANU, A., Masini electrice, Craiova, Scrisul romanesc, 1987;
13. CHATELAIN J., Machines électriques, Vol. 1 şi 2, Presses Polytechniques Romandes, Dunod, Paris, 1983;
14. CITECIAN, V., I., Maşini electrice - culegere de probleme, Moscova, 1988.
15. COVRIG, M., GHIŢĂ, C., SAVIN, M., Transformatorul şi maşina asincronă, - Incercări de laborator -, Editura BREN, Bucureşti, 1998;
16. COVRIG, M., GHIŢĂ, C., SAVIN, M., MELCESCU, L., Maşina sincronă şi Maşina de c. c. - Încercări de laborator -, Editura BREN, Bucureşti, 1998;
17. DORDEA, T., Maşini electrice, Bucuresti, E.D.P. 1977;
18. DRĂGĂNESCU, O., Încercările maşinilor electrice rotative, EDP, 1980;
19. FRANSUA, AL., Maşini şi acţionări electrice -Culegere de probleme-, E.D.P., Bucureşti, 1980;
20. FRANSUA, AL., Maşini şi acţionări electrice - Probleme fundamentale -, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1985;
21. FRANSUA, Al., etc. Introducere în teoria convertoarelor electromecanice, Ed. Printech, Bucureşti, 1999;
22. FOUILLE, A., Problemes d'electrotechnique a l'usage des ingineurs - Machines électriques, Dunod, Paris, 1966;
23. GALAN, N., GHIŢĂ, C., CISTELECAN, M., Maşini electrice, Bucureşti, E.D.P. 1981;
24. GALAN, N., Maşini electrice - Probleme şi elemente de proiectare - Vol. 1, Probleme, Litografia UPB, 1987;
25. GHEORGHIU, I. S., FRANSUA , AL., Tratat de maşini electrice, Vol. 1, 2, 3, 4 Bucureşti, Ed. Academiei, 1970 -1971;

26. GHIŢĂ, C., DUMITRACHE, D., Transformatorul , Indrumar de proiectare, Litografia I.P.B., 1980;

27. GHIŢĂ, C., Maşini electrice, Litografia I.P.B., 1984;

28. GHIŢĂ, C., Maşini şi acţionări electrice, Vol. I şi II, Litografia U.P.B. 1992;

29. GHIŢĂ, C., Maşini şi acţionări electrice, Editura ICPE, Bucureşti, 1997;

30. GHIŢĂ, C., Convertoare electromecanice, Vol. 1, Ed. ICPE, Bucureşti, 1998;

31. GHIŢĂ, C., Convertoare electromecanice, Vol. 2, Ed. ICPE, Bucureşti, 1999;

32. GHIŢĂ, C., Convertoare electromecanice, Vol. 3, Ed. ICPE, Bucureşti, 2001;

33. JEAN BONAL, Entraînements électriques à vitesse variable, Prométhée, Groupe Schneider, Paris, 1997, 410 pg.

34. JERVE, G. K., Incercările maşinilor electrice rotative, Bucureşti, Ed. Tehnică 1972;

35. JEZIERSKI, E. etc., Transformatoare electrice - Construcţie şi proiectare, Bucureşti, Ed. Tehnică, 1966;

36. KOSTENKO, M., PIOTROVSKI, L., Machines électriqes, Vol I-2, Ed. Mir,1977;

37. KOVACS, K. P., Analiza regimurilor tranzitorii ale maşinilor electrice, Bucureşti, Ed. Tehnică, 1980;

38. LAZU, C., Maşini electrice, EDP, Bucureşti, 1966;

39. MANOLEA, Gh., etc. Acţionări electromecanice, Reprografia Universităţii din Craiova, Craiova, 2000 ;

40. MARCEL JUFER, Traité d'Électricité, Vol X, Machines électriques, Presses Polytechniques et universitaires Romandes, Paris, 1995, 386 pg. ;

41. MĂGUREANU, R., Maşini electrice speciale pentru sisteme automate, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1980;

42. MĂGUREANU, R., NICOLAE V., Motoare sincrone cu magneţi permanenţi şi reluctanţă variabilă, Bucureşti, Ed. Tehnică, 1982;

43. MOCANU, C., Teoria câmpului electromagnetic, EDP, Bucureşti, 1981;

44. MOCANU, C., Teoria circuitelor electrice, EDP, Bucureşti, 1979;

45. NASAR, S. A., Electromagnetic Energy Conversion Devices and Systems, Prentice - Hall Inc., New York, 1970;

46. NEDELCU, V. N., Maşini electrice, Bucureşti, E.D.P.,1968;

47. NEDELCU, V. N., Teoria conversiei electromecanice, Bucureşti, Ed. Tehnica,1978;

48. NEDELCU, V. N., Regimurile de funcţionare ale maşinilor de curent alternativ, Bucureşti, Ed. Tehnica,1968;

49. NICOLAIDE, A., Maşini electrice, Vol. 1-2, Craiova, Scrisul Românesc, 1975;

50. RĂDULEŢ, R., Bazele electrotehnicii -Probleme- Vol.1-2, Bucuresti, E.D.P.1975;

51. RICHTER, R., Maşini electrice, Vol.1, 2, 3 şi 4, Ed. Tehnică, Bucureşti, 1959 -1961;

52. SEELY, S., Electromechanical energy conversion, McGraw – Hill Book Company, Inc., New York, 1996;

53. YAMAMURA, S., AC Motors for High performances - Aplications, Analysis and Control, Marcel Dekker Inc., New York, 1986.